



**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE
PUEBLA**



**Programa Académico de Maestría en Ingeniería en Automatización de
Procesos Industriales, PNPC-CONACYT**

**CARACTERIZACION Y MODELADO DE ROBOT
MANIPULADOR ARTICULADO MARCA CRS
MODELO A465 TIPO GANTRY**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:

ING. MIGUEL TERRÓN HERNÁNDEZ
Ingeniero en Electromecánica, ITA

DIRECTOR

**JOSE PEDRO SÁNCHEZ SANTANA
BERNARDINO BENITO SALMERON QUIROZ**



Juan C. Bonilla, Puebla

Diciembre 2012

El presente trabajo fue realizado en los Departamentos de Robótica y Mecatrónica de la Universidad Politécnica de Puebla y la Universidad Tecnológica de Tlaxcala, con el apoyo del CONACYT, el programa de Maestría en Ingeniería pertenece al Programa Nacional de Posgrados de Calidad (PNPC-CONACYT).

La presente tesis titulada “**Caracterización y modelado de robot manipulador articulado marca CRS modelo A465 tipo Gantry**” realizada por el Ing. Miguel Terrón Hernández, ha sido revisada y aprobada por el Jurado para obtener el Título de:

**MAESTRO EN INGENIERÍA EN AUTOMATIZACIÓN DE PROCESOS
INDUSTRIALES**

PNPC-CONACYT

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE PUEBLA

Jurado integrado por:

Firma

Director: M. C. Pedro Sánchez Santana

Co- Asesor: Dr. Benito Salmerón Quiroz

Asesor:

Revisor:

Juan C. Bonilla, Puebla, México.

Noviembre 2012

Resumen

Los fabricantes de robots se reservan cierta información, por lo que la información completa no está disponible. Este trabajo recepcional describe el proceso, metodología y resultados para la identificación de los parámetros cinemáticos y dinámicos del robot CRS A465, este robot tiene seis grados de libertad, es empleado en laboratorio de robótica de la UTT, tiene una capacidad de carga de 2 Kg, para la obtención de estos parámetros empleamos los dos procedimientos directo e inverso. La cinemática se calcula con la ayuda de los parámetros de Denavit-Hartenberg, calculándose también el modelo dinámico, empleando la mecánica de Lagrange. La identificación de estos parámetros es una herramienta útil para desarrollar y evaluar la generación de trayectorias y estrategias de control en el robot.

Presentamos la identificación de los parámetros cinemática y dinámica paso a paso.

Abstract

Robot manufacturers typically do not release such information and may not have complete information at hand. This thesis describes the process, methodology and results for the identification of the kinematics and dynamic parameters of the CRS A465 robot, a typical laboratory scale robot with a payload of 2 kg, by applying both procedures (direct and inverse). The CRS A465 is popular laboratory table top robot (six DOF). The direct and inverse kinematics is calculated with the help of the Denavit - Hartenberg parameters; the dynamic model of the robot is also calculated using Lagrange mechanics. These parameters Identification is a useful tool for developing and evaluating robot for generating trajectories, and control strategies. We present step by step process for kinematics and dynamic parameter identification of a serial robot.

ÍNDICE

CARACTERIZACION Y MODELADO DE ROBOT MANIPULADOR ARTICULADO MARCA CRS MODELO A465 TIPO GANTRY	0
ÍNDICE	3
Índice de tablas	6
Índice de figuras	7
Capítulo 1. Planteamiento del problema de investigación.....	9
1.1. Introducción.....	11
1.2. Objetivos	13
1.2.1 Objetivo general.....	13
1.2.2. Objetivos específicos	13
1.3 Justificación.....	14
Capítulo 2 Marco teórico	15
2.1.- Robótica	16
2.1.1.- Historia de los robots	16
2.1.2. Configuración de robots industriales	20
2.1.3 Aplicaciones.....	23
2.2 Sistemas de control.....	26
2.2.1 Clasificación según su comportamiento	26
2.2.2 Tipos de sistema de control.....	27
2.2.3 Características de un sistema de control.....	29
2.2.4 Sintonización de Controles	29
2.3 Interfaces.....	33
2.3.1 Modelado de procesos.....	33
2.3.2 Modelo de Representación y de Conducta.....	34
2.3.3 Modelos de Estado	35
2.3.4 Modelos gráficos.....	36

Capítulo 3 Materiales y métodos/Implementación del sistema/Ingeniería de diseño (Modelado Matemático).....	39
3.1 Cinemática	40
3.1.1 Cinemática directa	41
3.1.2.- Cinemática inversa	49
3.2 Dinámica	53
3.2.1 Consideraciones dinámicas	53
3.2.2 Dinámica inversa	54
3.2.3 Dinámica directa	67
3.3 Jacobiano.....	71
3.3.1 Jacobiana directa.....	71
3.3.2 Jacobiana inversa.....	72
3.3.3 Configuraciones singulares.....	73
Capítulo 4 Resultados y discusión	87
4.1 Cinemática	87
4.1.1 Cinemática directa	88
4.1.2 Cinemática inversa	92
4.2 Dinámica	95
4.2.1 Dinámica Inversa.....	95
4.2.2 Dinámica directa.....	99
4.3 Validación.....	¡Error! Marcador no definido.
4.3.1 Validación de los modelos cinemáticos directo e inverso.....	¡Error! Marcador no definido.
4.3.2 Validación del modelo dinámico inverso...	¡Error! Marcador no definido.
4.3.3 Validación del modelo dinámico directo....	¡Error! Marcador no definido.
Capítulo 5 Conclusiones y perspectivas.....	102
5.1 Conclusiones.....	102
5.2 Perspectivas.....	103
Capítulo 6 Referencias bibliográficas	105

Bibliografía.....	105
Anexos.....	108

Índice de tablas

Tabla 1.1 Especificaciones técnicas del robot CRS A465.....	9
Tabla 1.2 Rangos de trabajo del robot CSR A 465.	10
Tabla 1.3 Limitaciones de articulación en función del área de trabajo del robot CSR A 465.....	14
Tabla 3.1 Parámetros D-H obtenidos del Robot CRS A 495.¡Error! Marcador no definido.	

Índice de figuras

Figura 1.1 Condiciones actuales del robot CRS A465 de la UT Tlaxcala.	9
Figura 2.1 Robot ASIMO (2000) humanoid robot, tareas como entregar charolas, caminar como humano, Publicado el 6 de abril del 2012 en el top 10 de robots. ...	16
Figura 2.2 Robot Cartesiano (XYZ) Spro 20 – 2 500T Diseñado para ser usado en máquina inyectora de plástico – Sepor 2009.	20
Figura 2.3 Robot Cilindrico Adept Cobra s350 utilizado para aplicaciones de montaje a alta velocidad – Adapt 2008	20
Figura 2.4 Robot Esférico Unimate 2005B utilizado para aplicaciones de montaje de piezas en máquinas CNC- Unimate- 1961	21
Figura 2.5 Robot Articulado Motoman UP50N utilizado para aplicaciones de montaje 2005Bde piezas en máquinas CNC – Yaskawa 2010	21
Figura 2.6 Robot Paralelo Adept s650HS utilizando para aplicaciones de recolección para alta velocidad Adapt 2008.....	22
Figura 2.7 Robot Motoman Industrial tomando piezas de Torno CNC – Yaskawa - 2010 UP50N utilizado para aplicaciones de montaje 2005Bde piezas en máquinas CNC – Yaskawa 2010	23
Figura 2.8 ROBOCOASTER primer robot certificado para transportar humanos KUKA Roboter-2009.....	24
Figura 2.9 Respuesta de un sistema de control típico usando varios modos de control.....	30
Figura 2.10 Representación general de un proceso.	33
Figura 2.11 Representación por esquema bloques.....	37
Figura 2.12 Regulación de proceso.....	37
Figura 2.13 Gráfica de fluencia.	37
Figura 3.1 Relación entre varios tipos de modelado.	39
Figura 3.2 Relación entre las cinemáticas directa e inversa.	40
Figura 3.3 Asignación de sentidos de giro (a), Asignación de ejes coordenados (b)	41
Figura 3.4 Dimensiones robot CRS A 465.	42
Figura 3.5 Robot y efector final, mostrando la definición de n , s , a y TCP.....	48
Figura 3.6 Relación entre las dinámicas directa e inversa.	53
Figura 3.7 DCL de la dinámica inversa.	55
Figura 3.8 Proyección en un plano para la dinámica inversa.....	56

Figura 3.9 Relación entre la matriz Jacobiana Directa e Inversa-.....	72
Figura 4.1 Robot CRS A465, tipo gantry	89
Figura 4.2 Robot CRS A465 Posición HOME	89
Figura 4.3 Representación 3D con resultados de articulaciones.	90
Figura 4.4 Manipulación de parámetros del robot CRS A465.	90
Figura 4.5 Gráfico evaluación de trayectoria.....	91
Figura 4.6 Gráfico que muestra los ejes en los que ocurre el movimiento.....	92
Figura 4.7 Posición final de trayectoria programada a Robot CRS.....	94
Figura 4.8 Comportamiento de articulaciones 1, 2 y 3 en trayectoria programada.	94
Figura 4.9 Bloque de dinámica inversa.	95
Figura 4.10 Gráfico de Torque de articulaciones del Robot CRS A465.	97
Figura 4.11 Torque gravitacional de articulaciones 1-3.....	98
Figura 4.12 Gráfico de torques contra tiempo.	98
Figura 4.13 Gráfico de Inercia de articulación 1.....	99
Figura 4.14 Gráfico de la Dinámica Directa del Robot.	101

Capítulo 1. Planteamiento del problema de investigación

La Universidad Tecnológica de Tlaxcala (UTT) ubicada en la población del Carmen Xalpatlahuaya, en Huamantla, Tlaxcala, desde su nacimiento ha contado con tecnología que asegure su pertinencia, en este sentido se cuenta con un robot de seis grados de libertad tipo Gantry de la marca CRS modelo A465, inhabilitado y considerado por el proveedor como obsoleto (desde 2003 por la empresa CRS), ya que fue adquirido hace más de 14 años, dicho equipo se adquirió para las áreas de manufactura CNC, con el paso del tiempo y con la falta de un programa de mantenimiento para dicho equipo, este presenta daño en sus componentes de control (Unidad Central), además del extravío del software del robot (software que empleaba la plataforma Windows 95, empleando el lenguaje RAPL II). En la Figura 1.1, se muestra las condiciones actuales del robot.

Las especificaciones técnicas del robot CRS A465, se muestran en las Tablas 1.1, y 1.2:

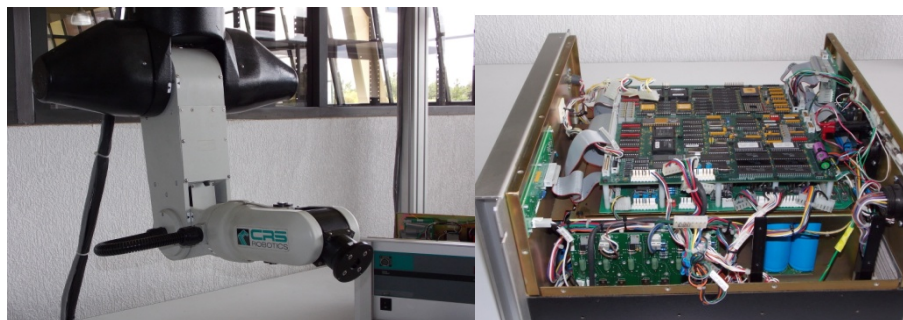


Figura 1.1 Condiciones actuales del robot CRS A465 de la UT Tlaxcala.

Tabla 1.0.1 Especificaciones técnicas del robot CRS A465.

Brazo robot:	Articulado
Configuración:	Seis GDL, Upright, inverted, or track mounting
Drive:	Servomotores, encoders con sensores de proximidad en cada junta (articulación)
Transmisión:	Drive armónico y bandas de tiempo
Terminal final del brazo:	Conector neumático Conector para servo pinzas

Controlador C500C:	Integra el circuito E-Stop
Seguridad del Control:	Detección continua de fallas
Peso máximo a manejar:	"2 kg"
Repetibilidad:	± 0.05mm
Altura total (brazo extendido) 711/864 mm	(sin las pinzas/con las pinzas estándar)

Tabla 1.0.2 Rangos de trabajo del robot CSR A 465.

Eje	Rango de trabajo	Velocidad máxima
J1 Cintura	± 175 °	180 °/segundo
J2 Hombro	± 90 °	180 °/segundo
J3 Codo	± 110 °	180 °/segundo
J4 Giro de la muñeca	± 180 °	171 °/segundo
J5 Cabeceo de la muñeca	± 105 °	173 °/segundo
J6 Balanceo de la muñeca	± 180 °	171 °/segundo

Por lo antes mencionado, es urgente el reactivar ese equipo. Por lo tanto, se presenta la identificación de sus parámetros y componentes con lo cual se realizará la modelación y monitoreo de la dinámica inversa, para que en trabajos posteriores se proponga "una Ley de control" a implantarse en el robot. El trabajo incluirá en aportaciones futuras el diseño de elementos electrónicos para su implementación. Este desarrollo tecnológico forma parte de una celda de manufactura empleada con fines didácticos de automatización industrial. La conceptualización del diseño permitirá la flexibilidad para la manipulación en tareas diversas.

1.1. Introducción

La búsqueda en el incremento de la productividad, la obtención de una calidad uniforme en los productos finales, la reducción de los tiempos de proceso, así como la disminución de los costos de mano de obra, han impulsado a la industria al uso de máquinas automáticas. Dependiendo del número de lotes de producción y el tamaño de los mismos, diversas tareas dentro de los procesos de manufactura, pueden ser llevadas a cabo por máquinas diseñadas para un proceso específico, cuya velocidad y alto costo se justifica solo en el caso de lotes muy grandes o por máquinas programables, en ambientes de trabajo más flexibles y a menor costo de producción.

Un ejemplo para esta última clasificación, es el robot industrial tipo manipulador de uso general, controlado generalmente por una computadora, que consiste en algunos elementos rígidos conectados en serie mediante articulaciones prismáticas o de revolución. El inicio de la cadena está fijo a una base soporte, mientras que el extremo está libre y equipado con herramientas para manipular objetos o realizar otras tareas. El movimiento de las articulaciones resulta en un movimiento relativo de los distintos elementos y por lo tanto en el desplazamiento de la herramienta.

En la actualidad se ve a la robótica como un campo de trabajo muy amplio desarrollando nuevas tecnologías en una serie de áreas interdisciplinarias como la cinemática, la dinámica, la planificación de sistemas, el control, sensores, lenguajes de programación e inteligencia artificial.

Una de las aplicaciones en las cuales se aplica la robótica, es mejorar la productividad y la calidad del trabajo, el control de calidad y reconocimiento de formas y patrones.

El diseño de un robot empieza con la cinemática del mismo, la cual trata del estudio analítico del movimiento del brazo con respecto a un sistema de coordenadas de referencia fijo sin considerar las fuerzas o momentos que lo originan.

Hay dos problemas fundamentales en la cinemática del robot. El primer problema se suele conocer como el problema cinemático directo, mientras que el segundo es el problema cinemático inverso.

En la cinemática directa se tiene como datos de entrada los parámetros de los elementos y los desplazamientos en las articulaciones para obtener la posición y orientación del efector final. Mientras en la cinemática inversa los datos son los parámetros de los elementos, la posición y orientación del efector final con lo que se determinan los desplazamientos de las articulaciones.

La dinámica del robot, por otra parte, trata no solo de la geometría del movimiento sino de las causas que lo originan: Fuerzas y momentos. El modelo dinámico real de un brazo robot se puede obtener de leyes físicas como las leyes de Newton y la mecánica Lagrangiana. Esto conduce al desarrollo de las ecuaciones dinámicas de movimiento para las distintas articulaciones del manipulador en base a los parámetros geométricos e inerciales especificados para los distintos elementos. El resultado de estos estudios es determinar el modelo matemático, es decir cómo podemos asegurar que el funcionamiento del robot es el adecuado, prevenir acciones que puedan hacer que el robot, las máquinas o el personal puedan dañarse. También se puede predecir el comportamiento del robot cuando tengamos alguna variación en sus condiciones de operación.

La robótica industrial es un área muy estudiada, pero resulta poco entendible ya que mucha información se guarda como secreto, esto tiene la finalidad de protegerse contra copias. Además que la operación, supervisión y mantenimiento de los robots demanda mano de obra capacitada en el área de robótica.

En este sentido las Instituciones de Educación Superior (IES), juegan un papel muy importante, ya que se encargan de brindar los conocimientos no solo en el área de la operación y mantenimiento, sino también de la parte del diseño y optimización. Las instituciones que cuentan con esta tecnología tienen que invertir parte de su presupuesto en la actualización tanto de software como de Hardware, lo que se traduce en otra limitante.

En el caso de la Universidad Tecnológica de Tlaxcala, contamos con un robot tipo gantry o pórtico, este robot tiene variadas aplicaciones que van desde el suministro de materiales en células de manufactura, la aplicación de soldadura, la aplicación de pintura, control de calidad, aplicaciones médicas, entre otras.

El objetivo es demostrar que la obtención del modelo matemático, la validación y simulación es un aspecto muy importante pues nos permitirá la puesta en marcha y operación segura del robot, en específico del CRS A 465, el cual se adquirió en el primer equipamiento de la Universidad y que con el paso del tiempo ha quedado

obsoleto. De esta forma se puede aprovechar este recurso en la formación de nuevos profesionistas en el área industrial.

1.2. Objetivos

1.2.1 Objetivo general

Caracterizar y modelar un robot manipulador articulado de 4 GDL de tipo gantry.

1.2.2. Objetivos específicos

1. Caracterizar el robot CRS A465.
2. Generar el Modelo matemático del robot.
3. Validar los Modelos obtenidos del robot.

1.3 Justificación

La robótica es una rama interdisciplinaria, que requiere conocimientos de mecánica, electrónica, programación y matemáticas, en este contexto interdisciplinario, cada ingeniero aporta lo propio de su especialidad, sin embargo tradicionalmente se le ha puesto mayor énfasis a los aspectos físicos de los robots, principalmente porque se le consideraba una derivación de la ingeniería mecánica.

El presente trabajo propone un enfoque distinto al de la ingeniería mecánica, pues no profundiza en los aspectos relacionados al diseño de elementos de máquinas y deja de lado la ciencia de los materiales. En su lugar propone abordar la metodología a seguir para la puesta en marcha de un brazo manipulador haciendo énfasis en los aspectos informáticos, tales como el modelado 3D, el desarrollo de software para para la cinemática inversa y monitorear el robot.

En muchas ocasiones, los robots son diseñados para propósitos generales. Características como volumen de trabajo, carga de trabajo están determinadas de antemano y el usuario selecciona en un catálogo el modelo de robot que más se aproxima a sus necesidades.

El laboratorio de la Universidad Tecnológica de Tlaxcala, no cuenta con variedad de robots, por lo que el auto equipamiento es crucial para el correcto funcionamiento del laboratorio, se propone la habilitación del robot CRS modelo A465 de seis grados de Libertad, que se encuentra dañado actualmente. Es un robot de tipo Gantry o pórtico, este robot es capaz de ubicar un objeto en un espacio de tres dimensiones, pero en muchas ocasiones se necesita simular y validar tanto la cinemática directa e inversa, así como visualizar la trayectoria que podría efectuar, respetando las características del controlador y que a continuación se muestran en la Tabla 1.2:

Tabla 1.0.3 Limitaciones de articulación en función del área de trabajo del robot CSR A 465.

Eje	Rango de trabajo	Velocidad máxima
J1 Cintura	$\pm 175^\circ$	180 °/segundo
J2 Hombro	$+ 90^\circ$	180 °/segundo
J3 Codo	$+ 45^\circ$	180 °/segundo
J5 Cabeceo de la muñeca	$\pm 105^\circ$	173 °/segundo

Es necesario una parte realidad virtual y modelado de este tipo de robot con la finalidad que se pueda tener la seguridad que el sistema funcionara bajo ciertas condiciones.

En este proyecto se desea implementar técnicas de diseño, monitoreo y modelado de realidad virtual para la validación de movimientos y trayectoria de un robot de cuatro grados de libertad.

Capítulo 2 Marco teórico

Desde la aparición del hombre en la tierra ha quedado maravillado con la naturaleza y una de las mejores pruebas de este fenómeno son las réplicas de seres vivos que ha hecho a lo largo de la historia, este afán de imitar la vida lo ha llevado a tomar a la naturaleza como inspiración, ya sea en pinturas, estatuas, tallados, grabados en tela, etc.

Esta búsqueda lo empujó a la construcción de máquinas que emulen o imiten la vida de un ser vivo, y de esto trata la robótica, imitar el comportamiento de un ser vivo. El hombre por siglos ha soñado con construir máquinas que se asemejen a él para que hagan los trabajos rutinarios. Desde la primera revolución industrial el hombre ha tratado mejorar los procesos industriales, la primera intención fue remplazar el esfuerzo de él o los animales por las máquinas, la segunda fue sustituir el trabajo manual del hombre por máquinas apoyando en las operaciones repetitivas que resultan tediosas y o dañinos para la salud.

Existen diversos tipos de configuración de robots industriales, con la que contamos en la Universidad Tecnológica de Tlaxcala es un robot serial, que emplea tres motores de cd, en dichos motores se ensambla un encoder de tipo incremental, para el movimiento de la cintura, hombro y codo, así como tres servos para el movimiento de la muñeca. Además de contar con sensores que son empleados para fijar los límites de movimiento. En el caso de los motores eléctricos recomendamos checar (Buitrón, 1994), para la parte de sensores checar (Creus, 1998),

A continuación se muestra la información relacionada con los tipos de robot, para que se identifique plenamente la configuración, en el caso del de la Universidad Tecnológica de Tlaxcala es un **Robot Articulado marca CRS modelo A465**.

2.1.- Robótica

La construcción de máquinas que imiten el comportamiento de un ser vivo, data desde tiempos muy antiguos, como es el caso de los egipcios, que unieron brazos mecánicos a las estatuas de sus dioses. Estos brazos fueron operados por sacerdotes, quienes clamaban que el movimiento de estos era inspiración de sus dioses. Los griegos construyeron estatuas que operaban con sistemas hidráulicos, los cuales se utilizaban para fascinar a los adoradores de los templos. En la actualidad se construyen máquinas que imitan el comportamiento del ser humano
Figura 2.1



Figura 2.1 Robot ASIMO (2000) humanoid robot, tareas como entregar charolas, caminar como humano, Publicado el 6 de abril del 2012 en el top 10 de robots.

2.1.1.- Historia de los robots

809 El califa Harún Al-Raschid regaló a Carlos Magno, un reloj en el cual aparecían figuras que daban la hora.

1354 En la catedral de Estrasburgo, se incorpora un gallo que aparece al dar la hora, bate las alas y canta 3 veces.

1500 Leonardo Da Vinci, elaboró un león que, cuando Luis XII entró en Milán, presentó sus homenajes al rey, abriéndose el pecho y mostrando un escudo con tres lirios.

1500 El mecánico alemán Cristóforo Schissler fabrico una muñeca automática que se movía con gran desenvoltura.

1642 Blas Pascal y su máquina calculadora”

1738 Jacques Vaucanson expuso en Paris una serie de “ánade”, aleteaba, nadaba en el agua, se alisaba las plumas con el pico, bebía tragando el agua, picoteaba y comía el alimento que se le daba.

1805 Henri Maillardet construyó una muñeca mecánica que era capaz de hacer dibujos.

1920 La palabra **Robot** es acuñada y proviene de una traducción de origen Checo al inglés de la obra RUR (Robots Universal Rossum), escrita por Karel Capek en 1920

1946 Aparecen las primeras patentes con muy primitivos robots para el traslado de maquinaria

1946 Aparecen las primeras computadoras: J. Presper Eckert y John Maluchy construyeron el ENAC en la universidad de Pensilvania y la primera máquina digital de propósito general se desarrolla en el MIT.

1953 El primer robot móvil de la historia, pese a sus muy limitadas capacidades, fue ELSIE (electro-Light-Sensitive Internal-External), construido en Inglaterra.

1954 Devol diseña el primer robot programable y acuña el término “autómata universal”. Que posteriormente recorta a Unimation (primera compañía de robótica).

1959 Comercialización de robots con el primer modelo de la Planet Corporation que estaba controlado por interruptores de fin de carrera.

En los sesenta, La NASA inició su programa de cooperación con el Jet Propulsion Laboratory para desarrollar plataformas capaces de explorar terrenos hostiles. El fruto de esta alianza seria el MARS-ROVER que estaba equipado con un brazo mecánico tipo STANFORD, un dispositivo telemétrico láser, cámaras y sensores de proximidad.

1960 Primer robot “Unimate”, basada en la transferencia de artículos. Programada de Devol. Utilizan los principios de control numérico para el control de manipulador y era un robot de transmisión hidráulica.

1961 Un robot Unimate se instaló en la Ford Motors Company para atender una máquina de fundición de troquel.

1964 Se abren laboratorios de Investigación en inteligencia Artificial en el MIT, el SRI (Stanford Research Institute) y en la universidad de Edimburgo. Poco después los japoneses que anteriormente importaban su tecnología robótica, se sitúan como pioneros del mercado.

1966 Trallfa, una firma noruega, construyó e instaló un robot de pintura por pulverización.

1971 El “Stanford Arm”, un pequeño brazo de robot de accionamiento eléctrico, se desarrolló en la Stanford University.

1973 Se desarrolló en el SRI el primer lenguaje de programación de robots del tipo de computadora para la investigación con la denominación WAVE. Fue seguido por el lenguaje AL en 1974. Los dos lenguajes se desarrollaron posteriormente en el lenguaje VAL comercial para Unimation por Victor Scheinman y Bruce Simano.

1978 Se introdujo el robot PUMA (Programmable Universal Machine for Assambly) para tareas de montaje por Unimation, Basándose en diseños obtenidos en un estudio de la General Motors.

1980 Un sistema robótico de captación de recipientes fue objeto de demostración en la Universidad de Rhode Island. Con el empleo de visión de máquina el sistema era capaz de captar piezas en orientaciones aleatorias y posiciones fuera de un recipiente.

En los ochenta aparece el CART del SRI que trabaja con procesado de imágenes estero, más una cámara adicional acoplada en su parte superior. También en la década de los ochenta, el CMU-ROVER de la Universidad de Carnegie Mellon incorporaba por primera vez una rueda timón, lo que permite cualquier posición y orientación del plano.

Actualmente, el concepto de robótica ha evolucionado hacia los sistemas móviles autónomos, que son aquellos que son capaces de desenvolverse por sí mismos en entornos desconocidos y parcialmente cambiantes de supervisión.

En la actualidad, la robótica se debate entre modelos sumamente ambiciosos, como es el caso de IT, diseñado para expresar emociones, el COG, También conocido como el robot de cuatro sentidos, el famoso SOUJOURNER o el LUNAR

ROVER, vehículo de turismo con control remoto, y otros mucho más específicos como CYPHER, un helicóptero robot de uso militar, el guardia de tráfico japonés ANZEN TARO o los robots mascotas de Sony.

En general la historia de la robótica la podemos clasificar en cinco generaciones (división hecha por Michael Cangel, director del Centro de Aplicaciones Robóticas de Science Application Inc. En 1984). Las dos primeras, ya alcanzadas en los ochenta, incluían la gestión de tareas repetitivas con autonomía muy limitada. La tercera generación incluiría la visión artificial, en lo cual se ha avanzado mucho en los ochenta y noventa. La cuarta incluye movilidad avanzada exteriores e interiores y la quinta entraría en el dominio de la inteligencia artificial en la cual se está trabajando actualmente.

El robot que analizaremos se ubica en las dos primeras generaciones (gestión de tareas repetitivas con autonomía limitada), y su configuración es similar a la configuración del robot PUMA de UNIMATION, que a su vez se considera una evolución del brazo Stanford. Por sus características de construcción se considera un robot antropomórfico, esto es por la analogía con el ser humano ya que sus grados de libertad se asimilan a los del ser humano, cintura, hombro, codo, antebrazo y muñeca.

2.1.2. Configuración de robots industriales

La estructura típica de un robot está compuesto por eslabones articulados entre ellos, pueden ser prismáticos (movimiento lineal) o rotacional, la combinación de estos provoca un comportamiento que se ve reflejado en el área de trabajo, a esto se debe que existen distintas configuraciones de robots, dependiendo de la aplicación que se le desee dar. A continuación se muestra la configuración de los robots industriales.

Cartesiano / Rectilíneo El movimiento se realiza con articulaciones prismáticas. Esta configuración se emplea principalmente cuando el espacio de trabajo es grande Figura 2.2.

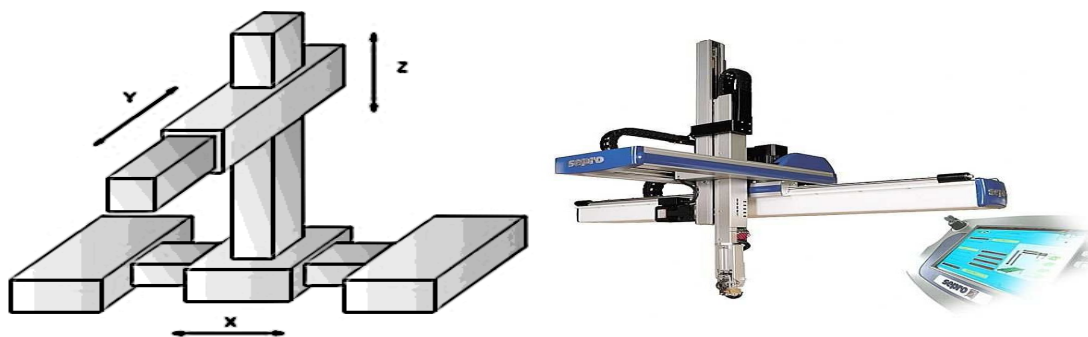


Figura 2.2 Robot Cartesiano (XYZ) Spro 20 – 2 500T Diseñado para ser usado en máquina inyectora de plástico – Sepor 2009.

Cilíndrico El robot tiene un movimiento de rotación sobre una base, una unión prismática para la altura y una unión prismática para el radio. Esta configuración se emplea principalmente cuando el espacio de trabajo a cubrirse es redondo. Figura 2.3

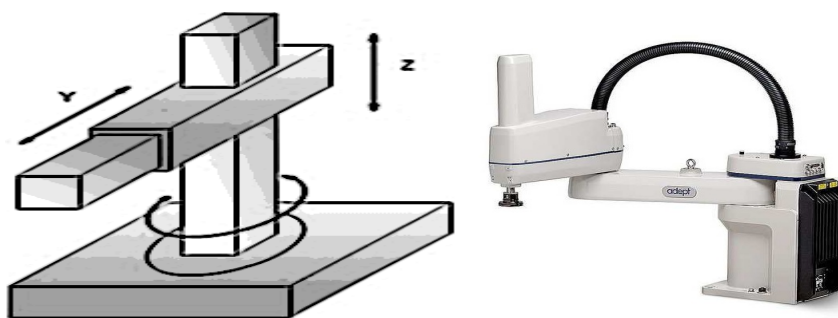


Figura 2.3 Robot Cilíndrico Adept Cobra s350 utilizado para aplicaciones de montaje a alta velocidad – Adapt 2008

Esférico Para esta configuración se tienen dos uniones de rotación y una unión prismática, lo que permite al robot apuntar en muchas direcciones, Figura 2.4.

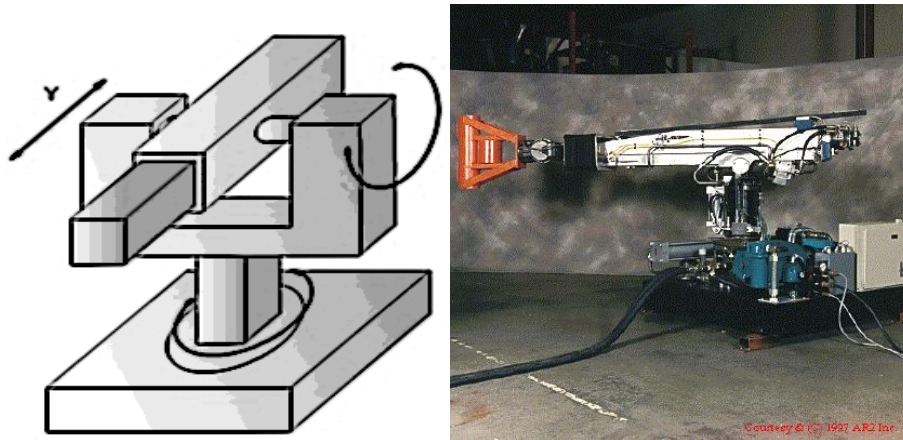


Figura 2.4 Robot Esférico Unimate 2005B utilizado para aplicaciones de montaje de piezas en máquinas CNC- Unimate- 1961

Articulado En este caso el robot posee 3 uniones de rotación para posicionar el robot. Generalmente el volumen de trabajo es esférico. La configuración de estos tipos de robots ha sido tomada teniendo como modelo al brazo humano (cintura, hombro, codo y muñeca) Figura 2.5

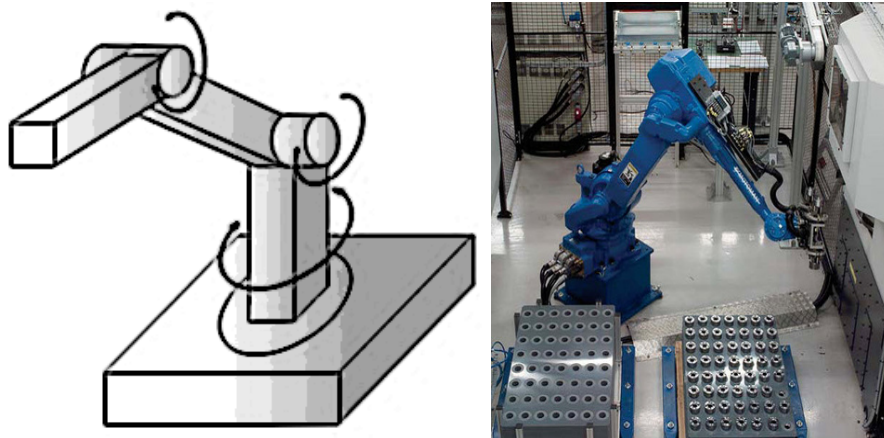


Figura 2.5 Robot Articulado Motoman UP50N utilizado para aplicaciones de montaje 2005Bde piezas en máquinas CNC – Yaskawa 2010

Robot Paralelo Un robot paralelo está compuesto por una cadena cinemática cerrada, la cual consta de cadenas seriales separadas que conectan al

eslabón fijo (plataforma fija) con el efector final o eslabón móvil (plataforma móvil)
Figura 2.6.

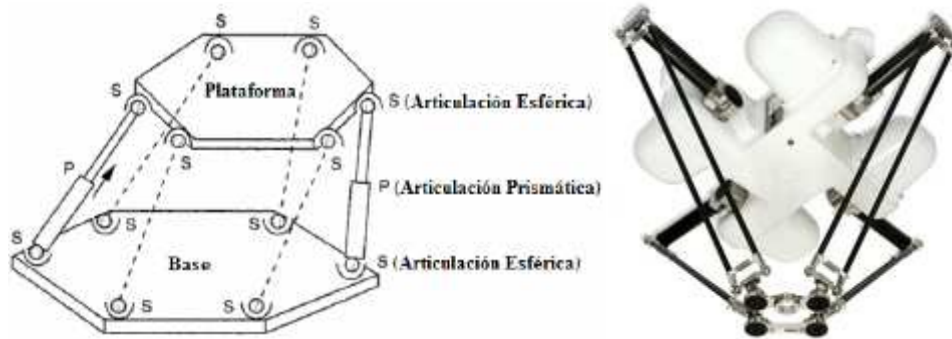


Figura 2.6 Robot Paralelo Adept S650HS utilizando para aplicaciones de recolección para alta velocidad Adapt 2008

2.1.3 Aplicaciones

La principal aplicación de los robots tiene lugar en la industria, donde es habitual la repetición de tareas, como la fabricación en serie de piezas y maquinaria Figura 2.7, lo que obliga a realizar todas exactamente iguales. Un robot está programado para realizar los mismos movimientos y con la misma precisión, por lo que es perfecto para aplicaciones industriales.



Figura 2.7 Robot Motoman Industrial tomando piezas de Torno CNC – Yaskawa - 2010 UP50N utilizado para aplicaciones de montaje 2005Bde piezas en máquinas CNC – Yaskawa 2010

A continuación se muestran las aplicaciones más comunes de los robots industriales:

- Almacenamiento, carga y descarga de objetos, operaciones industriales de mecanización.
- Ensamble y soldadura de piezas.
- Recubrimientos y aplicación de pintura.
- Realización de taladros, remachado.
- Operaciones de atornillado o enroscado.
- Fabricación de piezas torneadas.
- Corte de piezas mediante sierra o láser.
- Inspecciones en lugares inaccesibles.
- Manipulación de residuos tóxicos o peligrosos.
- Manipuladores en la industria alimentaria.
- Limpieza de ríos y puertos.

Como olvidar la industria de los parques temáticos, la compañía KUKA Roboter tiene la primera certificación global para hacer su famoso ROBOCOASTER Figura 2.8, un robot articulado con la capacidad de que la gente se puede subir, esto es lo que comentan sus creadores en el sitio oficial de KUKA Roboter. “In the unique ROBOCOASTER from KUKA Roboter, the advantages of the practically unrestricted freedom of motion and excellent dynamic performance of an industrial robot have been exploited in the leisure and amusement industry for the first time”



Figura 2.8 ROBOCOASTER primer robot certificado para transportar humanos KUKA Roboter-2009.

En resumen, después de analizar la información mostrada, como ya se mencionó el robot CRS A 465, se ubica en las dos primeras generaciones, y su configuración es similar a la configuración del robot PUMA de UNIMATION, la configuración tipo Gantry, es empleada en la industria para aplicar soldadura, pintura, abastecimiento de materiales a celdas de manufactura, y algunas aplicaciones médicas, entre otras. De este robot (CRS A465) se obtendrá el modelo matemático. Hay que mencionar que este robot es uno de los más empleados en las universidades y en algunos centros de investigación, este hecho hace que también sea uno de los más estudiados. Se han publicado trabajos relacionados con los del Robot PUMA de seis grados de Libertad, ejemplos(Newman P. & Murray, 1987), el cual propone el modelo dinámico del puma, que sirvió como referencia, otros relacionados directamente con el CRS A465 como los de , (Rajruangrabin, 2007), en este trabajo se orienta a la parte de control con el empleo del filtro de Kalman (Radkhah, Kulic, & Croft, 2007), estos autores efectúan la identificación de los parámetros dinámicos del robot A460, (Luna & Islas, 2007), estos autores trabajan con la simulación en Lab View (Gudiño & Arteaga, 2006), el enfoque de este trabajo es en el modelo dinámico, control y simulación empleando dos robot CRS, (Simpson & Hayes, 2004), estos autores proponen la simulación de la cinemática, (Moreno, 2003), en esta tesis de grado, se trabaja en Visión artificial estéreo con aplicación al control de un brazo robot (Belousov, Chellali, & Clapworthy, 2001), la aportación de estos autores se basa en el diseño de herramientas de realidad virtual para robótica, (Baltazar, 1994), en esta tesis desarrollada en el CENIDET, el autor trabaja con la Dinámica

manipuladores de eslabones rígidos mediante simulación numérico gráfica, los trabajos antes consultados se enfocan al desarrollo de metodologías para el empleo, reconocimiento y aplicaciones de dicho robot (CRS A465).

2.2 Sistemas de control

Un sistema de control está definido como un conjunto de componentes que pueden regular su propia conducta o la de otro sistema con el fin de lograr un funcionamiento predeterminado, de modo que se reduzcan las probabilidades de fallos y se obtengan los resultados buscados.

Los sistemas de control deben conseguir los siguientes objetivos:

- Ser estables y robustos frente a perturbaciones y errores en los modelos.
- Ser eficientes según un criterio preestablecido evitando comportamientos bruscos e irreales.

2.2.1 Clasificación según su comportamiento

Sistema de control de lazo abierto:

Es aquel en que solo actúa el proceso sobre la señal de entrada y da como resultado una señal de salida independiente a la señal de entrada, pero basada en la primera. Esto significa que no hay retroalimentación hacia el controlador para que éste pueda ajustar la acción de control.

Estos sistemas se caracterizan porque:

- Son sencillos y de fácil concepto.
- Nada asegura su estabilidad ante una perturbación.
- La salida no se compara con la entrada.
- Son afectados por las perturbaciones. Éstas pueden ser tangibles o intangibles.
- La precisión depende de la calibración del sistema.

Sistema de control de lazo cerrado:

Son aquellos en los que la acción de control está en función de la señal de salida. Los sistemas de circuito cerrado usan retroalimentación desde un resultado final para ajustar la acción de control en consecuencia.

El control de lazo cerrado es imprescindible cuando:

- Un proceso no es posible de regular por el hombre.
- Una producción a gran escala que exige grandes instalaciones y el hombre no es capaz de manejarla.
- Se requiere vigilar un proceso especialmente duro y requiere una atención que el hombre puede perder fácilmente por cansancio o despiste.

Sus características son:

- Complejos, pero amplios en cantidad de parámetros.
- La salida se compara con la entrada y afecta para el control del sistema.
- Estos sistemas se caracterizan por su propiedad de retroalimentación.
- Más estables a perturbaciones y variaciones internas.

2.2.2 Tipos de sistema de control.

Se pueden clasificar de la siguiente manera:

1. Por su causalidad pueden ser causales y no causales. Un sistema es causal si existe una relación de causalidad entre las salidas y las entradas del sistema, más explícitamente, entre la salida y los valores futuros de la entrada.
2. Según el número de entradas y salidas del sistema:
 - De una entrada y una salida o SISO (single Input, Single Output).
 - De una entrada y múltiples salidas o SIMO (Single Input, Multiple Output).
 - De múltiples entradas y una salida o MISO (Multiple Input, Single output).
 - De múltiples entradas y múltiples salidas o MIMO (multiple input, multiple output).
3. Según la ecuación que define el sistema, se denominan lineales, si la ecuación diferencial que lo define es; y no lineales, si no lo es.

4. Las señales o variables de los sistemas dinámicos son función del tiempo. Y de acuerdo con ello estos sistemas son:
 - De tiempo continuo o analógicas, si el modelo del sistema es una ecuación diferencial, y por tanto el tiempo se considera infinitamente divisible.
 - De tiempo discreto, si el sistema está definido por una ecuación por diferencias. El tiempo se considera dividido en periodos de valor constante. Los valores de las variables son digitales (sistema binario y hexadecimal, etc.), y su valor solo se conoce en cada periodo.
 - De eventos discretos, si el sistema evoluciona de acuerdo con variables cuyo valor se conoce al producirse un determinado evento.
5. Según la relación entre las variables de los sistemas, diremos que:
 - Dos sistemas están acoplados, cuando las variables de uno de ellos están relacionados con las del otro sistema.
 - Dos sistemas están desacoplados, si las variables de ambos sistemas no tienen ninguna relación.
6. En función de la evolución de las variables de un sistema en el tiempo y el espacio, pueden ser: estacionarios, cuando sus variables son constantes en el tiempo y en el espacio y no estacionarios cuando no lo son en el tiempo y el espacio.
7. Según sea la respuesta del sistema (valor de la salida) respecto a la variación de la entrada del sistema: se considera estable cuando ante una variación muy rápida de la entrada se produce una respuesta acotada de la salida inestable cuando ante una entrada igual a la anteriormente citada se produce una respuesta no acotada de la salida.
8. Si se comparan o no, la entrada y la salida de un sistema, para controlar esta última, el sistema se denomina: sistema de lazo abierto o en lazo cerrado.
9. Según la posibilidad de predecir el comportamiento de un sistema, es decir su respuesta, se clasifican en:
 - Sistema determinista, cuando su comportamiento futuro es predecible dentro de unos límites de tolerancia.
 - Sistema estocástico, si es imposible predecir el comportamiento futuro. Las variables del sistema se denominan aleatorias.

2.2.3 Características de un sistema de control

1. **Señal de corriente de entrada:** Considerada como estímulo aplicado a un sistema desde una fuente de energía externa con el propósito de que el sistema produzca una respuesta específica.
2. **Señal de corriente de salida:** Respuesta obtenida por el sistema que puede o no relacionarse con la respuesta que implicaba la entrada.
3. **Variable manipulada:** Es el elemento al cual se le modifica su magnitud, para lograr la respuesta deseada. Es decir, se manipula la entrada del proceso.
4. **Variable controlada:** Es el elemento que desea controlar. Se puede decir que es la salida del proceso.
5. **Conversión:** Mediante receptores se generan las variaciones o cambios que se producen en la variable.
6. **Variaciones externas:** Son los factores que influyen en la acción de producir un cambio de orden correctivo.
7. **Fuente de energía:** Es la que entrega la energía necesaria para generar cualquier tipo de actividad dentro del sistema.
8. **Retroalimentación:** Es una característica importante de los sistemas en lazo cerrado. Es una relación secuencial de causas y efectos entre las variables del sistema.

2.2.4 Sintonización de Controles

La selección de un tipo de controlador (P, PI, PID) y sus parámetros está íntimamente relacionada con el modelo del proceso a controlar. El ajuste de los parámetros del controlador para lograr un control satisfactorio es llamado sintonización. La selección de éstos es esencialmente un problema de optimización en el cual el diseñador del sistema intenta satisfacer algunos criterios, el resultado del cual es en ocasiones referido como “buen control”. El proceso de optimización puede variar desde un método “prueba y error” para encontrar los parámetros adecuados hasta un elaborado cálculo basado en un modelo del proceso y criterios específicos. En muchas aplicaciones, no hay un modelo del proceso y el criterio para el “buen control” está vagamente definido. Un criterio para un buen control es que la respuesta del sistema a una entrada de escalón en el set point o en la carga tenga un rebasamiento mínimo y un cuarto

del coeficiente de decaimiento. Otro criterio puede incluir un tiempo mínimo (minimum rise time and minimum setting time).

La determinación del modelo de un proceso de manera experimental es referida como identificación de proceso.

A continuación se describirá la naturaleza de la respuesta al escalón unitario para cada tipo de controlador aplicado a un sistema.

- Control Proporcional: Como se muestra en la Figura 2.9, el control proporcional produce un rebasamiento seguido de una respuesta oscilatoria, cuyos niveles fuera de valor son iguales a los del set point; este último desplazamiento del set point se llama desfasamiento.
- Control Proporcional Derivativo: Para este caso la respuesta muestra un menor rebasamiento y periodo de oscilación comparado con la respuesta de un control proporcional. El desfasamiento que sigue presente es menor que el del control proporcional.
- Control Proporcional Integral: En este caso, la respuesta tiene aproximadamente el mismo rebasamiento que el control proporcional, pero el periodo es más grande, sin embargo, la respuesta regresa al set point (desfasamiento = 0) después de un relativamente tiempo de establecimiento largo. La influencia más benéfica de la acción integral en un controlador es la eliminación del desfasamiento.
- Control Proporcional – Integral – Derivativo: Como se puede esperar, el uso del control PID combina los beneficios de un PD o PI. La respuesta tiene rebasamientos más bajos y regresa al set point más rápido que en cualquier otro tipo de controladores.

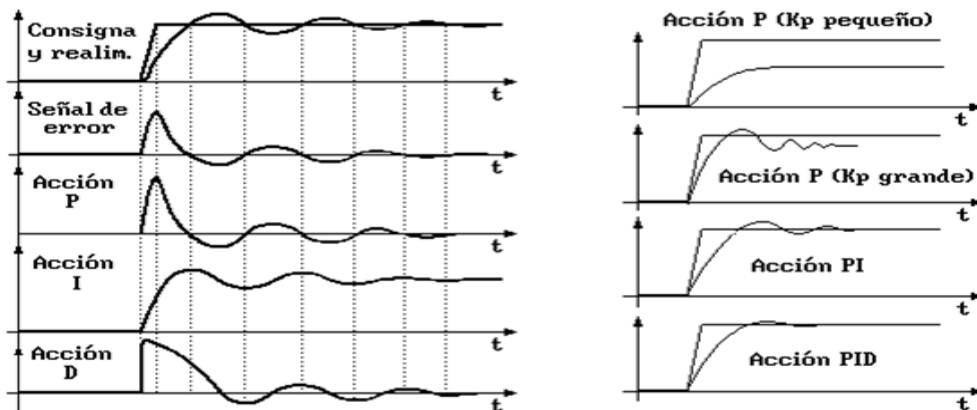


Figura 2.9 Respuesta de un sistema de control típico usando varios modos de control.

Por la naturaleza de las respuestas antes descritas, se pueden hacer las siguientes generalizaciones. La acción integral, que está presente en los controladores PI y PID, elimina el desfase. La adición de la acción derivativa acelera la respuesta al contribuir con una componente de la señal a la salida del controlador, que es proporcional a la razón del proceso.

Simplemente, para los procesos de bajo orden (primero y segundo) que pueden tolerar algún desfase, el control P o PD es suficiente pero para los que no lo toleran se requiere de un control PI. Para procesos que son de orden alto, el control PID es necesario para prevenir un gran rebasamiento y tiempo de estabilización.

Probablemente hay una justificación para seleccionar un control P O PD para varios procesos. El controlador PI es usualmente escogido porque elimina el desfase y requiere sólo dos parámetros de ajuste. Sintonizar un control PID es más complicado porque se deben ajustar 3 parámetros. La presencia de la acción derivativa puede provocar que la salida del controlador muestre la presencia de ruido en las señales.

La sintonización de los controladores PID consiste en la determinación del ajuste de sus parámetros (K_c , T_i , T_d), para lograr un comportamiento del sistema de control aceptable y robusto de conformidad con algún criterio de desempeño establecido.

Para poder realizar la sintonización de los controladores, primero debe identificarse la dinámica del proceso, y a partir de ésta determinar los parámetros del controlador utilizando el método de sintonización seleccionado.

(Alfaro, 2002) Resume y compara diversos métodos de sintonización de PID's.

En la industria de procesos, la mayor parte de los controladores se emplean para responder a un cambio en la perturbación, y se requiere de una buena regulación para seguir el cambio en el valor deseado, con excepción de los controladores esclavos en los sistemas de control en cascada.

Si el controlador se ha sintonizado para lograr una buena respuesta en un cambio en el valor deseado, no eliminará las perturbaciones en forma efectiva, si el sistema contiene un integrador o si su constante de tiempo es grande.

Es importante, entonces, determinar los requisitos de funcionamiento del lazo de control para seleccionar el procedimiento de control adecuado.

El desarrollo de los métodos de sintonización Ha sido extenso desde Zeigler y Nichols pusieron su procedimiento en 1942, Normalmente, se dividen en métodos de lazo abierto y métodos de lazo cerrado.

- Métodos de Lazo Abierto. El controlador cuando está instalado operará manualmente. Produciendo un cambio escalón a la salida del controlador se obtiene la curva de reacción del proceso, a partir de la cual se identifica un modelo para el mismo, usualmente de primer orden más tiempo muerto. Este modelo es la base para la determinación de los parámetros del controlador.
- Métodos de lazo cerrado. El controlador opera automáticamente produciendo un cambio en el valor deseado se obtiene información del comportamiento dinámico del sistema para identificar un modelo de orden reducido para el proceso, o de las características de la oscilación sostenida del mismo, para utilizarla en el cálculo de los parámetros del controlador.

Se restringirá la presentación de los métodos de sintonización y de los resultados de la comparación, a aquellos desarrollados para los controladores PID que operan como reguladores y utilizan un modelo del proceso. En particular, nos referimos a los siguientes métodos por ser implementados:

- 1.- Zeigler y Nichols.
- 2.- Cohen y Coon.
- 3.- López et al.
- 4.- Kaya y Sheib.
- 5.- Sung et al.

O'Dwyer resume una gran variedad de procedimientos de sintonización para controladores PI y PID más.

2.3 Interfaces

La interface consiste en diversas tarjetas que adquieren los datos de los diferentes sensores para la activación de motores. Prácticamente todo el sistema de control estará seccionado, los elementos de control de un eslabón serán los mismos para el control de los demás eslabones por esta razón solo se describirá solo los elementos de un eslabón.

Generalmente las tarjetas se subdividen en dos partes Potencia y Control, en control encontramos un PIC que contiene comunicación RS232 y un número de entradas y salidas, una etapa lógica un control de límite giro de los motores empleando compuertas lógicas (TTLs) y microswitchs para evitar daños a los motores y al robot, un PWM (Control de ancho de Pulso) para controlar la velocidad, y en la etapa de potencia un puente H o driver L298 para la activación del motor de CD. Por ultimo las señales de salida del PIC se aíslan mediante opto – acopladores como el 4N30 para evitar regresos.

2.3.1 Modelado de procesos

Un proceso es un sistema dinámico, es decir un sistema evolutivo para el cual el tiempo juega un papel fundamental. En el caso general (Figura 2.10), un proceso es un sistema mediante el cual el flujo de información, de energía y de materia sometidos a perturbaciones de cualquiera de las formas antes mencionadas.

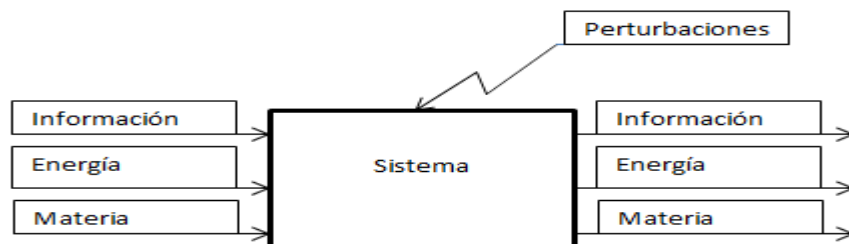


Figura 2.10 Representación general de un proceso.

Desde el punto de vista de un observador, un proceso corresponde a un sistema físico previsto en el contexto de la evolución de los intercambios con su medio ambiente.

Muchas variables se pueden poner en evidencia en un proceso como:

- Entradas de Control: Que pueden actuar en la evolución del proceso.
- Entradas de perturbación: No controlables en general por el utilizador y que actúan directamente sobre el proceso.
- Salidas: Variables medibles o al menos detectables, que caracterizan la acción del proceso sobre un medio ambiente.
- Variables de Estado: Variables internas del sistema, de las cuales la acción sobre el medio ambiente no es necesariamente directamente perceptible pero rigen sobre aquellas que presentan en la evolución del proceso.

El estudio del control de un proceso se efectúa a partir de un modelo de este proceso. Existen muchos tipos de modelos, principalmente los modelos de conocimiento por una parte, y los modelos de representación y conducta por otra parte. Es importante notar que en todos los casos, el sistema existe independientemente del modelo que uno pueda atribuirle y que el modelo no es más que una simplificación y una caracterización de la realidad.

2.3.2 Modelo de Representación y de Conducta

En esta representación, las entradas y salidas del proceso están ligadas por un conjunto de relaciones matemáticas (análisis estructural – sistema generador). Este conjunto puede estar compuesto de relaciones algebraicas, ecuaciones diferenciales y relaciones recurrentes. A estas relaciones de tipo igualdad, se pueden agregar relaciones de desigualdad o inclusión, permitiendo tener en cuenta limitaciones o eventuales saturaciones. En el caso de procesos lineales estacionarios en estado continuo, las relaciones de entrada – salida pueden definirse por matrices de transferencia (en ‘ S’ o ‘Z’)

Los modelos de entrada – salida corresponden a representaciones de tipo “caja negra”

2.3.3 Modelos de Estado

Se caracterizan por un conjunto de variables, de número mínimo, reagrupadas en un vector x de R^n llamado vector de estado, del que el conocimiento en el instante $t_n \in R$ asociado al conocimiento de la evolución de entradas $u \in R^r$ sobre el intervalo $T=[t_0, \tau]$ permite, a partir del modelo, prever la evolución de $x(t)$ sobre t . En la hipótesis determinista, existe entonces una función $\phi(t, t_0, x(t_0), u[t_0, t])$ llamada función de estado, tal que:

$$x(t) = \phi(t, t_0, x(t_0), u[t_0, t]) \quad \text{Ecuación 2.1}$$

Con las propiedades:

$$\phi(t, t_0, x(t_0), u[t_0, t]) = x(t)$$

$$\phi(t, t_0, x(t_0), u[t_0, t]) = \phi(t, t_1, \phi(t_1, t_0, x(t_0)), u[t_0, t], u[t, t_1])$$

$$\forall t_1 \in [t_0, t] \quad \text{Ecuación 2.2}$$

Tal modelo se llama ecuación de estado bajo la forma explícita, frente a los modelos de tipo de ecuaciones diferenciales o recurrentes que son ecuaciones de estado en forma implícita. Los sistemas o parámetros distribuidos pueden interpretarse como sistemas de vector de estado de dimensión infinita.

Es importante notar que los sistemas físicos no solo son anticipativos y no pueden depender de eventos futuros.

En el conjunto R^n , algunos pueden no existir, lo que conduce a definir el conjunto de estados admisibles $x \in R^n$ como el conjunto de x estados posibles. Por ejemplo, para un registro de 4 bits, sólo son posibles 16 estados.

Para un sistema simple de una capacitancia C a través de una resistencia R , el estado (tensión en las terminales del capacitor) puede estar limitado entre -250 y $+250$ V.

Si este conjunto x es compacto, el sistema se dice que está a estado continuo. Si el sistema es contable (no compacto), se tiene entonces un sistema ha estado discreto.

En los dos ejemplos anteriores, el registro es de un sistema ha estado discreto y el RC Continuo.

Si el número de elementos de x es finito. El sistema es a estado finito. Es el caso en la práctica de todos los sistemas informáticos a estado discreto, debido a la saturación de la capacidad de memoria.

Finalmente, los sistemas muestreados corresponden a sistemas a estado continuo observados o controlados a estados contables. En la práctica, estos instantes son normalmente generados por uno o más relojes regulares, lo que lo vuelve un muestreo periódico. Todo esto se puede resumir en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2 Ejemplos de sistemas dependiendo estado y tiempo.

	t	Sistemas a Estado Continuo	Sistemas a Estado Discreto
x		(Ejemplo)	(Ejemplo)
Tiempo Continuo		Ecuación Diferencial	Sistema asíncrono
Tiempo Discreto		Ecuación de Recurrencia	Sistema síncrono
		Automático	Lógico

2.3.4 Modelos gráficos

Constituyen un modo de representación general lo suficientemente fácil de manipular y poseen propiedades remarcables susceptibles de ayudar al modelado y algunas veces permiten validarlo. Los principales tipos de modelos gráficos son:

- a) Los esquemas funcionales:

También llamado representación por esquema de bloques y frecuentemente utilizada de manera intuitiva. Corresponde a una descripción directa del proceso estudiado, la Figura 2.11 y la Figura 2.12, haciendo intervenir o no las diversas matemáticas aplicadas.

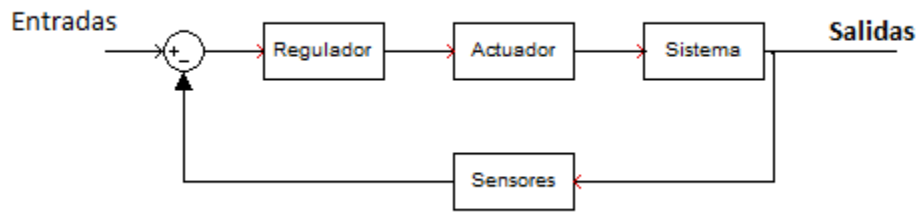


Figura 2.11 Representación por esquema bloques.

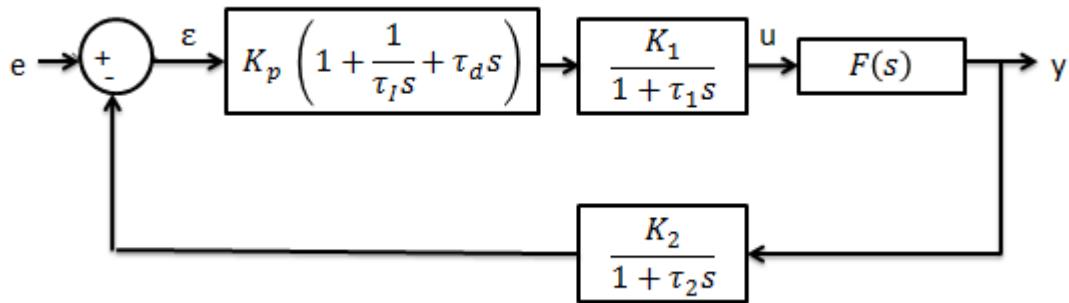


Figura 2.12 Regulación de proceso.

b) Las gráficas de Fluencia:

Corresponden a una representación parecida a la de los esquemas funcionales. El interés de las gráficas de fluencia aparece principalmente en el modelado de sistemas lineales, es decir para las cuales es posible aplicar el teorema de superposición.

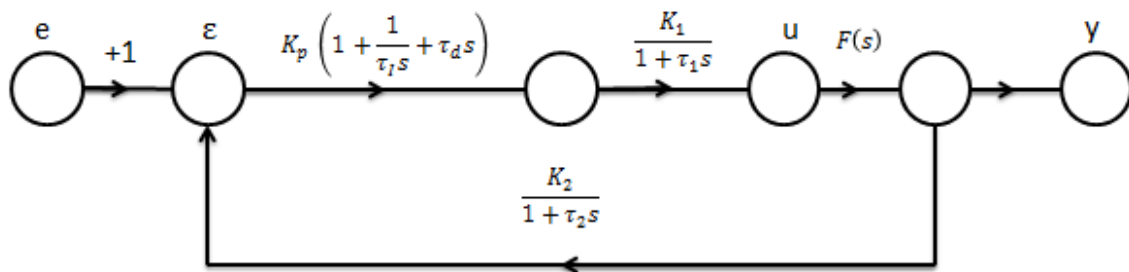


Figura 2.13 Gráfica de fluencia.

c) La redes de Petri y los Graphcets:

Estas representaciones son particularmente adaptadas a los procesos a eventos discretos de los que el número de estados es finito. Son muy importantes, principalmente en la caracterización de sistemas lógicos, sistemas de fabricación automatizados y talleres flexibles.

d) Los Bond – Graphs:

El modelo bond graph asociado a un sistema físico es un intermediario que permite conducir a la escritura de un modelo matemático asegurando la simulación de dicho sistema. (2)

Este modelado puede operarse a un nivel elemental por el encadenamiento de las ecuaciones de un método de integración numérica, o por la utilización de un software avanzado de simulación.

Conjuntamente a este aspecto de simulación, el bond graph es una herramienta de representación que no solo muestra la arquitectura del sistema sino también su organización casual y permite establecer relaciones formales como las transmitancias y las ecuaciones de estado.

Capítulo 3 Materiales y métodos/Implementación del sistema/Ingeniería de diseño (Modelado Matemático)

Antes que nada se debe establecer que el modelado de sistemas es tanto un arte, como una búsqueda científica. Esto significa que sólo se pueden mostrar ciertos aspectos del tema. Cuando se aplica el término modelado, no siempre se tiene una idea clara, generando cierta confusión. Por ejemplo, el análisis de un sistema de control podría interpretarse por el modelado de un sistema como una abstracción matemática en términos de un conjunto de ecuaciones diferenciales. Las variaciones en la interpretación puede ser clarificada por medio de una clasificación de modelos a lo largo de las líneas mostradas en la Figura 3.1 por tanto el nivel más heurístico es el modelo intuitivo; este modelo frecuentemente sólo existe en la mente de los ingenieros como una concepción personal del sistema. Tales modelos necesitan tener existencia física o aspectos matemáticos. En un nivel más tangible se puede hacer una distinción entre los modelos hechos para el análisis y diseño de controladores y aquellos usados en investigación detallada de propiedades fundamentales del sistema. (Wellstead, 1979).

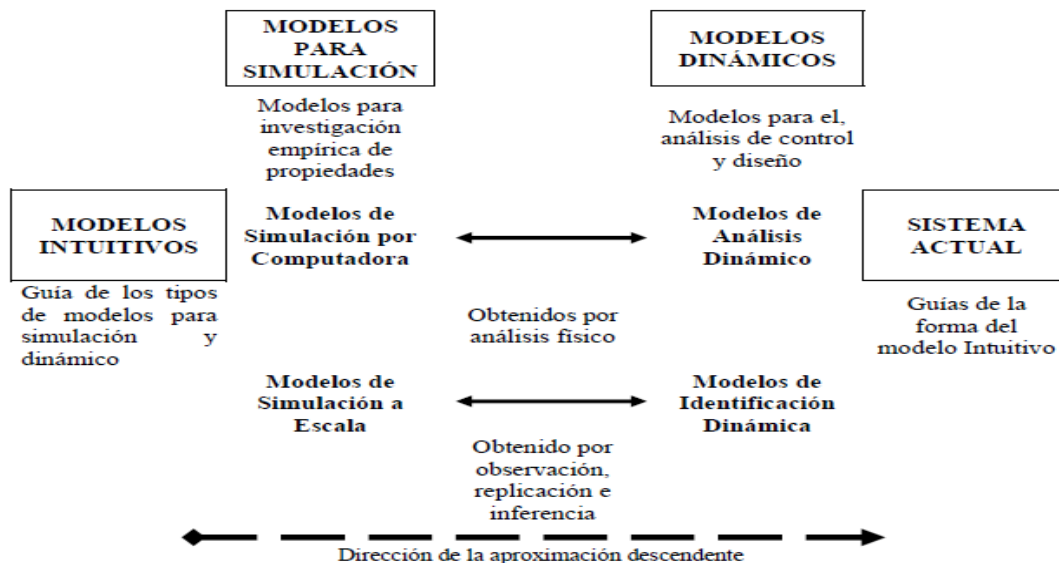


Figura 3.1 Relación entre varios tipos de modelado.

3.1 Cinemática

Se puede hablar dentro del análisis de la cinemática de los robots manipuladores que existen dos formas de determinar su posición y orientación, la cual depende de qué tipo de variable se esté manejando; estas dos formas son conocidas como:

1. Cinemática directa
2. Y la cinemática inversa.

Se puede apreciar su relación en la Figura 3.2 (Barrientos, 2007).

Información adicional acerca de la cinemática, así como los movimientos de las articulaciones se encuentran en el apéndice B.

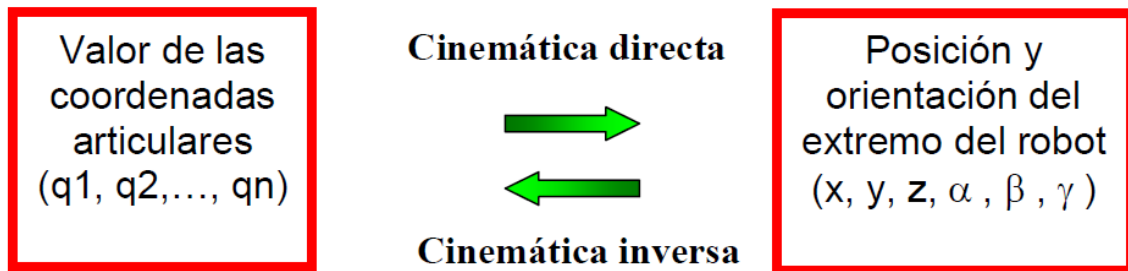


Figura 3.2 Relación entre las cinemáticas directa e inversa.

Para el análisis de la cinemática, las variables que se usaron fueron:

- I1 Longitud del primer eslabón.
- I2 Longitud del segundo eslabón.
- I3 Longitud de la garra.
- θ_1 Ángulo de la cintura.
- θ_2 Ángulo del hombro.
- θ_3 Ángulo del codo.
- θ_4 Giro de la muñeca.
- θ_5 Cabeceo de la muñeca.
- θ_6 Balanceo de la muñeca.

3.1.1 Cinemática directa

La cinemática directa es aquella en la que para obtener la posición y orientación del efector final es necesario establecer un marco de referencia fijo (X_0, Y_0, Z_0) para el cual todos los objetos incluyendo al manipulador son referenciados situándolo dentro, fuera o en la base del robot (Barrientos, 2007).

Para el Robot CRS modelo A465 el marco de referencia, está situado en su base como lo muestra la Figura 3.3a, sin embargo para el análisis se considera el punto de origen al inicio del primer eslabón, puesto que la distancia del punto de origen que tiene el robot y el propuesto, es una distancia fija que no afecta el análisis. Los ejes para el marco de referencia se muestran en la Figura 3.3b.

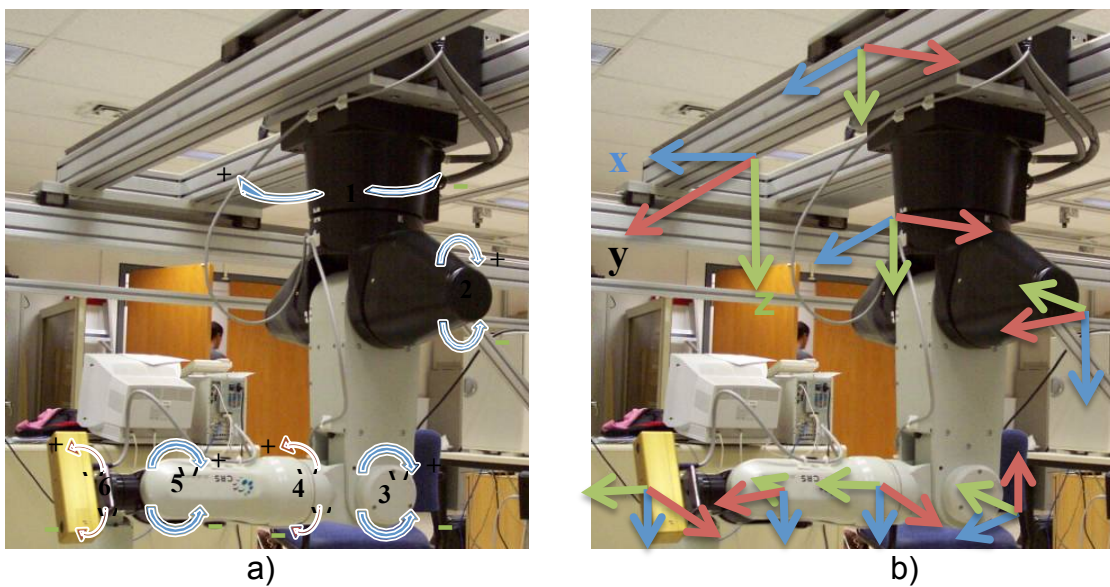


Figura 3.3 Asignación de sentidos de giro (a), Asignación de ejes coordenados (b)

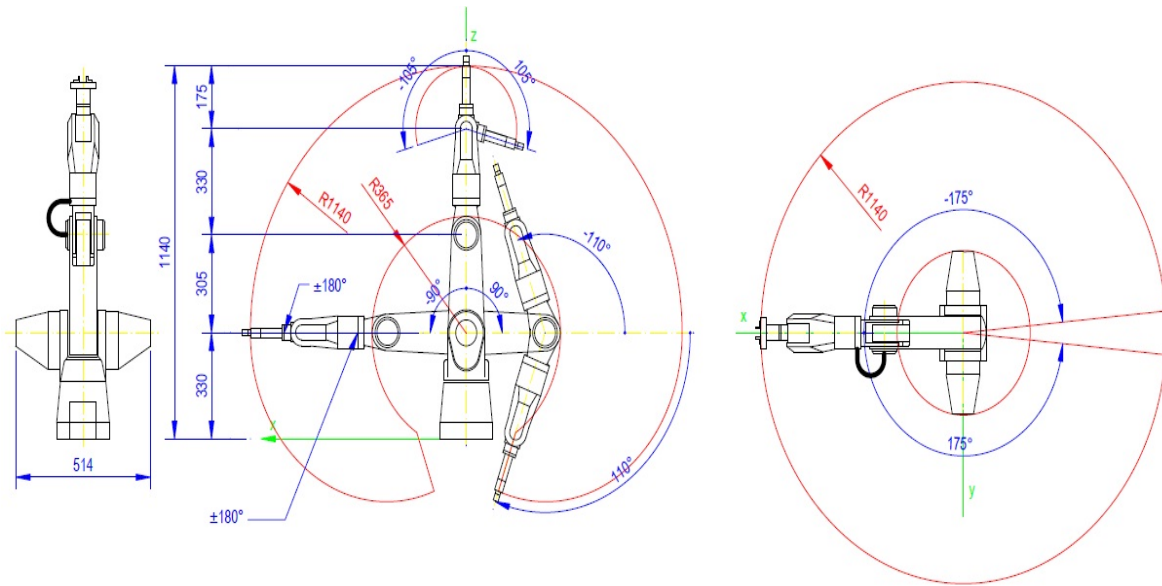


Figura 3.4 Dimensiones robot CRS A 465.

Para el robot CRS A465 se optó por emplear la convención referenciada en *Denavit-Hartenberg (D-H)* (Denavit, 1995); en las que se usan las coordenadas y las transformaciones homogéneas para simplificar las transformaciones entre el marco de referencia y las uniones. Para mayor información acerca de esta convención, así como su metodología remitirse a (Craig, 1989), (Spong, 1993), (Barrientos, 2007), (Fu, 1988), (Ollero, 2001). La Tabla 3.1 que aparece a continuación muestra esta convención aplicada al Robot CRS A 465 (D-H).

Tabla 3.1 Parámetros D-H obtenidos del Robot CRS A 495.

Cadena	θ_i	d_i	a_{i-1}	α_{i-1}
Base	θ_b	0	0	0
1	θ_1	330	0	90
2	θ_2	0	305	0
3	θ_3	0	0	-90
4	θ_4	330	0	90
5	θ_5	0	0	-90
6	θ_6	76	0	0

Dónde:

$\theta_i =$ Ángulo de rotación principal (z)

- $d_i =$ Desplazamiento principal (z)
- $a_i =$ Traslación en (x)
- $\alpha_i =$ Rotación alrededor del eje (x)

Para la obtención de las matrices de las articulaciones se recurre a la siguiente formula, según (Barrientos, 2007).

$$T = \begin{pmatrix} R_{3 \times 3} & P_{3 \times 1} \\ f_{1 \times 3} & W_{1 \times 1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Rotación} & \text{Traslación} \\ \text{Perspectiva} & \text{Escalado} \end{pmatrix}$$

Para el primer eslabón tenemos:

$${}^0_1A = T(Z, \theta_1) * T(z, d_1) * T(x, 90) * I$$

Por lo tanto tendremos las siguientes matrices:

$${}^0_1A = \begin{pmatrix} \cos\theta_1 & -\sin\theta_1 & 0 & 0 \\ \sin\theta_1 & \cos\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.330 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(90) & -\sin(90) & 0 \\ 0 & \sin(90) & \cos(90) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Dando como resultado:

$${}^0_1A = \begin{pmatrix} \cos\theta_1 & 0 & \sin\theta_1 & 0 \\ \sin\theta_1 & 0 & -\cos\theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0.330 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ecuación 3.1

Para el segundo eslabón se tiene que:

$${}^1_2A = T(Z, \theta_2) * T(x, a_2) * T(x, 0) * I$$

Por lo tanto tendremos las siguientes matrices:

$${}^1_2A = \begin{pmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 & 0 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0.305 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Dando como resultado:

$${}^1_2A = \begin{pmatrix} \cos\theta_2 & -\sin\theta_2 & 0 & 0.305\cos\theta_2 \\ \sin\theta_2 & \cos\theta_2 & 0 & 0.305\sin\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Ecuación 3.2}$$

Para el tercer eslabón se tiene que:

$${}^2_3A = T(Z, \theta_3) * I * T(x, -90) * I$$

Por lo tanto tendremos las siguientes matrices:

$${}^2_3A = \begin{pmatrix} \cos\theta_3 & -\sin\theta_3 & 0 & 0 \\ \sin\theta_3 & \cos\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-90) & -\sin(-90) & 0 \\ 0 & \sin(-90) & \cos(-90) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Dando como resultado:

$${}^2_3A = \begin{pmatrix} \cos\theta_3 & 0 & -\sin\theta_3 & 0 \\ \sin\theta_3 & 0 & \cos\theta_3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Ecuación 3.3}$$

Para el cuarto eslabón se tiene que:

$${}^3_4A = T(Z, \theta_4) * T(z, d_4) * T(x, 90) * I$$

Por lo tanto tendremos las siguientes matrices:

$${}^3_4A = \begin{pmatrix} \cos\theta_4 & -\sin\theta_4 & 0 & 0 \\ \sin\theta_4 & \cos\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.330 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(90) & -\sin(90) & 0 \\ 0 & \sin(90) & \cos(90) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Dando como resultado:

$${}^3_4A = \begin{pmatrix} \cos\theta_4 & 0 & \sin\theta_4 & 0 \\ \sin\theta_4 & 0 & -\cos\theta_4 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0.330 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Ecuación 3.4}$$

Para el quinto eslabón se tiene que:

$${}^4_5A = T(Z, \theta_5) * I * T(x, -90) * I$$

Por lo tanto tendremos las siguientes matrices:

$${}^4_5A = \begin{pmatrix} \cos\theta_5 & -\sin\theta_5 & 0 & 0 \\ \sin\theta_5 & \cos\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-90) & -\sin(-90) & 0 \\ 0 & \sin(-90) & \cos(-90) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Dando como resultado:

$${}^4_5A = \begin{pmatrix} \cos\theta_5 & 0 & -\sin\theta_5 & 0 \\ \sin\theta_5 & 0 & \cos\theta_5 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Ecuación 3.5}$$

Para el sexto eslabón se tiene que:

$${}^5_6A = T(Z, \theta_6) * T(z, a_6) * I * I$$

Por lo tanto tendremos las siguientes matrices:

$${}^5_6A = \begin{pmatrix} \cos\theta_6 & -\sin\theta_6 & 0 & 0 \\ \sin\theta_6 & \cos\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.076 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Dando como resultado:

$${}^5_6A = \begin{pmatrix} \cos\theta_6 & -\sin\theta_6 & 0 & 0 \\ \sin\theta_6 & \cos\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0.076 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Ecuación 3.6}$$

Por lo que la matriz de transformación homogénea T está dada por:

$$T = {}^0A_6$$

$$T = {}^0A_1 {}^1A_2 {}^2A_3 {}^3A_4 {}^4A_5 {}^5A_6$$

Donde

$$T = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & P_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & P_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Ecuación 3.7}$$

Por lo tanto la información de la posición y orientación del efector final con respecto hacia el marco de referencia considerado anteriormente, está dada por la evaluación de la matriz T que se expresa en la ecuación 3.7.

La ecuación 3.7 está desplegada en matriz de cofactores que nos proporciona las posiciones del efector final por P_x , P_y , P_z , situado en un espacio cartesiano.

Los términos de los cofactores de la matriz de la ecuación 3.7 son:

$$r_{11} = C(\theta_1 + \theta_2)(C\theta_3(C\theta_4 C\theta_5 C\theta_6 - S\theta_4 S\theta_6)) + S\theta_3(-C\theta_4 S\theta_6 - S\theta_4 C\theta_5 C\theta_6) + S(\theta_1 + \theta_2)S\theta_5 C\theta_6 \quad \text{Ecuación 3.8a}$$

$$r_{21} = S(\theta_1 + \theta_2)(C\theta_3(C\theta_4 C\theta_5 C\theta_6 - S\theta_4 S\theta_6) + S\theta_3(-C\theta_4 S\theta_6 - S\theta_4 C\theta_5 C\theta_6)) - C(\theta_1 + \theta_2)S\theta_5 C\theta_6 \quad \text{Ecuación 3.8b}$$

$$r_{31} = C\theta_3(-C\theta_4 S\theta_6 - S\theta_4 C\theta_5 C\theta_6) + S\theta_3(S\theta_4 S\theta_6 - C\theta_4 C\theta_5 C\theta_6)C(\theta_1 + \theta_2)S\theta_5 C\theta_6 \quad \text{Ecuación 3.8c}$$

$$r_{12} = -(C(\theta_1 + \theta_2)(C\theta_3 C\theta_4 - S\theta_3 S\theta_4)S\theta_5 - S(\theta_1 + \theta_2)C\theta_5) \quad \text{Ecuación 3.8d}$$

$$r_{22} = -(C(\theta_1 + \theta_2)C\theta_5 + S(\theta_1 + \theta_2)(C\theta_3 C\theta_4 - S\theta_3 S\theta_4)S\theta_5) \quad \text{Ecuación 3.8e}$$

$$r_{32} = (C\theta_3 S\theta_4 + S\theta_3 C\theta_4) S\theta_5 \quad \text{Ecuación 3.8f}$$

$$r_{13} = C(\theta_1 + \theta_2)(C\theta_3(-C\theta_4 C\theta_5 S\theta_6 - S\theta_4 C\theta_6) + S\theta_3(S\theta_4 C\theta_5 S\theta_6 - C\theta_4 C\theta_6)) - S(\theta_1 + \theta_2) S\theta_5 S\theta_6 \quad \text{Ecuación 3.8g}$$

$$r_{23} = C(\theta_1 + \theta_2) S\theta_5 S\theta_6 + S(\theta_1 + \theta_2)(C\theta_3(-C\theta_4 C\theta_5 S\theta_6 - S\theta_4 C\theta_6) + S\theta_3(S\theta_4 C\theta_5 S\theta_6 - C\theta_4 C\theta_6)) \quad \text{Ecuación 3.8h}$$

$$r_{23} = C(\theta_1 + \theta_2) S\theta_5 S\theta_6 + S(\theta_1 + \theta_2)(C\theta_3(-C\theta_4 C\theta_5 S\theta_6 - S\theta_4 C\theta_6) + S\theta_3(S\theta_4 C\theta_5 S\theta_6 - C\theta_4 C\theta_6)) \quad \text{Ecuación 3.8h}$$

$$r_{33} = C\theta_3(S\theta_4 C\theta_5 S\theta_6 - C\theta_4 C\theta_6) + S\theta_3(C\theta_4 C\theta_5 S\theta_6 + S\theta_4 C\theta_6) \quad \text{Ecuación 3.8i}$$

Donde por simplicidad

C= Coseno

S= Seno

Por lo que las coordenadas de la posición del efector final en el punto TCP (Tool Center Point) de la Figura y tomando como punto de origen el inicio del primer eslabón mostrado en la misma figura, se tiene:

$$P_x = C(\theta_1 + \theta_2)(C\theta_3(C\theta_4(76S\theta_5 + 105) - 225(S\theta_4 - 1.35556)) + S\theta_3(S\theta_4(-76S\theta_5 - 105) - 225C\theta_4)) - 76S(\theta_1 + \theta_2)C\theta_5 \quad \text{Ecuación 3.8j}$$

$$P_y = 76C(\theta_1 + \theta_2)C\theta_5 + S(\theta_1 + \theta_2)(305(C\theta_3)^2 + C\theta_3(C\theta_4(76S\theta_5 + 105) - 225S\theta_4) + S\theta_3(S\theta_4(-76S\theta_5 - 105) - 225C\theta_4)) \quad \text{Ecuación 3.8k}$$

$$P_z = C\theta_3(S\theta_4(-76S\theta_5 - 105) - 225C\theta_4) + S\theta_3(C\theta_4(-76S\theta_5 - 105) + 225(S\theta_4 - 1.35556)) + 330 \quad \text{Ecuación 3.8l}$$

Para determinar la orientación del efector final se empleó la matriz de rotación que se encuentra dentro de la ecuación 3.1.7

$${}^0_6R = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \quad \text{Ecuación 3.9}$$

Donde la ecuación 3.1.9 representa los vectores de orientación dados por n, s y a:

$${}^0_6R = \begin{pmatrix} n_x & s_x & a_x \\ n_y & s_y & a_y \\ n_z & s_z & a_z \end{pmatrix} \quad \text{Ecuación 3.10}$$

Los tres vectores n, s, a, y TCP son definidos como se ilustra en la Figura 3.5. El vector de aproximación del efector final es "a"; el vector de orientación "s" es la dirección que especifica la orientación de la mano entre los dedos; el vector normal "n" es seleccionado para completar la definición del sistema coordinado usando la regla de la mano derecha (Fu, 1988).

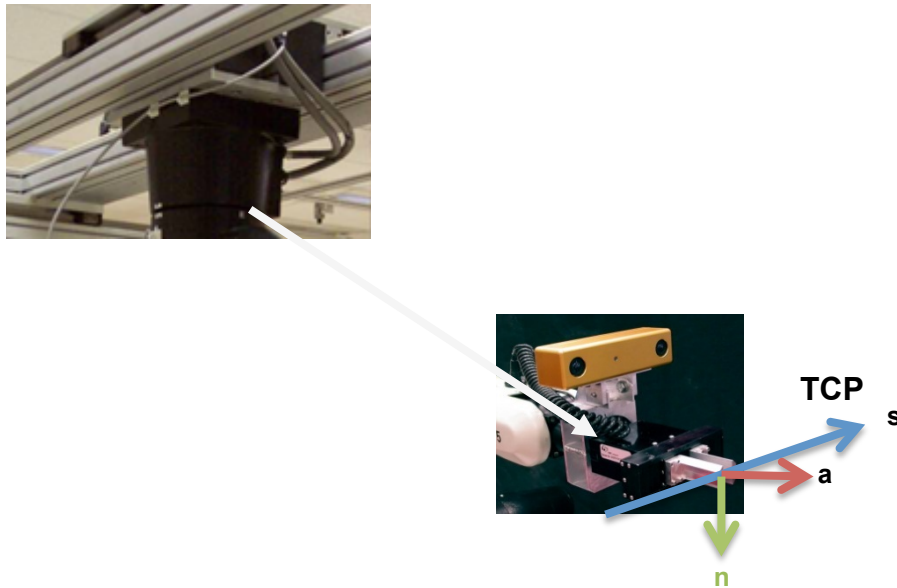


Figura 3.5 Robot y efector final, mostrando la definición de n, s, a y TCP.

3.1.2.- Cinemática inversa

Empleando el método de partición de matrices (Iñigo, 2006) tenemos que:

$${}^0T_6 = {}^0T_3 {}^3T_6 = T_{brazo} T_{mano} \quad \text{Ecuación 3.11}$$

Por lo tanto:

$$T_{brazo} = {}^0A_1 {}^1A_2 {}^2A_3 A \quad \text{Ecuación 3.12}$$

$$T_{mano} = {}^3A_4 {}^4A_5 {}^5A_6 A \quad \text{Ecuación 3.13}$$

Empleando la Solución genérica para cinemática inversa tenemos:

$${}^3A \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ d_4 \\ 1 \end{pmatrix} = d_w \quad \text{Ecuación 3.14}$$

Donde d_4 es igual a la longitud del antebrazo es decir 330 mm.

$$d_w = \begin{pmatrix} 305C(\theta_1 + \theta_2)C\theta_3 - 330S(\theta_1 + \theta_2) \\ 330C(\theta_1 + \theta_2) + 305S(\theta_1 + \theta_2)(C\theta_3)^2 \\ 330 - 305S\theta_3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{xb} \\ P_{yb} \\ P_{zb} \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{Ecuación 3.15}$$

Multiplicando el primer elemento de la igualdad matricial por $S\theta_1$ y el segundo por $C\theta_1$, sumando el resultado y aplicando la identidad $S^2\theta_1 + C^2\theta_1 = 1$, obtenemos:

$$-P_{xb} S\theta_1 + P_{yb} C\theta_1 = d_2 \quad \text{Ecuación 3.16}$$

Esta ecuación es de la forma conocida $-AS\theta_1 + BC\theta_1 = D$, donde, en nuestro caso,

$$A = P_{xb} = r\cos\varphi, \quad B = P_{yb} = r\sin\varphi \quad \text{Ecuación 3.17}$$

Donde $r^2 = P_{xb}^2 + P_{yb}^2$, de modo que:

$$r \sin(\varphi - \theta_1) = d_2 \quad \text{Ecuación 3.18}$$

$$\cos(\varphi - \theta_1) = \pm \sqrt{\left(\frac{1-d_2^2}{r^2}\right)} \quad \text{Ecuación 3.19}$$

$$\tan(\varphi - \theta_1) = \frac{d_2/r}{\pm \sqrt{\left(\frac{1-d_2^2}{r^2}\right)}} \quad \text{Ecuación 3.20}$$

$$\psi = \text{Atan2} \left(\frac{d_2}{\left(\pm \sqrt{(P_{xb}^2 + P_{yb}^2 - d_2^2)}\right)} \right) \quad \text{Ecuación 3.21}$$

$$\varphi = \text{Atan} \left(\frac{P_{yb}}{P_{xb}} \right) \quad \text{Ecuación 3.22}$$

Y Finalmente,

$$\theta_1 = \varphi - \psi \quad \text{Ecuación 3.23}$$

Una elección razonable para θ_2 es $-\pi/2 < \theta_2 < \pi/2$. En ese caso debe elegirse el signo positivo en la raíz cuadrada y θ_1 queda limitado a:

$$\text{Atan} \left(\frac{P_{yb}}{P_{xb}} \right) - \pi < \theta_1 < \arctan \left(\frac{P_{yb}}{P_{xb}} \right) \quad \text{Ecuación 3.24}$$

Además debe cumplirse que $P_{xb}^2 + P_{yb}^2 > d_2^2$. Como queda dicho anteriormente, en muchos brazos antropomórficos, $d_2 = 0$, en cuyo caso la expresión se simplifica considerablemente.

Si ahora multiplicamos el primer elemento de la igualdad por $c\theta_1$ y el segundo por $s\theta_1$ y sumamos las dos igualdades resultantes, obtenemos:

$$d_4 S(\theta_2 + \theta_3) + a_2 C\theta_2 = P_{xb} C_1 + P_{yb} S_1 \quad \text{Ecuación 3.25}$$

Llamemos $P_{xb} C\theta_1 + P_{yb} S\theta_1 = A$, de modo que:

$$S(\theta_2 + \theta_3) = \left(\frac{A - a_2 C\theta_2}{d_4} \right) \quad \text{Ecuación 3.26}$$

Del último elemento en la igualdad se obtiene:

$$C(\theta_2 + \theta_3) = \left(\frac{P_{xb} + a_2 S\theta_2}{d_4} \right) \quad \text{Ecuación 3.27}$$

Obteniendo el cuadrado de las dos últimas ecuaciones y sumando, con $S_{ij}^2 + C_{ij}^2 = 1$, después de varias manipulaciones algebraicas, se obtiene:

$$A C \theta_2 - P_{zb} S \theta_2 = \left(\frac{A^2 + a_2^2 + P_{zb}^2 - d_4^2}{2a_2} \right) \quad \text{Ecuación 3.28}$$

Haciendo el lado derecho de la ecuación igual a “B”, para simplificar, tendremos:

$$-P_{zb} S \theta_2 + A C \theta_2 = B$$

Esta ecuación es también de la forma $-C \theta_1 \text{sen} \theta + C \theta_2 = D$, usando exactamente el mismo procedimiento anterior obtenemos:

$$\theta_2 = \arctan\left(\frac{A}{P_{zb}}\right) - \arctan\left(\frac{B}{\sqrt{(A^2 + P_{zb}^2 - B^2)}}\right) \quad \text{Ecuación 3.29}$$

Si se toma el signo positivo, θ_2 estará limitado a los valores

$$\arctan\left(\frac{A}{P_{zb}}\right) - \pi < \theta_2 < \arctan\left(\frac{A}{P_{zb}}\right)$$

Volviendo a las ecuaciones, si dividimos la primera por la segunda tenemos:

$$\frac{S(\theta_2 + \theta_3)}{C(\theta_2 + \theta_3)} = \frac{\left(\frac{A - a_2 C \theta_2}{d_4}\right)}{\left(\frac{P_{zb} + a_2 S \theta_2}{d_4}\right)}$$

O sea

$$\tan(\theta_2 + \theta_3) = \left(\frac{A - a_2 C \theta_2}{P_{zb} + a_2 S \theta_2}\right)$$

De donde:

$$\theta_3 = \arctan\left(\frac{A - a_2 C \theta_2}{P_{zb} + a_2 S \theta_2}\right) - \theta_2 \quad \text{Ecuación 3.30}$$

Para encontrar los otros tres ángulos, tenemos:

$${}^3_6A = \begin{pmatrix} C\theta_4 C\theta_5 C\theta_6 - S\theta_4 S\theta_6 & -C\theta_4 S\theta_5 & -C\theta_4 C\theta_5 S\theta_6 - S\theta_4 C\theta_6 & C\theta_4(76S\theta_5 + 105) - 225S\theta_4 \\ C\theta_4 S\theta_6 + S\theta_4 C\theta_5 C\theta_6 & -S\theta_4 S\theta_5 & C\theta_4 C\theta_6 - S\theta_4 C\theta_5 S\theta_6 & 225C\theta_4 + S\theta_4(76S\theta_5 + 105) \\ -S\theta_5 C\theta_6 & -C\theta_5 & S\theta_5 S\theta_6 & 76C\theta_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$${}^3_6A = \begin{pmatrix} n_x & s_x & a_x \\ n_y & s_y & a_y \\ n_z & s_z & a_z \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} C\varphi C\theta C\psi - S\varphi S\psi & -C\varphi S\theta & -C\varphi C\theta S\psi - S\varphi C\psi & C\varphi(76S\theta + 105) - 225S\varphi \\ C\varphi S\psi + S\varphi C\theta C\psi & -S\varphi S\theta & C\varphi C\psi + S\varphi C\theta S\psi & 225C\varphi + S\varphi(76S\theta + 105) \\ -S\theta C\psi & -C\theta & S\theta S\psi & 76C\theta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{Ecuación 3.31}$$

Para $\sin\theta_5 < 0$ por ejemplo $-\pi > \theta > 0$:

$$\theta_4 = A \tan 2(a_y, a_x)$$

$$\theta_5 = A \tan 2\left(\sqrt{(a_x^2 + a_y^2)} a_z\right)$$

$$\theta_6 = A \tan 2(s_z, -n_z)$$

De otra manera, para $\sin\theta_5 > 0$ por ejemplo $0 < \theta < \pi$:

$$\theta_4 = A \tan 2(-a_y, -a_x) \quad \text{Ecuación 3.32}$$

$$\theta_5 = A \tan 2\left(\sqrt{(a_x^2 + a_y^2)} a_z\right) \quad \text{Ecuación 3.33}$$

$$\theta_6 = A \tan 2(-s_z, +n_z) \quad \text{Ecuación 3.34}$$

3.2 Dinámica

Un robot manipulador es básicamente un dispositivo posicionador. Para controlar la posición se deben conocer las propiedades dinámicas del manipulador en orden para conocer las fuerzas ejercidas sobre él, que son las causantes de su movimiento.

Tal como la cinemática, en la dinámica también existen las dinámicas directa e inversa y su relación se puede apreciar en la Figura 3.6.

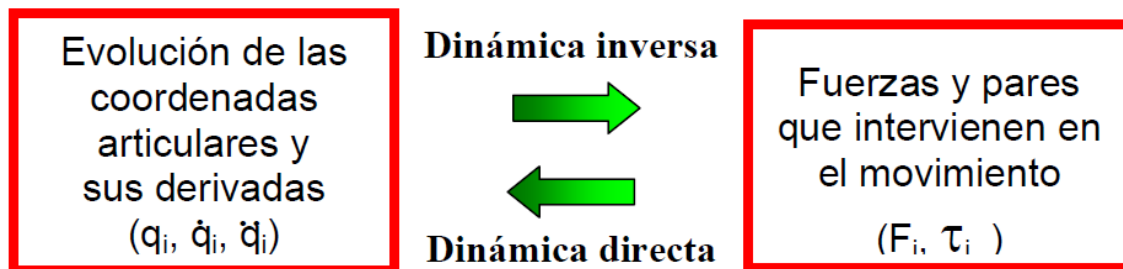


Figura 3.6 Relación entre las dinámicas directa e inversa.

3.2.1 Consideraciones dinámicas

El modelado dinámico inverso se realizó bajo los siguientes criterios:

Para el desarrollo del modelo se omitieron tres últimos grados de libertad, ya que pertenecen a la orientación del efector final y sus efectos no son significativos para el comportamiento dinámico del robot. En general se consideró al manipulador como un sistema rígido, concentrando las masas en el centro de cada eslabón tal y como lo muestra la Figura 3.6; fueron considerados los efectos de fricción provocados por las transmisiones mecánicas que en este caso se da por engranajes y poleas dentadas (esta consideración es importante ya que estos efectos pueden alcanzar un orden de un 25% del par requerido para mover al manipulador en situaciones típicas (Craig, 1989). Esto hace que el sistema sea no conservativo, sin embargo, el sistema puede ser resuelto por medio de la formulación de Lagrange y finalmente aplicando la función de disipación de Rayleigh (apéndice C) se permite adicionar los efectos de fricción al modelo dinámico. En el análisis de cada eslabón, los efectos de las Energías Cinética y Potencial de los eslabones anteriores (si existen) repercuten en el análisis del eslabón en cuestión. Las pérdidas debidas a los huelgos y excentricidades en los engranajes, así como la eficiencia del motor fueron despreciadas dentro del análisis de la ecuación de movimiento de Lagrange.

3.2.2 Dinámica inversa

Resolver las ecuaciones dinámicas de movimiento para el robot no es una tarea simple debido a los grandes números de grados de libertad y sistemas no lineales que lo componen; para poder definir dichas ecuaciones se empleó la formulación de movimiento de Lagrange. El método se encuentra en el apéndice C o en (Lewis, 1993).

Como lo representa la Figura 3.6, el modelo dinámico inverso expresa las fuerzas y pares que intervienen, en función de la evolución temporal de las coordenadas articulares y sus derivadas.

Como se comentó anteriormente, el método para la solución de la dinámica inversa fue la formulación de movimiento de Lagrange; este método se eligió entre otros tantos por que representaba menos complejidad al aplicarlo al CRS A465, debido a sus grados de libertad. La Figura 3.7 muestra las condiciones dinámicas del manipulador (Marion, 1981) y en la Figura 3.8 se muestran estas condiciones en un plano de dos dimensiones; donde cada variable está definida de la siguiente manera:

W	=	Carga aplicada
m_i	=	Masa del i -ésimo eslabón
g	=	Constante de gravedad
l	=	Radio de giro para la masa de la base
a	=	Longitud del primer eslabón
b	=	Longitud del segundo eslabón
I_i	=	Inercia i -ésima del eslabón
v_i	=	Velocidad lineal del i -ésimo eslabón
k_i	=	Energía cinética del i -ésimo eslabón
P_i	=	Energía potencial del i -ésimo eslabón

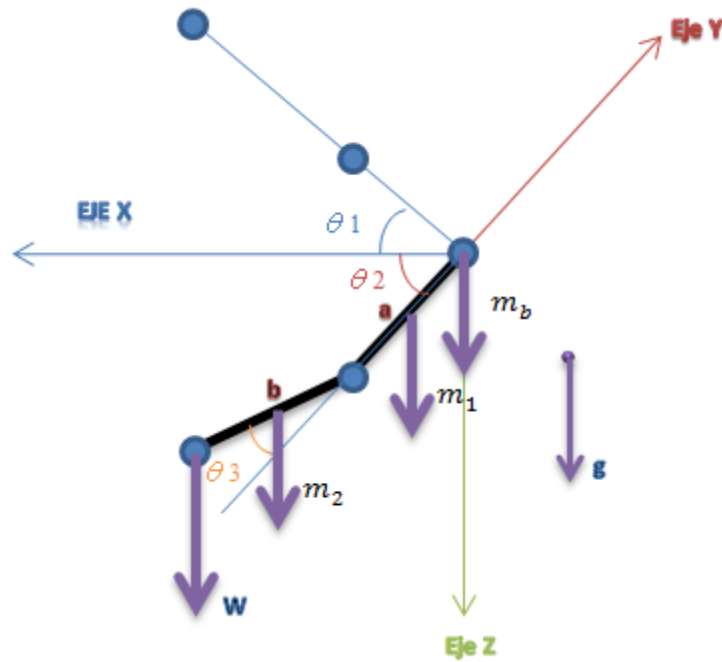


Figura 3.7 DCL de la dinámica inversa.

A continuación se muestra el desarrollo del modelo dinámico inverso (Lewis, 1993), (Barrientos, 2007), (Craig, 1989), (Ollero, 2001) (Spong, 1993).

3.2.2.1 Análisis de la articulación en la base

K_b = Energía cinética de la base

$$K_b = \frac{1}{2} I_b \theta_1'^2 \quad \text{Ecuación 3.35}$$

$$I_b = m_b l^2 \quad \text{Ecuación 3.36}$$

Por lo tanto sustituyendo en :

$$K_b = \frac{1}{2} m_b l^2 \theta_1'^2 \quad \text{Ecuación 3.37}$$

P_b = Energía potencial de la base

La energía potencial es cero debido a que un posible cambio en el ángulo θ_1 no altera la altura de la masa m_b sobre la vertical. Para comprender mejor este

análisis de la energía potencia de la base, se puede comparar con el análisis de un péndulo horizontal mostrado en el apéndice D.

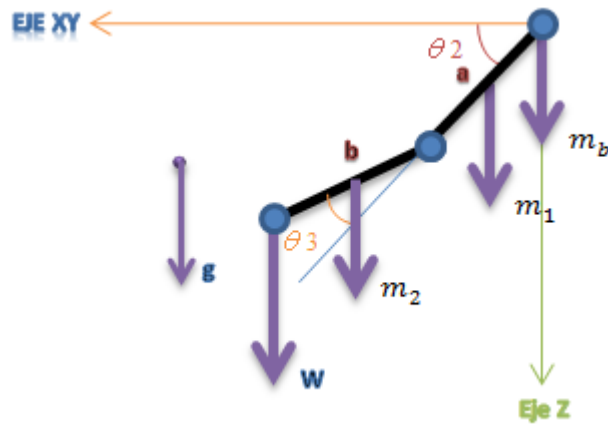


Figura 3.8 Proyección en un plano para la dinámica inversa.

3.2.2.2 Análisis de la articulación en el primer eslabón

$$K_1 = \frac{1}{2}m_1 \left(\frac{a}{2}\right)^2 \theta_2'^2 + \frac{1}{2}m_1 \left(\frac{a}{2} \cos\theta_2\right)^2 \theta_1'^2 \quad \text{Ecuación 3.38}$$

$$K_1 = \frac{1}{2}m_1 \frac{a^2}{4} \theta_2'^2 + \frac{1}{2}m_1 \frac{a^2}{4} \cos^2\theta_2 \theta_1'^2 \quad \text{Ecuación 3.39}$$

Aplicando la identidad $\cos^2\theta = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2\theta\right)$ a la ecuación 3.39, se tiene:

$$K_1 = \frac{1}{8}m_1 a^2 \theta_2'^2 + \frac{1}{8}m_1 a^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2\theta_2\right) \theta_1'^2 \quad \text{Ecuación 3.40}$$

$$K_1 = \frac{1}{8}m_1 a^2 \theta_2'^2 + \frac{1}{16}m_1 a^2 \theta_1'^2 + \frac{1}{16}m_1 a^2 \cos 2\theta_2 \theta_1'^2 \quad \text{Ecuación 3.41}$$

P1 = Energía potencial del eslabón 1

$$P_1 = m_1 g \frac{a}{2} \text{sen}\theta_2 \quad \text{Ecuación 3.42}$$

3.2.2.3 Análisis de la articulación en el segundo eslabón

K2 = Energía cinética del eslabón 2

$$K_2 = \frac{1}{2}m_2V_2^2 + \frac{1}{2}I_2\theta_1'^2 \quad \text{Ecuación 3.43}$$

$$V_2^2 = x_2'^2 + y_2'^2 \quad \text{Ecuación 3.44}$$

$$x_2 = a\cos\theta_2 + \frac{1}{2}b\cos(\theta_2 + \theta_3) \quad \text{Ecuación 3.45}$$

$$x_2' = -a\sin\theta_2\theta_2' - \frac{1}{2}b\sin(\theta_2 + \theta_3)(\theta_2' + \theta_3') \quad \text{Ecuación 3.46}$$

$$x_2'^2 = a^2\sin^2\theta_2\theta_2'^2 + ab\sin\theta_2\sin(\theta_2 + \theta_3)(\theta_2'^2 + \theta_2'\theta_3') + \frac{1}{4}b^2\sin^2(\theta_2 + \theta_3)(\theta_2' + \theta_3')^2 \quad \text{Ecuación 3.47}$$

$$y_2 = a\sin\theta_2 + \frac{1}{2}b\sin(\theta_2 + \theta_3) \quad \text{Ecuación 3.48}$$

$$y_2' = a\cos\theta_2\theta_2' + \frac{1}{2}b\cos(\theta_2 + \theta_3)(\theta_2' + \theta_3') \quad \text{Ecuación 3.49}$$

$$y_2'^2 = a^2\cos^2\theta_2\theta_2'^2 + ab\cos\theta_2\cos(\theta_2 + \theta_3)(\theta_2'^2 + \theta_2'\theta_3') + \frac{1}{4}b^2\cos^2(\theta_2 + \theta_3)(\theta_2' + \theta_3')^2 \quad \text{Ecuación 3.50}$$

Sustituyendo Las ecuaciones 3.47 y 3.50 en la ecuación 3.44 tenemos:

$$V_2^2 = a^2\sin^2\theta_2\theta_2'^2 + ab\sin\theta_2\sin(\theta_2 + \theta_3)(\theta_2'^2 + \theta_2'\theta_3') + \frac{1}{4}b^2\sin^2(\theta_2 + \theta_3)(\theta_2' + \theta_3')^2 + a^2\cos^2\theta_2\theta_2'^2 + ab\cos\theta_2\cos(\theta_2 + \theta_3)(\theta_2'^2 + \theta_2'\theta_3') + \frac{1}{4}b^2\cos^2(\theta_2 + \theta_3)(\theta_2' + \theta_3')^2 \quad \text{Ecuación 3.51}$$

Aplicando identidades trigonométricas (ver apéndice E) a la suma de las ecuaciones 3.47 y 3.50 se obtiene:

$$x_2'^2 + y_2'^2 = a^2\theta_2'^2 + ab(\theta_2'^2 + \theta_2'\theta_3')\cos\theta_3 + \frac{1}{4}b^2(\theta_2' + \theta_3')^2 \quad \text{Ecuación 3.52}$$

$$I_2 = m_2 x_2^2 \quad \text{Ecuación 3.53}$$

$$x_2^2 = \left(abc \cos \theta_2 + \frac{1}{2} b \cos(\theta_2 + \theta_3) \right)^2 \quad \text{Ecuación 3.54}$$

$$x_2^2 = a^2 \cos^2 \theta_2 + abc \cos \theta_2 \cos(\theta_2 + \theta_3) + \frac{1}{4} b^2 \cos^2(\theta_2 + \theta_3) \quad \text{Ecuación 3.55}$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 (a^2 \theta_2'^2 + ab(\theta_2'^2 + \theta_2' \theta_3') \cos \theta_3 + \frac{1}{4} b^2 (\theta_2' + \theta_3')^2) \quad \text{Ecuación 3.56}$$

$$+ \frac{1}{2} m_2 (a^2 \cos^2 \theta_2 + abc \cos \theta_2 \cos(\theta_2 + \theta_3) + \frac{1}{4} b^2 \cos^2(\theta_2 + \theta_3))$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 a^2 \theta_2'^2 + \frac{1}{2} m_2 ab (\theta_2'^2 + \theta_2' \theta_3') \cos \theta_3 \quad \text{Ecuación 3.57}$$

$$+ \frac{1}{8} m_2 b^2 (\theta_2' + \theta_3')^2 + \frac{1}{4} m_2 a^2 \theta_2'^2$$

$$+ \frac{1}{4} m_2 a^2 \cos 2\theta_2 \theta_1'^2$$

$$+ \frac{1}{2} m_2 abc \cos \theta_2 \cos(\theta_2 + \theta_3) \theta_1'^2 + \frac{1}{16} m_2 b^2 \theta_1'^2$$

$$+ \frac{1}{16} m_2 b^2 \cos 2(\theta_2 + \theta_3) \theta_1'^2$$

P2 = Energía potencial del eslabón 2

$$P_2 = m_2 g a \sin \theta_2 + \frac{1}{2} m_2 g b \sin(\theta_2 + \theta_3) \quad \text{Ecuación 3.58}$$

3.2.2.4 Análisis de la articulación en el segundo eslabón respecto a la carga

Kc = Energía cinética con respecto a la carga

$$K_c = \frac{1}{2} W V_2^2 + \frac{1}{2} I_c \theta_1'^2 \quad \text{Ecuación 3.59}$$

$$V_c^2 = x'_c{}^2 + y'_c{}^2 \quad \text{Ecuación 3.60}$$

$$x_c = a\cos\theta_2 + b\cos(\theta_2 + \theta_3) \quad \text{Ecuación 3.61}$$

$$x'_c = -a\sen\theta_2\theta'_2 - b\sen(\theta_2 + \theta_3)(\theta'_2 + \theta'_3) \quad \text{Ecuación 3.62}$$

$$x'_c{}^2 = a^2\sen^2\theta_2\theta'^2_2 + 2ab\sen\theta_2\sen(\theta_2 + \theta_3)(\theta'^2_2 + \theta'_2\theta'_3) + b^2\sen^2(\theta_2 + \theta_3)(\theta'_2 + \theta'_3)^2 \quad \text{Ecuación 3.63}$$

$$y_c = a\sen\theta_2 + b\sen(\theta_2 + \theta_3) \quad \text{Ecuación 3.64}$$

$$y'_c = a\cos\theta_2\theta'_2 + b\cos(\theta_2 + \theta_3)(\theta'_2 + \theta'_3) \quad \text{Ecuación 3.65}$$

$$y'_c{}^2 = a^2\cos^2\theta_2\theta'^2_2 + 2ab\cos\theta_2\cos(\theta_2 + \theta_3)(\theta'^2_2 + \theta'_2\theta'_3) + b^2\cos^2(\theta_2 + \theta_3)(\theta'_2 + \theta'_3)^2 \quad \text{Ecuación 3.66}$$

Sustituyendo las ecuaciones 3.63 y 3.65 en la ecuación 3.60:

$$V_c^2 = a^2\sen^2\theta_2\theta'^2_2 + 2ab\sen\theta_2\sen(\theta_2 + \theta_3)(\theta'^2_2 + \theta'_2\theta'_3) + b^2\sen^2(\theta_2 + \theta_3)(\theta'_2 + \theta'_3)^2 + a^2\cos^2\theta_2\theta'^2_2 + 2ab\cos\theta_2\cos(\theta_2 + \theta_3)(\theta'^2_2 + \theta'_2\theta'_3) + b^2\cos^2(\theta_2 + \theta_3)(\theta'_2 + \theta'_3)^2 \quad \text{Ecuación 3.67}$$

Aplicando identidades trigonométricas a la ecuación 3.67 se obtiene:

$$V_c^2 = a^2\theta'^2_2 + 2ab(\theta'^2_2 + \theta'_2\theta'_3)\cos\theta_3 + b^2(\theta'_2 + \theta'_3)^2 \quad \text{Ecuación 3.68}$$

$$I_c = Wx_c^2 \quad \text{Ecuación 3.69}$$

$$x_c^2 = (a\cos\theta_2 + b\cos(\theta_2 + \theta_3))^2 \quad \text{Ecuación 3.70}$$

$$x_c^2 = a^2\cos^2\theta_2 + 2ab\cos\theta_2\cos(\theta_2 + \theta_3) + b^2\cos^2(\theta_2 + \theta_3) \quad \text{Ecuación 3.71}$$

$$\begin{aligned}
K_c = & \frac{1}{2}Wa^2\theta'_2{}^2 + Wab(\theta'_2{}^2 + \theta'_2\theta'_3)\cos\theta_3 + \frac{1}{2}Wb^2(\theta'_2 + \theta'_3)^2 & \text{Ecuación 3.72} \\
& + \frac{1}{4}Wb^2\theta'_1{}^2 + \frac{1}{4}Wa^2\cos 2(\theta_2 + \theta_1{}^2) \\
& + Wabc\cos\theta_2\cos(\theta_2 + \theta_3)\theta'_1{}^2 + \frac{1}{4}Wb^2\theta'_1{}^2 \\
& + \frac{1}{4}Wb^2\cos 2(\theta_2 + \theta_3)\theta'_1{}^2
\end{aligned}$$

PC = Energía potencial con respecto a la carga

$$P_c = Wgasen\theta_2 + Wgbsen(\theta_2 + \theta_3) \quad \text{Ecuación 3.73}$$

3.2.2.5 Ecuación de Lagrange

La ecuación de movimiento de Lagrange se obtiene con la sumatoria de las energías cinéticas y potenciales en el manipulador (Lewis, 1993).

$$L = \sum K_i - \sum P_i \quad \text{Ecuación 3.74}$$

Donde:

$\sum K_i$ Representa la sumatoria de las energías cinéticas,

$\sum P_i$ Representa la sumatoria de las energías potenciales

Por lo que el Lagrangiano quedaría como:

$$L = K_b + K_1 + K_2 + K_c - P_b - P_1 - P_2 - P_c \quad \text{Ecuación 3.75}$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned}
L = & \frac{1}{2}m_b l^2 \theta_1'^2 + \frac{1}{8}m_1 a^2 \theta_2'^2 + \frac{1}{16}m_1 a^2 \theta_1'^2 + \frac{1}{16}m_1 a^2 \cos 2\theta_2 \theta_1'^2 & \text{Ecuación 3.76} \\
& + \frac{1}{2}m_2 a^2 \theta_2'^2 + \frac{1}{2}m_2 ab(\theta_2'^2 + \theta_2' \theta_3') \cos \theta_3 \\
& + \frac{1}{8}m_2 b^2 (\theta_2' + \theta_3')^2 + \frac{1}{4}m_2 a^2 \theta_1'^2 \\
& + \frac{1}{4}m_2 a^2 \cos 2\theta_2 \theta_1'^2 \\
& + \frac{1}{2}m_2 abc \cos \theta_2 \cos(\theta_2 + \theta_3) \theta_1'^2 + \frac{1}{16}m_2 b^2 \theta_1'^2 \\
& + \frac{1}{16}m_2 b^2 \cos 2(\theta_2 + \theta_3) \theta_1'^2 + \frac{1}{2}W a^2 \theta_2'^2 \\
& + Wab(\theta_2'^2 + \theta_2' \theta_3') \cos \theta_3 + \frac{1}{2}W b^2 (\theta_2' + \theta_3')^2 \\
& + \frac{1}{4}W a^2 \theta_1'^2 + \frac{1}{4}W a^2 \cos 2\theta_2 \theta_1'^2 \\
& + Wabc \cos \theta_2 \cos(\theta_2 + \theta_3) \theta_1'^2 + \frac{1}{4}W b^2 \theta_1'^2 \\
& + \frac{1}{4}W b^2 \cos 2(\theta_2 + \theta_3) \theta_1'^2 - \frac{1}{2}m_1 g a \sin \theta_2 \\
& - m_2 g a \sin \theta_2 - \frac{1}{2}m_2 g b \sin(\theta_2 + \theta_3) - W g a \sin \theta_2 \\
& - W g b \sin(\theta_2 + \theta_3)
\end{aligned}$$

Para obtener el par aplicado a partir de la ecuación de movimiento de Lagrange, se emplea:

$$\tau = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial q'} - \frac{\partial L}{\partial q} \quad \text{Ecuación 3.77}$$

El siguiente desarrollo resulta de aplicar la ecuación de movimiento de Lagrange (ecuación 3.77) al lagrangiano (Ecuación 3.76)

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \theta'_1} = & m_b l^2 \theta'_1 + \frac{1}{8} m_1 a^2 \theta'_1 + \frac{1}{8} m_1 a^2 \cos 2\theta_2 \theta'_1 + \frac{1}{2} m_2 a^2 \theta'_1 \\
& + \frac{1}{2} m_2 a^2 \cos 2\theta_2 \theta'_1 + m_2 abc \cos \theta_2 \cos(\theta_2 + \theta_3) \theta'_1 \\
& + \frac{1}{8} m_2 b^2 \theta'_1 + \frac{1}{8} m_2 b^2 \cos 2(\theta_2 + \theta_3) \theta'_1 + \frac{1}{2} W a^2 \theta'_1 \\
& + \frac{1}{2} W a^2 \cos 2\theta_2 \theta'_1 + 2Wabc \cos \theta_2 \cos(\theta_2 + \theta_3) \theta'_1 \\
& + \frac{1}{2} W b^2 \theta'_1 + \frac{1}{2} W b^2 \theta'_1 + \frac{1}{2} W b^2 \cos 2(\theta_2 + \theta_3) \theta'_1
\end{aligned}$$

Ecuación 3.78

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \theta'_1} = & m_b l^2 \theta''_1 + \frac{1}{8} m_1 a^2 \cos 2\theta_2 \theta''_1 - \frac{1}{4} m_1 a^2 \sin 2\theta_2 \theta'_1 \theta'_2 + \\
& \frac{1}{2} m_2 a^2 \theta''_1 + \frac{1}{2} m_2 a^2 \cos 2\theta_2 \theta''_1 - m_2 a^2 \sin 2\theta_2 \theta'_1 \theta'_2 + \\
& m_2 abc \cos \theta_2 \cos(\theta_2 + \theta_3) \theta''_1 - m_2 abc \sin \theta_2 \cos(\theta_2 + \theta_3) \theta'_1 \theta'_2 - \\
& m_2 abc \cos \theta_2 \sin(\theta_2 + \theta_3) (\theta'_2 + \theta'_3) \theta'_1 + \frac{1}{8} m_2 b^2 \theta''_1 + \\
& \frac{1}{8} m_2 b^2 \cos 2(\theta_2 + \theta_3) \theta''_1 - \frac{1}{8} m_2 b^2 \sin 2(\theta_2 + \theta_3) (\theta'_2 + \theta'_3) \theta'_1 + \\
& \frac{1}{2} W a^2 \theta''_1 + \frac{1}{2} W a^2 \cos 2\theta_2 \theta''_1 - W a^2 \sin 2\theta_2 \theta'_1 \theta'_2 + \\
& 2Wabc \cos \theta_2 \cos(\theta_2 + \theta_3) \theta''_1 - 2Wabc \sin \theta_2 \cos(\theta_2 + \theta_3) \theta'_1 \theta'_2 - \\
& 2Wabc \cos \theta_2 \sin(\theta_2 + \theta_3) (\theta'_2 + \theta'_3) \theta'_1 + \frac{1}{2} W b^2 \theta''_1 + \\
& \frac{1}{2} W b^2 \cos 2(\theta_2 + \theta_3) \theta''_1 - W b^2 \sin 2(\theta_2 + \theta_3) (\theta'_2 + \theta'_3) \theta'_1
\end{aligned}$$

Ecuación 3.79

$$\frac{\partial L}{\partial \theta'_1} = 0$$

Ecuación 3.80

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial \theta'_2} = & \frac{1}{4} m_1 a^2 \theta'_2 + m_2 a^2 \theta'_2 + \frac{1}{2} m_2 ab (2\theta'_2 + \theta'_3) \cos \theta_3 \\
& + \frac{1}{4} m_2 b^2 (\theta'_2 + \theta'_3) + W a^2 \theta'_2 \\
& + Wab (2\theta'_2 + \theta'_3) \cos \theta_3 + W b^2 (\theta'_2 + \theta'_3)
\end{aligned}$$

Ecuación 3.81

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \theta'_2} = & \frac{1}{4} m_1 a^2 \theta''_2 + m_2 a^2 \theta''_2 + \frac{1}{2} m_2 ab (2\theta''_2 + \theta''_3) \cos \theta_3 - \\
& \frac{1}{2} m_2 ab (2\theta'_2 + \theta'_3) \sin \theta_3 \theta'_3 + \frac{1}{4} m_2 b^2 (\theta''_2 + \theta''_3) + W a^2 \theta''_2 +
\end{aligned}$$

Ecuación 3.82

$$Wab(2\theta''_2 + \theta''_3)\cos\theta_3 - Wab(2\theta'_2 + \theta'_3)\text{sen}\theta_3\theta'_3 - W(2\theta''_2 + \theta''_3)\cos\theta_3 - Wb^2(\theta''_2 + \theta''_3)$$

3.2.2.6 Fricción

Una vez que se obtuvo el modelo del manipulador para sus tres primeros grados de libertad, se expresa de forma general, como se muestra en la ecuación 3.84, dentro de la cual se incluyó un modelo simple de fricción viscosa siendo el par proporcional a la variable generalizada θ' , es decir $\tau_{Fricción} = v\theta'$ donde v es una constante de fricción viscosa (Craig, 1989). Por lo tanto, el par de fricción viscosa puede expresarse como (Lewis, 1993):

$$F_v q' = \text{vec}(v_1 + \theta'_1) \quad \text{Ecuación 3.83}$$

Donde:

v_1 Es un coeficiente constante conocido de fricción

F_v Matriz diagonal con términos v_i

vec Denota vector

$q' = \theta'_1$ Vector de velocidades angulares

Como la formulación de movimiento de Lagrange sólo hace referencia a sistemas conservativos, sin embargo, a través de la *función de disipación de Rayleigh* se pueden incluir pérdidas como la fricción en un sistema conservativo (Ogata, 1987). Un modelo en el que se incluyen estos efectos de fricción quedaría de la siguiente manera:

$$M(q)q'' + V(q, q') + G(q) + F_v q' = \tau \quad \text{Ecuación 3.84}$$

Donde:

$M(q)$ Matriz de inercia

$V(q, q')$ Vector de las fuerzas centrífugas

$F_v q'$ Vector de las fuerzas de fricción

$G(q)$ Vector de las fuerzas gravitacionales

T

Par requerido

Expresando la ecuación 3.84 en forma matricial se tiene:

$$\begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B & C \\ D & E & F \\ G & H & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta''_1 \\ \theta''_2 \\ \theta''_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} J \\ K \\ P \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} M \\ N \\ O \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 & 0 & 0 \\ 0 & v_2 & 0 \\ 0 & 0 & v_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta'_1 \\ \theta'_2 \\ \theta'_3 \end{pmatrix} \quad \text{Ecuación 3.85}$$

3.2.2.7 Par de la articulación 1 (cintura)

$$\tau_1 = A\theta''_1 + B\theta''_2 + C\theta''_3 + J + M + F_{v1}\theta'_1 \quad \text{Ecuación 3.86}$$

Inercias

$$\begin{aligned} A = m_b l^2 + \frac{1}{8} m_1 a^2 + \frac{1}{8} m_1 a^2 \cos 2\theta_2 + \frac{1}{2} m_2 a^2 + \frac{1}{2} m_2 a^2 \cos 2\theta_2 & \quad \text{Ecuación 3.87} \\ + m_2 a b \cos \theta_2 \cos(\theta_2 + \theta_3) + \frac{1}{8} m_2 b^2 & \\ + \frac{1}{8} m_2 b^2 \cos 2(\theta_2 + \theta_3) + \frac{1}{2} W a^2 & \\ + \frac{1}{2} W a^2 \cos 2\theta_2 + 2W a b \cos \theta_2 \cos(\theta_2 + \theta_3) & \\ + \frac{1}{2} W b^2 + \frac{1}{2} W b^2 \cos 2(\theta_2 + \theta_3) & \end{aligned}$$

$$B = 0 \quad \text{Ecuación 3.88}$$

$$C = 0 \quad \text{Ecuación 3.89}$$

Fuerzas centrífugas y de Coriolis

$$\begin{aligned}
J = & -\frac{1}{4}m_1a^2\text{sen}2\theta_2\theta'_1\theta'_2 - m_2a^2\text{sen}2\theta_2\theta'_1\theta'_2 & \text{Ecuación 3.90} \\
& - m_2ab\text{sen}\theta_2 \cos(\theta_2 + \theta_3) \theta'_1\theta'_2 \\
& - m_2abc\cos\theta_2 \text{sen}(\theta_2 + \theta_3) (\theta'_2 + \theta'_3)\theta'_1 \\
& - \frac{1}{4}m_2b^2\text{sen}2(\theta_2 + \theta_3)(\theta'_2 + \theta'_3)\theta'_1 \\
& - Wa^2 \text{sen} 2\theta_2\theta'_1 \theta'_2 \\
& - 2Wab\text{sen}\theta_2 \cos(\theta_2 + \theta_3)(\theta'_2 + \theta'_3)\theta'_1 \\
& - Wb^2\text{sen}2(\theta_2 + \theta_3)(\theta'_2 + \theta'_3)\theta'_1
\end{aligned}$$

Efectos gravitacionales

$$M = 0 \quad \text{Ecuación 3.91}$$

Efectos de fricción

$$\tau_{1,fricción} = v_1\theta'_1 \quad \text{Ecuación 3.92}$$

3.2.2.8 Par de la articulación 2 (hombro)

$$\tau_2 = D\theta''_1 + E\theta''_2 + F\theta''_3 + K + N \quad \text{Ecuación 3.93}$$

Inercias

$$D = 0 \quad \text{Ecuación 3.94}$$

$$E = \frac{1}{4}m_1a^2 + a^2m_2 + m_2abc\cos\theta_3 + \frac{1}{4}m_2b^2 + Wa^2 + 2Wabc\cos\theta_3 + Wb^2 \quad \text{Ecuación 3.95}$$

$$F = \frac{1}{2}m_2abc\cos\theta_3 + \frac{1}{4}m_2b^2 + Wabc\cos\theta_3 + Wb^2 \quad \text{Ecuación 3.96}$$

Fuerzas centrífugas y de Coriolis

$$\begin{aligned}
K = & -\frac{1}{2}m_2ab(2\theta'_2 + \theta'_3)\text{sen}\theta_3\theta'_3 - Wab(2\theta'_2 + \theta'_3)\text{sen}\theta_3\theta'_3 \\
& -\frac{1}{8}m_1a^2\text{sen}2\theta_2\theta'^2_2 - \frac{1}{2}m_2a^2\text{sen}2\theta_2\theta'^2_1 \\
& -\frac{1}{2}m_2abs\text{en}\theta_2\cos(\theta_2 + \theta_3)\theta'^2_1 \\
& -\frac{1}{2}m_2abc\text{os}\theta_2\text{sen}(\theta_2 + \theta_3)\theta'^2_1 - \frac{1}{8}m_2b^2\text{sen}2(\theta_2 + \theta_3)\theta'^2_1 \\
& -\frac{1}{2}Wa^2\text{sen}2\theta_2\theta'^2_1 - Wabs\text{en}\theta_2\cos(\theta_2 + \theta_3)\theta'^2_1 \\
& - Wabc\text{os}\theta_2\text{sen}(\theta_2 + \theta_3)\theta'^2_1 - \frac{1}{2}Wb^2\text{sen}2(\theta_2 + \theta_3)\theta'^2_1
\end{aligned}$$

Ecuación 3.97

Efectos Gravitacionales

$$\begin{aligned}
N = & \frac{1}{2}m_1g\text{acos}\theta_2 + m_2g\text{acos}\theta_2 + \frac{1}{2}m_2gbc\text{os}(\theta_2 + \theta_3) + Wg\text{acos}\theta_2 \\
& + Wgbc\text{os}(\theta_2 + \theta_3)
\end{aligned}$$

Ecuación 3.98

Efectos de fricción

$$\tau_{2,\text{fricción}} = v_2\theta'_2$$

Ecuación 3.99

3.2.2.9 Par de la articulación 3 (codo)

$$\tau_3 = G\theta''_1 + H\theta''_2 + I\theta''_3 + P + O$$

Ecuación 3.100

Inercias

$$G = 0$$

Ecuación 3.101

$$H = \frac{1}{2}m_2abc\text{os}\theta_3 + \frac{1}{4}m_2b^2 + Wabc\text{os}\theta_3 + Wb^2$$

Ecuación 3.102

$$I = \frac{1}{4}m_2b^2 + Wb^2 \quad \text{Ecuación 3.103}$$

Fuerzas centrífugas y de Coriolis

$$P = -\frac{1}{2}m_2absen\theta_3\theta'_2\theta'_1 - Wabsen\theta_3\theta'_2\theta'_1 \quad \text{Ecuación 3.104}$$

$$+ \frac{1}{2}m_2absen\theta_3(\theta'^2_2 + \theta'_2\theta'_3)$$

$$- \frac{1}{2}m_2abc\cos\theta_2sen(\theta_2 + \theta_3)\theta'^2_1$$

$$- \frac{1}{8}m_2b^2sen2(\theta_2 + \theta_3)\theta'^2_1$$

$$+ Wabsen\theta_3(\theta'^2_2 + \theta'_2\theta'_3)$$

$$- Wabc\cos\theta_2sen(\theta_2 + \theta_3)\theta'^2_1$$

$$- \frac{1}{2}Wb^2sen2(\theta_2 + \theta_3)\theta'^2_1$$

Efectos gravitacionales

$$O = \frac{1}{2}m_2gbc\cos(\theta_2 + \theta_3) + Wgbc\cos(\theta_2 + \theta_3) \quad \text{Ecuación 3.105}$$

Efectos de fricción

$$\tau_{3,fricción} = v_3\theta'_3 \quad \text{Ecuación 3.106}$$

3.2.2.10 Modelo dinámico inverso para un robot manipulador articulado

Teniendo en cuenta los cofactores nulos mostrados en las ecuaciones 3.88, 3.89, 3.91, 3.94 y 3.101; finalmente se puede describir la ecuación 3.85 como:

$$\begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & E & F \\ 0 & H & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta''_1 \\ \theta''_2 \\ \theta''_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} J \\ K \\ P \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ N \\ O \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 & 0 & 0 \\ 0 & v_2 & 0 \\ 0 & 0 & v_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \theta'_1 \\ \theta'_2 \\ \theta'_3 \end{pmatrix} \quad \text{Ecuación 3.107}$$

Por lo que la ecuación 3.85 representa el modelo dinámico inverso del robot manipulador que se aplica para el CRS A465

3.2.3 Dinámica directa

El modelo dinámico directo expresa la evolución temporal de las coordenadas articulares y sus derivadas, en función de las fuerzas y pares que interviene. Para la obtención del modelo dinámico directo; se emplea el modelo dinámico inverso, partiendo de la ecuación 3.107; y aplicando la regla de Cramer para las ecuaciones 3.85, 3.86, 3.87, 3.88, 3.91 y 3.98; empezando por sustituir los cofactores nulos mostrados en la ecuación 3.85, se tiene:

$$\tau_1 = A\theta''_1 + J + v_1\theta'_1 \quad \text{Ecuación 3.108}$$

$$\tau_2 = E\theta''_2 + F\theta''_3 + K + N + v_2\theta'_2 \quad \text{Ecuación 3.109}$$

$$\tau_3 = H\theta''_2 + I\theta''_3 + P + O + v_3\theta'_3 \quad \text{Ecuación 3.110}$$

Utilizando un cambio de variables para comodidad en el manejo de términos se emplea:

$$\theta''_1 = X \quad \text{Ecuación 3.111}$$

$$\theta''_2 = Y \quad \text{Ecuación 3.112}$$

$$\theta''_3 = Z \quad \text{Ecuación 3.113}$$

Aplicando el cambio de variables en las ecuaciones 3.108, 3.109 y 3.110 :

$$\tau_1 = AX + J + v_1\theta'_1 \quad \text{Ecuación 3.114}$$

$$\tau_2 = EY + FZ + K + N + v_2\theta'_2 \quad \text{Ecuación 3.115}$$

$$\tau_3 = HY + IZ + P + O + v_3\theta'_3 \quad \text{Ecuación 3.116}$$

Si se dice que $AX=T$, $EY+FZ=Q$ y que $HY+IZ=S$; además de despejar en las ecuaciones 3.114, 3.115 y 3.116 queda como:

$$T = \tau_1 - J - v_1\theta'_1 \quad \text{Ecuación 3.117}$$

$$Q = \tau_2 - K - N - v_2\theta'_2 \quad \text{Ecuación 3.118}$$

$$S = \tau_3 - P - O - v_3\theta'_3 \quad \text{Ecuación 3.119}$$

Sustituyendo los pares en las ecuaciones 3.117, 3.118 y 3.119, sufren la siguiente modificación:

$$T=AX \quad \text{Ecuación 3.120}$$

$$Q=EY + FZ \quad \text{Ecuación 3.121}$$

$$S= HY * IZ \quad \text{Ecuación 3.122}$$

Resolviendo las ecuaciones por el método de determinantes o Regla de Cramer se tiene:

$$\det \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & E & F \\ 0 & H & I \end{pmatrix} = A(EI - FH) \quad \text{Ecuación 3.123}$$

$$X = \frac{\begin{pmatrix} T & 0 & 0 \\ Q & E & F \\ S & H & I \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & E & F \\ 0 & H & I \end{pmatrix}} = \frac{T(EI - FH)}{A(EI - FH)} = \frac{T}{A} \quad \text{Ecuación 3.124}$$

$$Y = \frac{\begin{pmatrix} A & T & 0 \\ 0 & Q & F \\ 0 & S & I \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & E & F \\ 0 & H & I \end{pmatrix}} = \frac{A(QI - FS)}{A(EI - FH)} = \frac{QI - FS}{EI - FH} \quad \text{Ecuación 3.125}$$

$$Z = \frac{\begin{pmatrix} A & 0 & T \\ 0 & E & Q \\ 0 & H & S \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & E & F \\ 0 & H & I \end{pmatrix}} = \frac{A(ES - QH)}{A(EI - FH)} = \frac{ES - QH}{EI - FH} \quad \text{Ecuación 3.126}$$

3.2.3.1 Modelo dinámico directo para un robot manipulador articulado.

Finalmente de la ecuación 3.105 a la 3.123 se puede determinar las aceleraciones angulares para cada articulación, dadas por las siguientes ecuaciones:

$$\theta''_1 = \frac{T}{A} \quad \text{Ecuación 3.127}$$

$$\theta''_2 = \frac{I(\tau_2 - K - N - v_2\theta'_2) - F(\tau_3 - P - O - v_3\theta'_3)}{IE - FH} \quad \text{Ecuación 3.128}$$

$$\theta''_3 = \frac{E(\tau_3 - P - O - v_3\theta'_3) - H(\tau_2 - K - N - v_2\theta'_2)}{IE - FH} \quad \text{Ecuación 3.129}$$

Por lo que las ecuaciones 3.120, 3.121 y 3.122 representan el modelo dinámico directo del robot manipulador articulado que se aplica para el CRS A 465.

3.3 Jacobiano.

El jacobiano o matriz jacobiana es una de las cantidades más importantes en el análisis y el control de movimiento del robot. Surge en prácticamente todos los aspectos de la manipulación robótica:

1. En la planeación y ejecución de las trayectorias suaves.
2. En la determinación de configuraciones singulares.
3. En la ejecución del movimiento antropomórfico coordinado.
4. En la derivación de las ecuaciones dinámicas de movimiento, y en la transformación de las fuerzas y Par desde el extremo del efector a las juntas del manipulador.

El modelado cinemático de un robot busca las relaciones entre las variables articulares y la posición (expresada normalmente en forma de coordenadas cartesianas) y orientación del extremo del robot. En esta relación no se tienen en cuenta las fuerzas o pares que actúan sobre el robot (actuadores, cargas, fricciones, etc.) y que pueden originar el movimiento del mismo. Sin embargo, se debe conocer, además de la relación entre las coordenadas articulares y del extremo, la relación entre sus respectivas derivadas. Así, el sistema de control del robot debe establecer que velocidades debe imprimir a cada articulación (a través de sus respectivos actuadores) para conseguir que el extremo desarrolle una trayectoria temporal concreta. Para este y otros fines, es de gran utilidad disponer de la relación entre las velocidades de las coordenadas articulares y las de posición y orientación del extremo del robot. La relación entre ambos vectores de velocidad se obtiene a través de la denominada matriz jacobiana. La matriz jacobiana directa permite conocer las velocidades del extremo del robot a partir de los valores de las velocidades de cada articulación. Por su parte, la matriz jacobiana inversa permitirá conocer las velocidades determinadas en el extremo del robot (Spong, Hutchinson, & Vidyasagar, 2004), (Reyes, 2011).

3.3.1 Jacobiana directa.

El método más simple para obtener la relación entre las velocidades articulares y del extremo del robot consiste en diferenciar las ecuaciones correspondientes al modelo cinemático directo. Si se derivan con respecto al tiempo ambos miembros del conjunto de ecuaciones anteriores, la matriz J se denomina matriz jacobiana. Puesto que el valor numérico de cada uno de los elementos (J_{PQ}) de la jacobiana dependerá de los valores instantáneos de las coordenadas articulares q_i . El valor de la jacobiana será diferente en cada uno de los puntos del espacio articular.

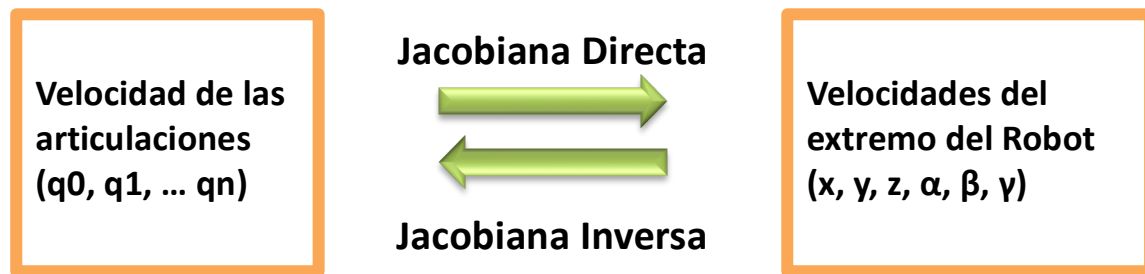


Figura 3.9 Relación entre la matriz Jacobiana Directa e Inversa-

3.3.2 Jacobiana inversa.

Del mismo modo que se ha obtenido la relación directa que permite obtener las velocidades del extremo a partir de las velocidades articulares, puede obtenerse la relación inversa que permite calcular las velocidades articulares partiendo de las del extremo. En la obtención de la relación inversa pueden emplearse diferentes procedimientos.

1. En primer lugar, supuesta conocida la relación directa, dada por la matriz jacobiana, se puede obtener la relación inversa invirtiendo simbólicamente la matriz. Esta alternativa de planeamiento sencillo, es en la práctica de difícil realización. Suponiendo que la matriz j sea cuadrada, la inversión simbólica de una matriz 6×6 , cuyos elementos son funciones trigonométricas, es de gran complejidad, siendo este procedimiento inviable.
2. Como segunda alternativa puede plantearse la evaluación numérica de la matriz j para una configuración (q_1) concreta del robot, e invirtiendo numéricamente esta matriz encontrar la relación inversa válida para esta configuración. En este caso hay que considerar, en primer lugar, que el valor numérico de la jacobiana va cambiando a medida que el robot se mueve y, por lo tanto, la jacobiana inversa ha de ser recalculada constantemente. Además, pueden existir n -uplas (q_1, \dots, q_n) para las cuales la matriz jacobiana j no sea invertible por ser su determinante, denominado jacobiano, nulo. Estas configuraciones del robot en las que el jacobiano se anula se denominan **configuraciones singulares**.
3. Una tercera dificultad que puede surgir con este y otros procedimientos de cómputo de la matriz jacobiana inversa, se deriva de la circunstancia de que la matriz j no sea cuadrada. Esto ocurre cuando el número de grados de libertad del robot no coincide con la

dimensión del espacio de la tarea (normalmente seis). En el caso de que el número de grados de libertad sea inferior, la matriz jacobiana tendrá más filas que columnas. Esto quiere decir que el movimiento del robot está sometido a ciertas restricciones. En general, en el caso de que la jacobiana no sea cuadrada podrá ser usado algún tipo de matriz pseudo inversa, como por ejemplo $(1 / J (J)EXPT)$.

4. La tercera alternativa para obtener la matriz jacobiana inversa es repetir el procedimiento seguido por la obtención de la jacobiana directa, pero ahora partiendo del modelo cinemático inverso. Esto es conocida la relación, la matriz jacobiana inversa se obtendrá por diferenciación con respecto del tiempo de ambos miembros de la igualdad. Como en el caso de la primera alternativa, este método puede ser algebraicamente complicado.

Dada la importancia que para el control del movimiento del robot tiene la jacobiana, se han desarrollado procedimientos numéricos para el cálculo rápido de la jacobiana, o el empleo de programas como Matlab.

3.3.3 Configuraciones singulares.

Se denominan configuraciones singulares de un robot a aquellas en el que el determinante de su matriz jacobiana (jacobiano) se anula. Por esta circunstancia, en las configuraciones singulares no existe jacobiana inversa. Al anularse el jacobiano, un incremento infinitesimal de las coordenadas cartesianas supondría un incremento infinito de las coordenadas articulares, lo que en la práctica se traduce en que las inmediaciones de las configuraciones singulares, el pretender que el extremo del robot se mueva a velocidad constante, obligaría a movimientos de las articulaciones a velocidades inalcanzables por sus actuadores. Por ello, en las inmediaciones de las configuraciones singulares **se pierde alguno de los grados de libertad del robot**, siendo imposible que su extremo se mueva en una determinada dirección cartesiana. Las diferentes configuraciones singulares del robot pueden ser clasificadas como:

- * **Singularidades en los límites del espacio de trabajo del robot.** Se presentan cuando el extremo del robot está en algún punto del límite de trabajo interior o exterior. En esta situación resulta obvio que el robot no podrá desplazarse en las direcciones que lo alejan de este espacio de trabajo.

- * **Singularidades en el interior del espacio de trabajo del robot.** Ocurren dentro de la zona de trabajo y se producen generalmente por el alineamiento de dos o más ejes de las articulaciones del robot.

Se debe prestar especial atención a la localización de las configuraciones singulares del robot para que sean tenidas en cuenta en su control, evitándose solicitar a los actuadores movimientos a velocidades inalcanzables o cambios bruscos de las mismas. Para evitar la aparición de configuraciones singulares debe considerarse su existencia desde la propia fase de diseño mecánico, imponiendo restricciones al movimiento del robot o utilizando robots redundantes. Finalmente, el sistema de control debe detectar y tratar estas configuraciones evitando pasar precisamente por ellas. Un procedimiento para resolver la presencia de una singularidad interior al espacio de trabajo, en la que se pierde la utilidad de alguna articulación (pérdida de algún grado de libertad) sería lo siguiente:

1. Identificar la articulación correspondiente al grado de libertad perdido (causante de que el determinante se anule).
2. Eliminar la fila de la jacobiana correspondiente al grado de libertad perdido y la columna correspondiente a la articulación causante.
3. Con la nueva jacobiana reducida (rango $n-1$) obtener las velocidades de todas las articulaciones, a excepción de la eliminada, necesarias para conseguir las velocidades cartesianas deseadas. La velocidad de la articulación eliminada se mantendrá a cero.

3.3.3.1 Singularidades del CRS A465.

Para el caso del robot CRS A 465, las singularidades se pueden clasificar en dos problemas más sencillos que son (Spong, Hutchinson, & Vidyasagar, 2004):

1. La primera es determinar las llamadas singularidades de brazo, es decir, singularidades resultantes del movimiento del brazo, que consiste en los primeros tres o más enlaces.
2. El segundo es determinar las singularidades de muñeca resultantes de movimiento de la muñeca esférica.

En nuestro caso, tenemos $n = 6$, es decir, el manipulador consta de un brazo con tres grados de libertad (DOF) con una muñeca esférica de 3 DOF. Por lo tanto la jacobiana es una matriz de 6×6 y q es una configuración singular si y sólo si

$$\det J(q) = 0 \quad \text{Ecuación 3.130}$$

Ahora particionamos el Jacobiano J en bloques de 3×3 como se muestra a continuación:

$$J = J_{\text{brazo}} J_{\text{muñeca}} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 3.131}$$

Entonces, como las tres últimas articulaciones son de rotación, tenemos:

$$J_{\text{muñeca}} = \begin{bmatrix} z_3 * (0_6 - 0_3) & z_4 * (0_6 - 0_4) & z_5 * (0_6 - 0_5) \\ z_3 & z_4 & z_5 \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 3.132}$$

Dado que los ejes de la muñeca se cortan en un punto común O , si elegimos el marco de coordenadas tal que $0_3 = 0_4 = 0_5 = 0_6 = 0$, entonces $J_{\text{muñeca}}$ se convierte en:

$$J_{\text{muñeca}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ z_3 & z_4 & z_5 \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 3.133}$$

y la i -ésima columna J_i de J_{brazo} es:

$$J_i = \begin{bmatrix} z_{i-1} * (0 - 0_{i-1}) \\ z_{i-1} \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 3.134}$$

En el caso de que la matriz jacobiana tenga la forma de bloque triangular tenemos:

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & 0 \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 3.135}$$

Con una determinante:

$$\det J = \det J_{11} \det J_{22} \quad \text{Ecuación 3.136}$$

Donde J_{11} y J_{22} son cada una matrices 3×3 . J_{11} tiene i -ésima columna $z_{i-1} * (0 - 0_{i-1})$ si la junta i es de rotación

Mientras que J_{22} es:

$$J_{22} = [z_3 \ z_4 \ z_5] \quad \text{Ecuación 3.137}$$

Por lo tanto el conjunto de configuraciones singulares del manipulador es la unión del conjunto de configuraciones de brazo que satisfacen $\det J_{11} = 0$ y el conjunto de configuraciones de muñeca que satisfacen que el $\det J_{22} = 0$. Tenga en cuenta que esta forma de jacobiano no es necesariamente la correcta relación entre la velocidad del efector de extremo y las velocidades conjuntas. Su único objetivo es simplificar la determinación de las singularidades.

3.3.3.1 Singularidades del brazo

Considere el manipulador articulado de tres grados de libertad con marcos de coordenadas que se adjuntan como se muestra en la Figura 3.10. (Spong, Hutchinson, & Vidyasagar, 2004)

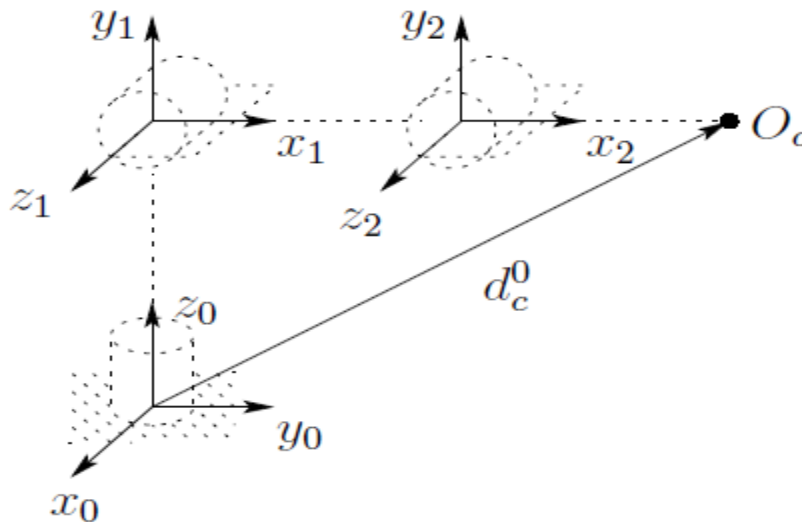


Figura 3.10 Manipulador de tres grados de libertad (Codo)

$$J_{11} = \begin{bmatrix} -a_2 S_1 C_2 - a_3 S_1 C_{23} & -a_2 S_2 C_1 - a_3 S_{23} C_1 & -a_3 S_{23} C_1 \\ a_2 C_1 C_2 + a_3 C_1 C_{23} & -a_2 S_1 S_2 - a_3 S_1 S_{23} & -a_3 S_1 S_{23} \\ 0 & a_2 C_2 + a_3 C_{23} & a_3 C_{23} \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 3.138}$$

El determinante de J_{11} es:

$$\det J_{11} = a_2 a_3 S_3 (a_2 C_2 + a_3 C_{23}) \quad \text{Ecuación 3.139}$$

Vemos de (3,139) que el codo del manipulador está en una configuración singular cuando

$$S_3 = 0, \quad \text{es decir } \theta_3 = 0 \text{ o } \pi \quad \text{Ecuación 3.140}$$

Y siempre que:

$$a_2 C_2 + a_3 C_{23} = 0$$

Ecuación 3.141

La situación de (3.140) se muestra en la Figura 3.11 y surge cuando el codo está completamente extendido o completamente retraído como se muestra en la figura

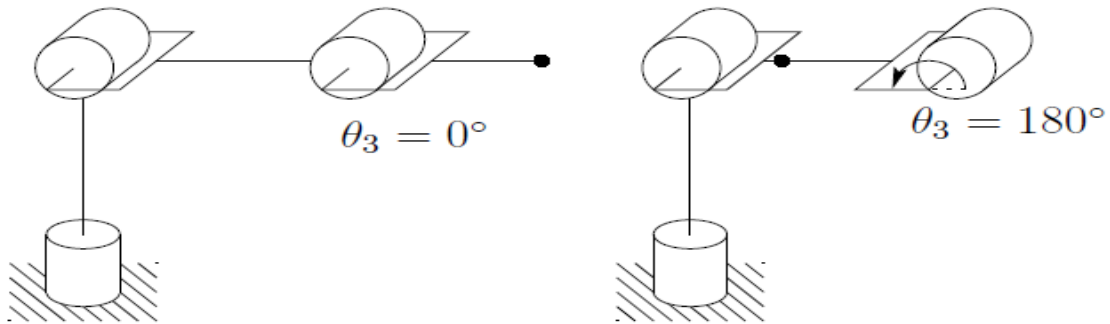


Figura 3.11 Singularidades del Manipulador de Codo

La segunda situación (3.141) se muestra en la Figura 3.12.

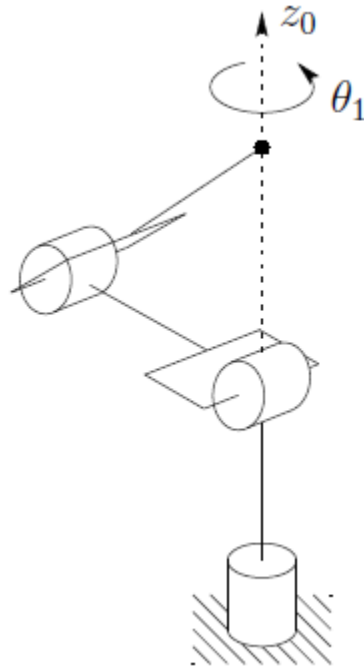


Figura 3.12 Singularidades del manipulador de codo sin Offsets.

Esta configuración se produce cuando el centro de la muñeca corta el eje de rotación de la base, z_0 .

Hay un número infinito de configuraciones singulares e infinitamente muchas soluciones a la cinemática de la posición inversa, cuando el centro de la muñeca se desplaza a lo largo de este eje. Para el desplazamiento del codo del manipulador, como se muestra en la Figura 3.13, el centro de la muñeca no intersecta z_0 , lo que corrobora nuestra afirmación anterior de que los puntos accesibles en configuraciones singulares puede no ser alcanzable bajo perturbaciones arbitrariamente pequeñas de los parámetros del manipulador, en este caso un desplazamiento ya sea en el codo o en el hombro.

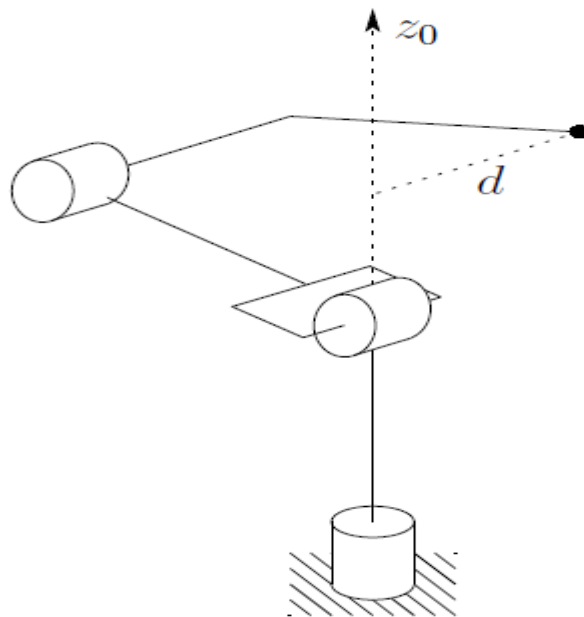


Figura 3.13 Manipulador de Codo con hombro alineado.

3.3.3.2 Singularidades de la muñeca.

Como se puede ver en la ecuación 3.137, una muñeca con articulaciones rotatorias tiene una configuración singular cuando los ejes de giro son linealmente dependientes como se puede ver en la Figura 3.14.

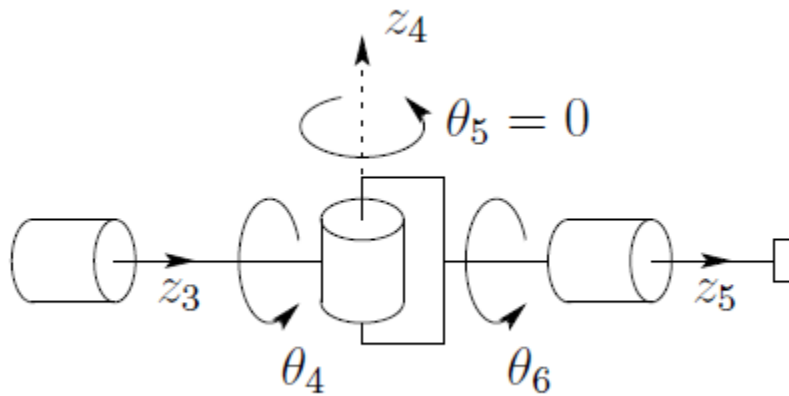


Figura 3.14 Singularidad de una muñeca esférica.

Esto pasa cuando los ejes Z_3 y Z_5 son colineales. De hecho, en cualquier momento y donde sea que dos articulaciones rotatorias son colineales, da como resultado una singularidad, ya que si se igualan o se oponen los giros de los ejes, el resultado no afecta el movimiento neto del efector final. Esta es la única singularidad de una configuración de muñeca esférica y es inevitable sin imponer limitaciones mecánicas en el diseño de la muñeca para restringir su movimiento de tal manera que Z_3 y Z_5 no se puedan alinear. (Craig, 1989) (Lewis, 1993)

3.4 Estimación y obtención del Torque

Para el caso del torque, este se necesita estimar, toda vez que no se puede medir directamente el torque, o es muy caro, ya que habría de realizarse mediante un dinamómetro especializado.

Por esta razón se presenta la metodología y propuesta de estimación del torque para nuestro sistema.

Generalmente, para un sistema de torsión (Parmar, 2004), La segunda ley de Newton se emplea para determinar la siguiente ecuación.

$$J \cdot \ddot{\varphi}(t) + d \cdot \dot{\varphi} + c \cdot \varphi(t) = M(t) \quad \text{Ecuación 3.142}$$

Donde:

M(t)	Es el par.
J	Es el momento de inercia.
$\varphi(t)$	Es la posición angular
c y d	Son la altura y.

Empleando la Ecuación 3.142, La ecuación del movimiento de la parte de entrada se expresa por:

$$J_{SW} \cdot \ddot{\varphi}_{SW}(t) = M_{SW}(t) - c_s \cdot (\varphi_{SW}(t) - \varphi_{LS}(t)) \quad \text{Ecuación 3.143}$$

Y para el motor de asistencia la ecuación se expresa como:

$$J_M \cdot \ddot{\varphi}_M(t) = M_{Mot}(t) - c_M \cdot (\varphi_M(t) - \varphi_{LS}(t) \cdot i_{MotSC}) - d_M \cdot (\dot{\varphi}_M(t) - \varphi_{LS}(t) \cdot i_{MotSC}) \quad \text{Ecuación 3.144}$$

La ecuación de la Fuerza de entrada de dirección es:

$$J_{LS} \cdot \ddot{\varphi}_{LS}(t) = F_{Rack}(t) \cdot i_{rsc} - c_s \cdot (\varphi_{LS}(t) - \varphi_{SW}(t)) - d_s \cdot (\dot{\varphi}_{LS}(t) - \dot{\varphi}_{SW}(t)) - c_M \cdot (\dot{\varphi}_{LS}(t) \cdot i_{MotSC} - \dot{\varphi}_M(t)) - \varphi_M(t) - d_M (\dot{\varphi}_{LS}(t) \cdot i_{MotSC} - \dot{\varphi}_M(t)) \quad \text{Ecuación 3.145}$$

La ecuación de carga que se tomaría como entrada y retroalimentación está dada por:

$$F_{Rack}(t) = -c_{SPS} \cdot x_R(t) - d_{SPS} \cdot \dot{x}_R(t) \quad \text{Ecuación 3.146}$$

Y el movimiento del conjunto motor-reductor se puede expresar como:

$$x_R(t) = \varphi_{LS}(t) \cdot i_{rSC} \quad \text{Ecuación 3.147}$$

El sistema es de orden sexto y puede ser expresado en forma de espacio de estado:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) + n_1(t) \\ y(t) = C \cdot x(t) + D \cdot u(t) + n_2(t) \end{cases} \quad \text{Ecuación 3.148}$$

Donde:

$n_1(t)$ y $n_2(t)$ Son los términos de medición de ruido aleatorio para el estado y de salida. Respectivamente. De estas señales se asume que los procesos estocásticos Gaussianos son debidos al ruido en las mediciones de los sensores y de los disturbios que se transmiten desde la carretera. Las covarianzas de ruido tienen que ser especificadas por el diseño del filtro de Kalman y puede variar de acuerdo con condiciones de movimiento deseado del robot y la carga a la que está sometido.

La asignación de estados del modelo derivado es:

$$x(t) = \left[\varphi_{SW}(t) \quad \varphi_{LS}(t) \quad \varphi_M(t) \quad \dot{\varphi}_{SW}(t) \quad \dot{\varphi}_{LS}(t) \quad \dot{\varphi}_M(t) \right]^T$$

El par del motor y el par de torsión de manejo aplicado se consideran como las entradas al sistema $u(t) = [M_{MOT}(t) \quad M_{SW}(t)]^T$. La salida del sistema multientrada se considera que es el par del motor.

$y(t) = M_{LS}(t)$, medido por un sensor de par de alta resolución (encoder de 1000 líneas). Las matrices del sistema A,B, C y D se dan como:

$$A = A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{c_S}{J_{SW}} & \frac{C_S}{J_{SW}} & 0 & -\frac{d_S}{J_{SW}} & \frac{d_S}{J_{SW}} & 0 \\ \frac{c_S}{J_{LS}} & A_{52} & \frac{c_M}{J_{LS}} & \frac{d_S}{J_{LS}} & A_{55} & \frac{d_M}{J_{LS}} \\ 0 & \frac{c_M \cdot i_{motSC}}{J_M} & -\frac{c_M}{J_M} & 0 & \frac{d_M \cdot i_{motSC}}{J_M} & -\frac{d_M}{J_M} \end{bmatrix}$$

Dónde:

$$A_{52} = \frac{-c_S - c_M \cdot i_{motSC} - c_{sps} \cdot i_{rSC}^2}{J_{LS}} \quad A_{55} = \frac{-d_S - d_M \cdot i_{motSC} - d_{sps} \cdot i_{rSC}^2}{J_{LS}}$$

Ecuación
3.149

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_{SW}} \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{J_{SW}} & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = C = [c_S \quad -c_S \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

$$D = [0 \quad 0]$$

3.4.1 Diseño del controlador Digital LQR

El enfoque del espacio de estado se emplea para obtener un controlador adecuado para el sistema de un solo piñón o conjunto de motor reductor como es el caso de la articulación del robot. Se puede mostrar, que para el modelo de espacio de estado descrito en la Ecuación 3.149, el par (A, B) es controlable y el par (A, C) es observable. Entonces, se propone un sistema de control de retroalimentación de estado con filtro de Kalman usado como un observador. Los valores del lazo cerrado propios se calculan utilizando un LQR (Levine, 1999) (Levine, 2011) ya que este enfoque conduce a una buena ganancia y márgenes de fase. Para una mejor coincidencia el espacio de estado continuo forma 3.148 se ha convertido en discreto

$$\begin{cases} x(k+1) = A_d \cdot x(k) + B_d \cdot u(k) + n_1(k) \\ y(k) = C_d \cdot x(k) + D_d \cdot u(k) + n_2(k) \end{cases} \quad \text{Ecuación 3.150}$$

Donde:

$n_1(k)$ y $n_2(k)$ denota una secuencia de ruido que afectan a los estados y las mediciones, respectivamente. Suponemos que $n_1(k)$ y $n_2(k)$ son cero significa secuencias de ruido blanco. La asignación de estado discreto junto con la entrada y salida del sistema $x(k)$, $u(k)$ y $y(k)$, mientras que las matrices del sistema se convierten A_d , B_d , C_d , y D_d , Un tiempo de muestreo de 5 ms es necesario para el sistema discreto y la conversión de tiempo continuo a tiempo discreto se realiza con la transformación bilineal conocida como método de Tustin. Las ventajas del uso de este enfoque son: mapeo de toda la mitad izquierda del plano s en el círculo unitario en el plano z , el intervalo de muestreo puede ser mucho mayor, la deformación de frecuencia, la estabilidad y la propiedad de fase mínima se conserva en caso de filtrado.

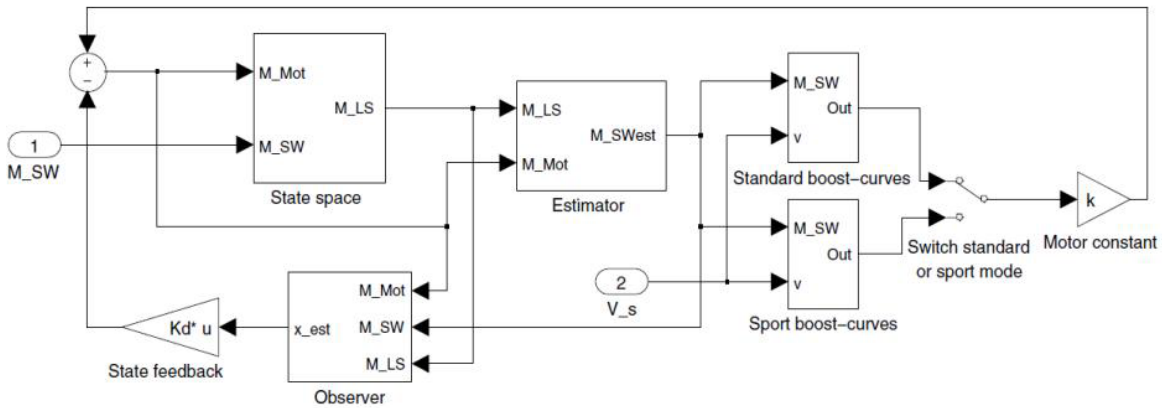


Figura 3.15 Diagrama a bloques de Control del sistema EPS

La estructura del controlador LQR propuesto de tiempo discreto se muestra en la Figura 3.15. El sistema es modelado por el modelo lineal de sexto orden de dos entradas $u(k)$ y una sola salida $y(k)$, desarrollado. Dado que el par conductor no se mide, se introduce un estimador para $M_{SW}(k)$.

Esencialmente, el valor estimado del par conductor es

$$M_{SWest} = G^{-1}(M_{LZ}(z) - H(z) \cdot M_{Mot}(z)) \quad \text{Ecuación 3.151}$$

Con el fin de que $G_i(z)$ pueda ser físicamente realizable (el grado del numerador de la función de transferencia es siempre menor o igual a el grado del denominador), es necesario introducir una corrección de la función de transferencia $G_c(z)$ para mantener la probidad. Con esta corrección, la función de transferencia inversa se convierte en:

$$G_{ia}(z) = G^{-1} \cdot G_c(z) \quad \text{Ecuación 3.152}$$

Finalmente, la fórmula 3.151 puede reescribirse como:

$$M_{SWest} = G_i(z) \cdot G_c(z) \cdot (M_{LS}(z) - H(z) \cdot M_{Mot}(z)) \quad \text{Ecuación 3.153}$$

La salida y las dos entradas del sistema del sistema, son alimentadas en un observador para generar $\hat{x}(K)$ una estimación del estado del sistema. Un filtro de Kalman (Moudgalya, 2007) está diseñado para obtener la dinámica de observación requerido en presencia de perturbaciones estocásticas. La ecuación de estado para el observador Kalman es:

$$\hat{x}(k + 1) = A_d \cdot \hat{x}(k) + B_d \cdot u(k) + L_d \cdot (y(k) - \hat{y}(k)) \quad \text{Ecuación 3.154}$$

Donde:

L_d Es la ganancia del estimador de matriz y $\hat{y}(k)$ es la salida estimada. Las ecuaciones del sistema de lazo cerrado, incluyendo el observador se derivan en base al supuesto de que, por simplicidad, $M_{SWest}(k)$ es aproximadamente igual a $M_{SW}(k)$ y las condiciones de medición de ruido aleatorio se descuida. Las fórmulas entonces son:

$$\text{Planta: } \begin{cases} x(k + 1) = A_d \cdot x(k) + B_{1d} \cdot M_{Mot}(k) + B_{2d} M_{SW}(k) \\ y(k) = C_d \cdot x(k) + D_{1d} \cdot M_{Mot}(k) + D_{2d} \cdot M_{SW}(k) \end{cases} \quad \text{Ecuación 3.155}$$

$$\text{Observador: } \begin{cases} \hat{x}(k + 1) = (A_d - L_d \cdot C_d) \cdot \hat{x}(k) + L_d \cdot C_d \cdot x(k) + B_{1d} \cdot M_{Mot}(k) + B_{2d} \cdot M_{SW}(k) \\ e(k) = x(k) - \hat{x}(k) \end{cases} \quad \text{Ecuación 3.156}$$

$$\text{Control: } M_{Mot}(k) = -k_d \cdot \hat{x}(k) \quad \text{Ecuación 3.157}$$

Un lazo cerrado equivalente del sistema se pueden derivar de 3.155, 3.156, 3.157 y re-escribirse como:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x(k + 1) \\ e(k + 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_d - B_{1d} \cdot K_d & B_{1d} \cdot k_d \\ 0 & A_d - L_d \cdot C_d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x(k) \\ e(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{2d} \\ 0 \end{bmatrix} M_{SW}(k) \\ y(k) = [C_d \quad -D_{1d} \quad k_d \quad D_{1d} \quad k_d] \cdot \begin{bmatrix} x(k) \\ e(k) \end{bmatrix} + D_{2d} \cdot M_{SW}(k) \end{cases} \quad \text{Ecuación 3.158}$$

La selección del tiempo discreto LQR en las matrices de ponderación Q_d y R_d se considera como sigue:

Se debe seleccionar Q_d positiva semi-definida y R_d debe ser definida positiva. Una elección razonable para la matriz de Q_d es:

$$Q_d = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_4 \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 3.159}$$

Mediante una selección apropiada de a_i . La matriz R_d es elegido como:

$$R_d = b \cdot I \quad \text{Ecuación 3.160}$$

Dentro del procedimiento LQR en tiempo discreto, la matriz óptima del control de ganancia k_d es calculado de manera que la ley de estado - Retroalimentación $M_{Mot}(k)$ minimiza el tiempo en la función cuadrática

$$J = \sum_{k=1}^{\infty} (x^T(k) \cdot Q_d \cdot x(k) + R_d \cdot M_{Mot}^2(k)) \quad \text{Ecuación 3.161}$$

Dónde:

Q_d y R_d son las matrices de estado y la de control de ponderación. Además de la ganancia de retroalimentación de estado.

$$K_d = (B_{1d}^T \cdot S_d \cdot B_{1d} + R_d)^{-1} \cdot (B_{1d}^T \cdot S_d \cdot A_d) \quad \text{Ecuación 3.162}$$

La solución S_d de la ecuación de Riccati asociado de tiempo discreto es:

$$A_d^T \cdot S_d \cdot A_d - S_d - (A_d^T \cdot S_d \cdot B_{1d}) \cdot (B_{1d}^T \cdot S_d \cdot B_{1d} + R_d)^{-1} \cdot (B_{1d}^T \cdot S_d \cdot A_d) + Q_d = 0 \quad \text{Ecuación 3.162}$$

Y los auto valores de lazo cerrado $E_d = \text{eig}(A_d - B_d \cdot K_d)$ se devuelven

Capítulo 4 Resultados y discusión

En este capítulo se presentan las simulaciones para cada modelo obtenido en el capítulo anterior del brazo robot CRS A465. Estos modelos están en función de las coordenadas generalizadas de las uniones (posición, velocidades y aceleraciones) así como también las dimensiones geométricas del eslabón, masas e inercias. El proceso de modelado asume que todos los parámetros de los robots son numéricamente conocidos lo cual no es siempre cierto. En general las dimensiones geométricas del robot son dadas por el fabricante el cual no incluye la información sobre las masas de los eslabones, las inercias y los parámetros de fricción entre las uniones. Los parámetros desconocidos, deben ser medidos y/o identificados en orden, para que sean de beneficio en la simulación de los modelos matemáticos del brazo robot.

La simulación o el control fuera de línea de un robot, utiliza la computadora para calcular las condiciones necesarias para ejecutar el diseño de trayectoria para el efector final. La simulación de modelos matemáticos, proporciona una buena idea a los usuarios acerca de la operación y el desempeño del robot. [Megahed 93]

Para llevar a cabo las simulaciones de los modelos obtenidos y vistos en el capítulo 2 fue necesaria la utilización de una herramienta que permitiera su fácil manejo. Dado que el objetivo de esta tesis no es la de desarrollar un simulador, se optó por emplear un software que cubre las características pertinentes para estas necesidades, siendo Matlab el que presentó mayores ventajas para trabajar con él (como la disponibilidad, lo amigable que es, su modo gráfico, el conocimiento, etc.) (Corke, 1995) (Reyes, Matlab aplicado a Robótica y Mecatrónica, 2012).

4.1 Cinemática

Para los modelos cinemáticos, la simulación fue realizada en el editor de Matlab, el cual cuenta con una opción gráfica en 3D que permite rotar la Figura obtenida, en este caso un modelo de alambre, desde cualquier ángulo que se desee, como se puede apreciar en las figuras de la 4.1 a la 4.3. Se optó por esta herramienta computacional por que se buscaba tener una representación gráfica de los modelos, para visualizar las formas geométricas y las restricciones que permita adquirir la estructura del robot para alcanzar una posición y orientación deseada.

4.1.1 Cinemática directa

A continuación se presenta el código que fue necesario introducir en el editor para realizar la simulación de la cinemática directa teniendo como resultados las figuras 4.1, 4.2 y 4.3. Estas figuras sólo son un ejemplo de una posición definida arbitrariamente.

```
figure(2)
    echo on
    qz
    fkine(p560, qz)
    pause % any key to continue
    t = [0:.056:2]; % generate a time vector
    q = jtraj(qz, qr, t); % compute the joint coordinate trajectory
    T = fkine(p560, q);
    T(:, :, 1)
    T(:, :, 10)
    pause % any key to continue
    subplot(3,1,1)
    plot(t, squeeze(T(1,4,:)))
    title ('GRÁFICO DE LA CINEMÁTICA DIRECTA DEL ROBOT CRS A465 CORDENADAS (X,Y,Z)
    UTT');
    xlabel('Time (s)');
    ylabel('X (m)')
    subplot(3,1,2)
    plot(t, squeeze(T(2,4,:)))
    xlabel('Time (s)');
    ylabel('Y (m)')
    subplot(3,1,3)
    plot(t, squeeze(T(3,4,:)))
    xlabel('Time (s)');
    ylabel('Z (m)')
    pause % any key to continue
    subplot(1,1,1)
    plot(squeeze(T(1,4,:)), squeeze(T(3,4,:)));
    title ('SIMULACIÓN DE LA CINEMÁTICA DIRECTA DEL ROBOT CRS A 465 PROPIEDAD
    UTT (TRAYECTORIA PROGRAMADA)');
    xlabel('X (m)')
    ylabel('Z (m)')
    grid
    pause % any key to continue
    echo off
```

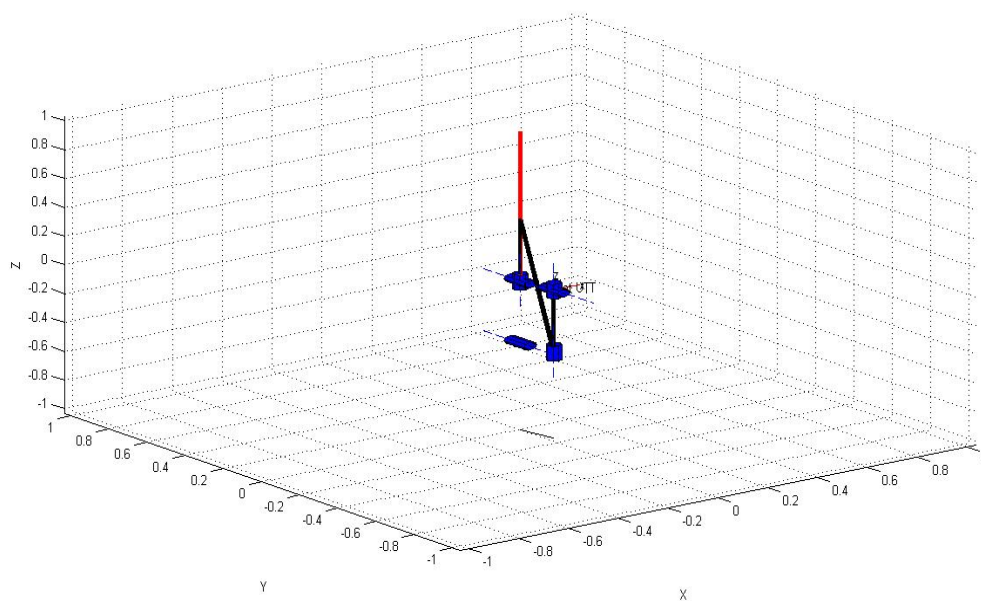


Figura 4.1 Robot CRS A465, tipo gantry

Como puede apreciarse en la Figura 4.1, esta es la configuración tipo gantry, de esta Figura se observa no se aprecia bien el movimiento del robot, por lo que se optó por la visualización normal, que se puede apreciar en la Figura 4.2, y en el cual mostramos la posición de casa o Home.

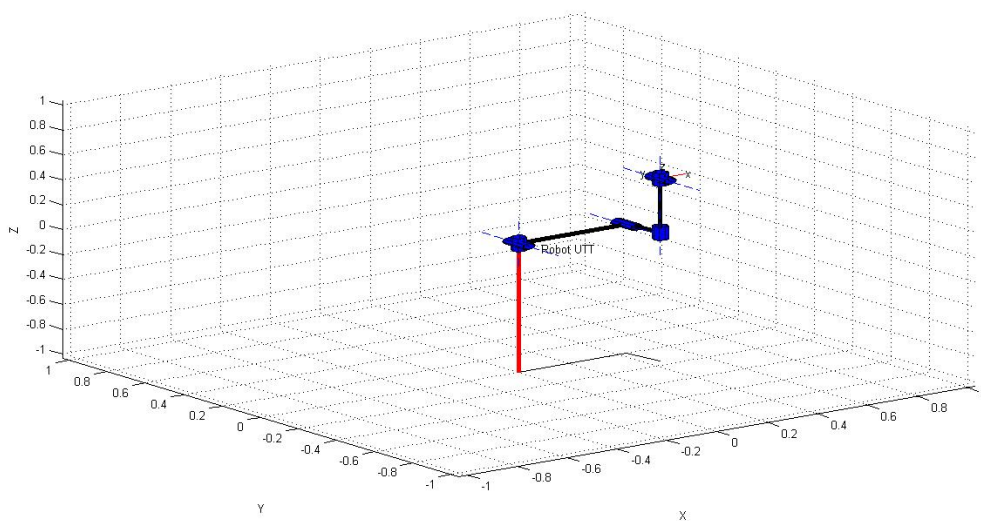


Figura 4.2 Robot CRS A465 Posición HOME

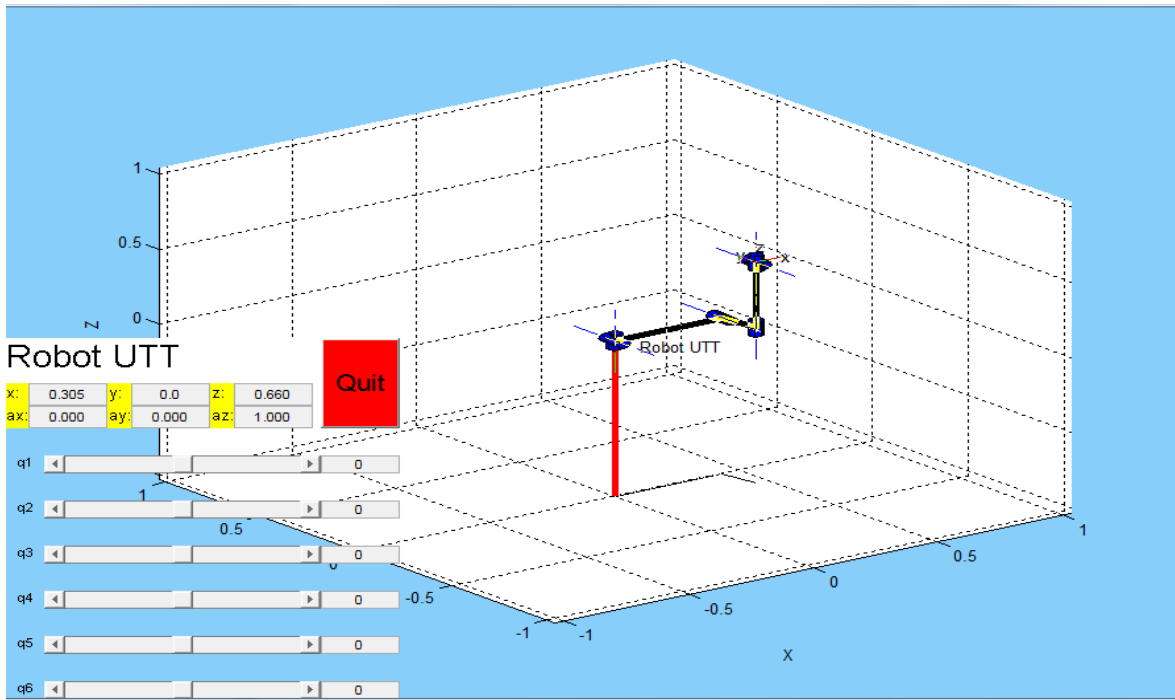


Figura 4.3 Representación 3D con resultados de articulaciones.

En la Figura 4.3. se puede notar, que el usuario incluso tiene la libertad de cambiar algunos parámetros del robot y que el programa calcula y determina si es posible obtener la posición de acuerdo a los valores propuestos por el usuario.

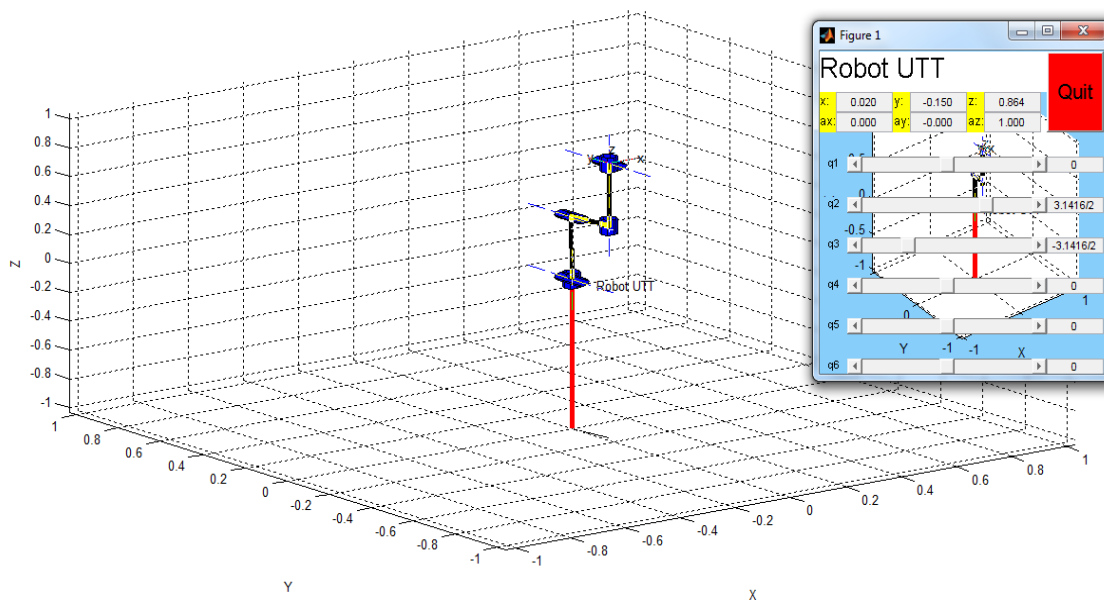


Figura 4.4 Manipulación de parámetros del robot CRS A465.

El resultado de la ubicación del efector final aparece de inmediato una vez que se terminó de introducir el último dato requerido por el programa, dicho resultado está expresado en metros en un espacio cartesiano. La opción de visualizar el resultado de la simulación es a través de la gráfica que aparece en forma simultánea con los resultados, la gráfica tiene la opción de cambiar la perspectiva, razón por la que el usuario tiene un espacio disponible en tercera dimensión (3D) que si lo desea puede “voltear” y/o girar en cualquier dirección al robot.

La visualización gráfica de los resultados se puede apreciar en las figuras 4.4 y 4.5 que se muestran a continuación. Para la obtención de dichas gráficas se introdujo una trayectoria del robot, para esto recurrimos a la opción **Fkine()**, del robot se conoce la descripción cinemática de las seis articulaciones. También para generar la trayectoria empleamos la función **jtraj()**, como primer paso para generar la trayectoria se introduce un vector de tiempo $t[0:.056:2]$; para poder definir la posición final y la trayectoria optima de desplazamiento, $q=jtaj(qz,qr,t)$, de esta manera se encuentra la trayectoria óptima, que calcula la transformada homogénea para cada articulación está dada por $T= fkine(p560, q)$; en este sentido la matriz T es de tres dimensiones, las dos primeras son una transformación homogénea 4*4y la tercera dimensión es el tiempo.

Ejemplo, para el primer punto: $T(:, :, 1)$

Y para el punto seis $T(:, :, 6)$

Graficamos con respecto al tiempo cada uno de los ejes como se aprecia en las figuras 4.5, en las cuales se representa los movimientos con respecto al tiempo de cada uno de los ejes.

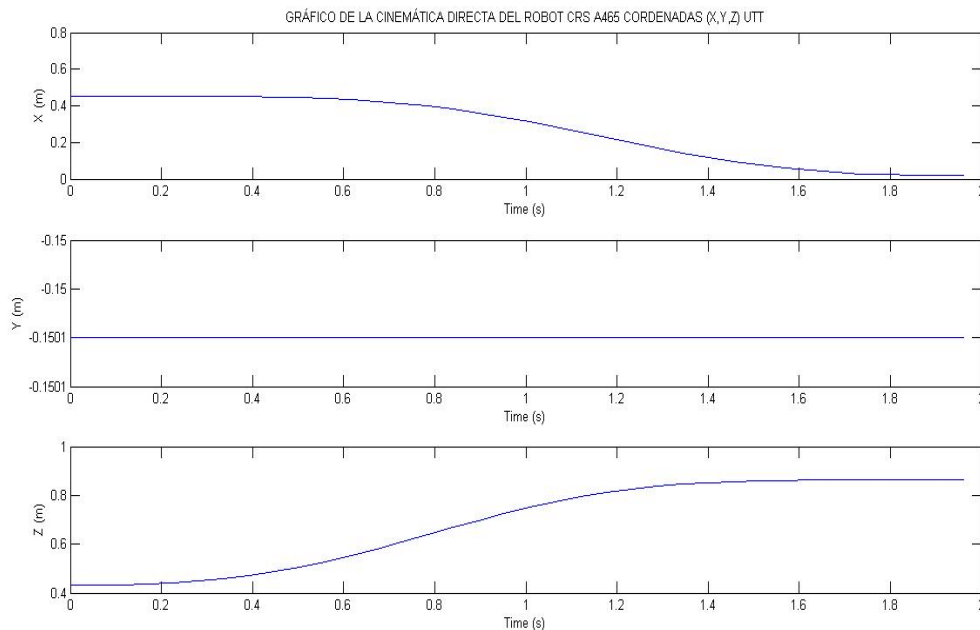


Figura 4.5 Gráfico evaluación de trayectoria

Cabe hacer notar que las coordenadas de los movimientos son solo en X y Z; por lo tanto solo se tiene movimiento en esos dos ejes, por lo tanto se puede trazar el eje X contra Z para obtener una idea del camino cartesiano seguido por el manipulador. Como se muestra en la Figura 4.6.

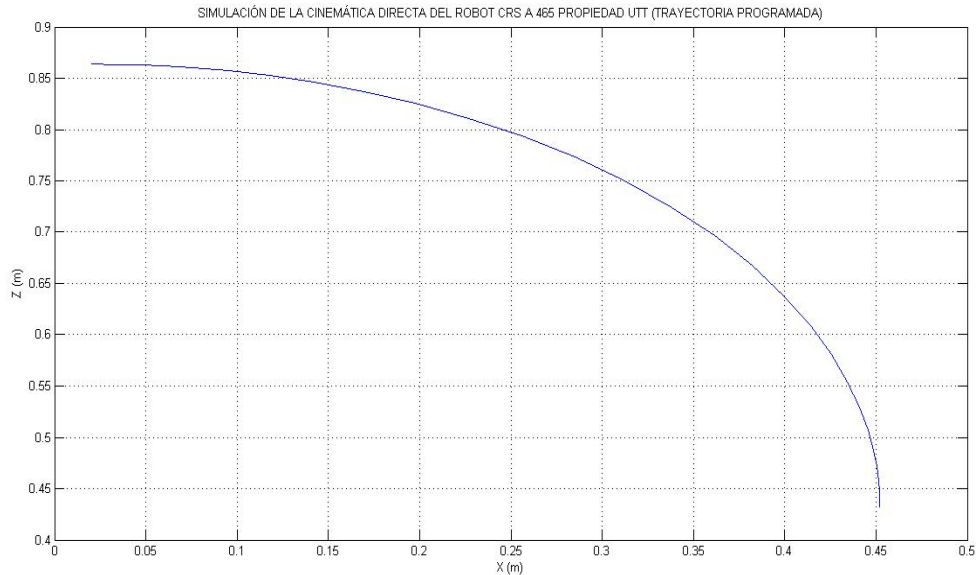


Figura 4.6 Gráfico que muestra los ejes en los que ocurre el movimiento.

4.1.2 Cinemática inversa

A continuación se presenta el código que fue necesario introducir en el editor para realizar la simulación de la cinemática inversa teniendo como resultados las figuras 4-7 y 4-8. Estas figuras sólo son un ejemplo de una posición definida arbitrariamente.

```
figure(2)
echo on
q = [0 -pi/4 -pi/4 0 pi/8 0]
T = fkine(p560, q);
qi = ikine(p560, T);
qi'
q
pause % any key to continue
T = fkine(p560, qr);
qi = ikine(p560, T);
qi'
qr
pause % any key to continue
```

```

    fkine(p560, qi) - fkine(p560, qr)
pause % any key to continue
t = [0:.056:2]; % create a time vector
T1 = transl(0.6, -0.5, 0.0) % define the start point
T2 = transl(0.4, 0.5, 0.2) % and destination
T = ctraj(T1, T2, length(t)); % compute a Cartesian path
tic
q = ikine(p560, T);
toc
subplot(3,1,1)
plot(t,q(:,1))
    title ('GRÁFICO DE LA CIN. INV. DEL ROBOT CRS A465 UTT
ARTICULACIONES VS TIEMPO');
xlabel('Time (s)');
ylabel('Joint 1 (rad)')
subplot(3,1,2)
plot(t,q(:,2))
xlabel('Time (s)');
ylabel('Joint 2 (rad)')
subplot(3,1,3)
plot(t,q(:,3))
xlabel('Time (s)');
ylabel('Joint 3 (rad)')
pause % hit any key to continue
plot(p560, q)
pause % any key to continue
echo off

```

Como se vio en el capítulo 2, la cinemática inversa obtiene como resultado los ángulos necesarios para llegar a una posición deseada en donde se encuentra el efector final, por lo que es necesario introducir como valores iniciales las coordenadas cartesianas (x, y, z). Es muy útil cuando el camino está previsto en el espacio cartesiano, por ejemplo una trayectoria en línea recta como se muestra más adelante.

Para demostrar esto se introdujo una trayectoria a seguir, el primer paso es evaluar si esta posición no es de singularidad, es decir la pérdida o de uno o más grados de libertad. Como se mencionó anteriormente la solución no es única, y puede ser linealmente dependiente.

Los pasos a seguir para obtener la trayectoria son la introducción de un vector de tiempo, para este caso $t = [0: .056:2]$; después se introduce un punto inicial $T1 = \text{transl}(0.6, -0.5, 0.0)$, y se introduce la posición destino $T2 = \text{transl}(0.4, 0.5, 0.2)$, creándose la trayectoria con la función $T = \text{ctrj}(T1, T2, \text{length}(t))$; Con estos datos se resuelve la cinemática inversa. Si tomamos un camino cartesiano en línea recta.

A continuación se muestra el gráfico que aparece en pantalla en el momento de ejecutar el programa Figura 4.8.

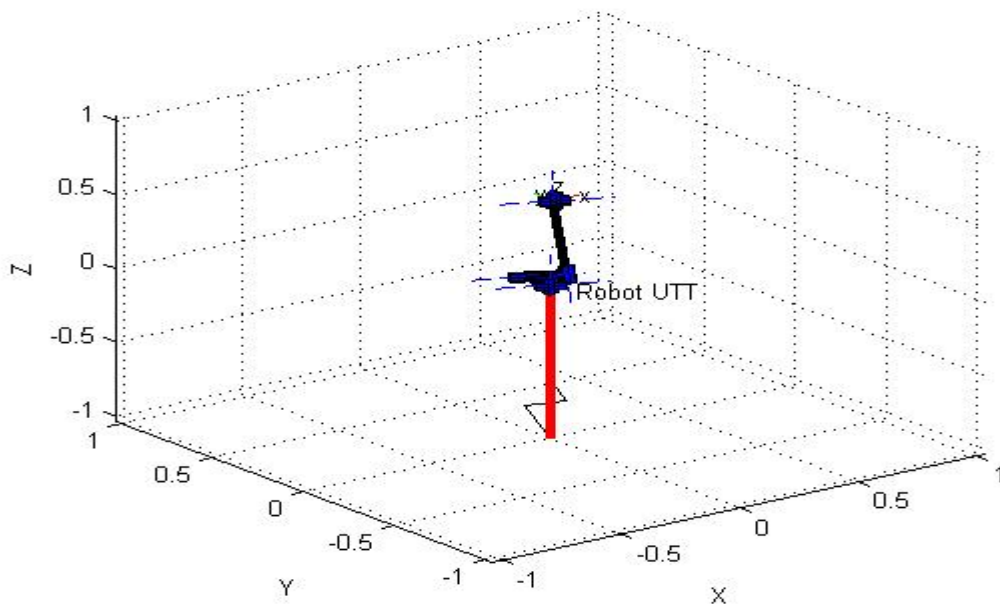


Figura 4.7 Posición final de trayectoria programada a Robot CRS.

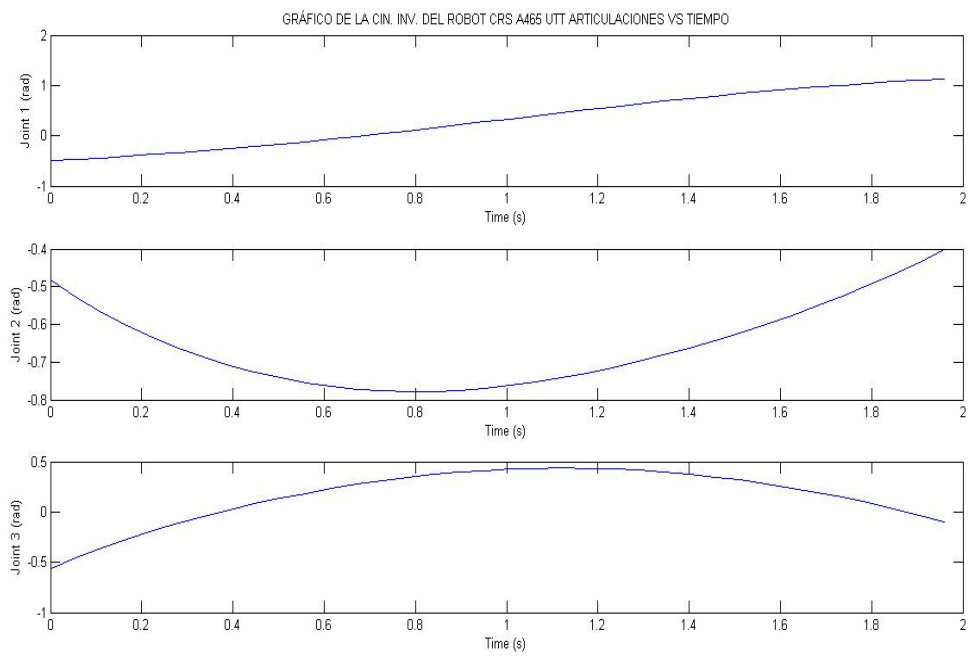


Figura 4.8 Comportamiento de articulaciones 1, 2 y 3 en trayectoria programada.

4.2 Dinámica

4.2.1 Dinámica Inversa.

Para el modelo dinámico inverso, la simulación fue realizada en Matlab, ya que la intención era el obtener gráficas que muestren la evolución de las variables generalizadas que se involucran en el movimiento del robot.

Como se vio en el capítulo 3, la dinámica inversa, entrega el par necesario para que el robot ejecute un movimiento con la posición, velocidad y aceleración deseada. Se puede observar de forma gráfica lo antes comentado en la Figura 4.9 de una manera muy simplificada.

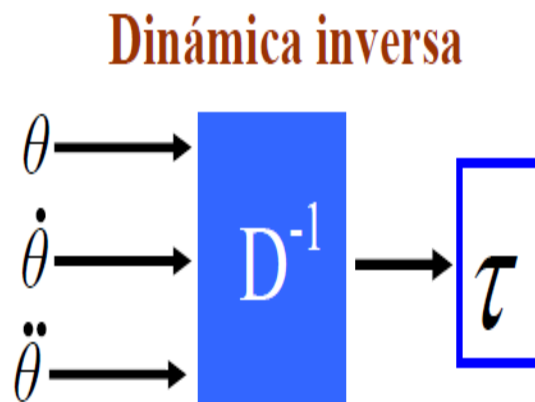


Figura 4.9.- Bloque de dinámica inversa.

El resultado de los torques, la fuerzas de inercia, etc., requeridos para cada articulación aparecen de inmediato una vez que se terminó de introducir el último dato requerido por el programa, dicho resultado está expresado en sus respectivas unidades como Nm para torque. Visualizar el resultado de la simulación a través de la gráfica que aparece en forma simultánea con los resultados, la gráfica tiene la opción de cambiar la perspectiva, razón por la que el usuario tiene un espacio disponible en 3D que si lo desea puede “voltear” y/o girar en cualquier dirección al robot. La visualización gráfica de los resultados se puede apreciar en las Figura 4.10 a 4.13 que se muestran a continuación.

```
echo off
figure(2)
echo on
tau = rne(p560, qz, 5*ones(1,6), ones(1,6))
pause % any key to continue
t = [0:.056:2]; % create time vector
[q,qd,qdd] = jtraj(qz, qr, t); % compute joint coordinate trajectory
tau = rne(p560, q, qd, qdd); % compute inverse dynamics
tau=[tau(:,2),tau(:,3),tau(:,1),tau(:,4:6)];
```

```

plot(t, tau(:,1:6));
    title ('GRÁFICO DE LA DINÁMICA INVERSA DEL ROBOT CRS A465 UTT TORQUES
DE ARTICULACIONES');
    xlabel('Tiempo (s)');
    ylabel('Torque Articulacion (Nm)');
    legend('art 1','art 2','art 3','art 4','art 5','art 6');
pause % any key to continue
    taug = gravload(p560, q);
    plot(t, taug(:,1:3))
    title ('GRÁFICO DE LA DINÁMICA INVERSA DEL ROBOT CRS A465 TORQUE
GRAVITACIONAL VS TIEMPO');
    xlabel('Time (s)');
    ylabel('Gravity torque (Nm)')
pause % any key to continue
    subplot(2,1,1)
    plot(t,[tau(:,2) taug(:,2)])
    title ('GRÁFICO DE LA DINÁMICA INVERSA DEL ROBOT CRS A465 TORQUE VS
TIEMPO');
    xlabel('Time (s)');
    ylabel('Torque on joint 2 (Nm)')
    subplot(2,1,2)
    plot(t,[tau(:,3) taug(:,3)])
    xlabel('Time (s)');
    ylabel('Torque on joint 3 (Nm)')
pause % any key to continue
    M = inertia(p560, q);
    M11 = squeeze(M(1,1,:));
    plot(t, M11);
    title ('GRÁFICO DE LA DINÁMICA INVERSA DEL ROBOT CRS A465 INERCIA VS
TIEMPO');
    xlabel('Time (s)');
    ylabel('Inertia on joint 1 (kgms2)')
    max(M11)/min(M11)
pause % any key to continue
echo off

```

La Dinámica inversa requiere parámetros de inercia de masa y de cada enlace, así como los parámetros cinemáticos. Esto se consigue mediante el aumento de la matriz descripción cinemática con columnas adicionales para los parámetros de inercia y masa para cada enlace. Al igual que con las otras funciones de la cinemática, la dinámica inversa puede ser calculada para cada punto de una trayectoria. Crear una trayectoria de coordenadas común y calcular la velocidad y aceleración, así:

Creamos el vector tiempo; $t = [0: .056:2];$

Calculamos la trayectoria conjunta de coordenadas

$[Q, qd, QDD] = jtraj(qz, qr, t);$

Calculamos la dinámica inversa $\tau = rne(p560, q, \dot{q}, \ddot{q})$;

Ahora los pares de conjuntos pueden ser representados gráficamente como una función del tiempo, la forma de las gráficas demuestra la falta de control, es decir esto puede ser más claro con la analogía del empleo del automóvil, para alcanzar un punto iniciamos con una velocidad, incrementando esta hasta llegar a velocidad máxima, y dejamos de incrementar la velocidad, poco a poco hasta acercarnos al punto, casi llegando al punto incrementamos un poco la velocidad y se decreta bruscamente para llegar al mismo, este es el mismo comportamiento para las articulaciones dos y tres. Como se puede apreciar en las gráficas 4.10 y 4.12

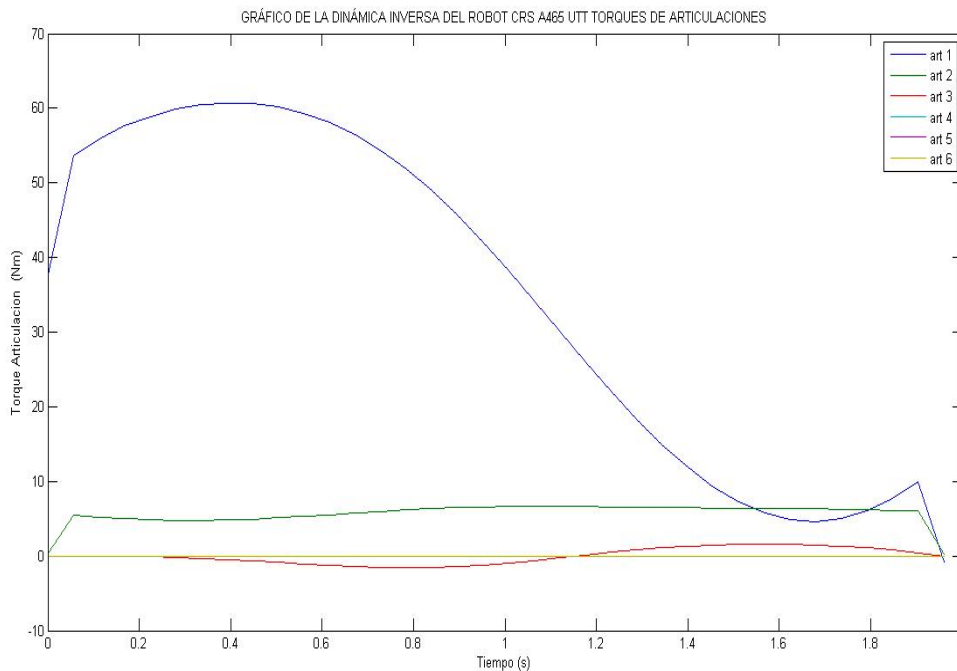


Figura 4.10 Gráfico de Torque de articulaciones del Robot CRS A465.

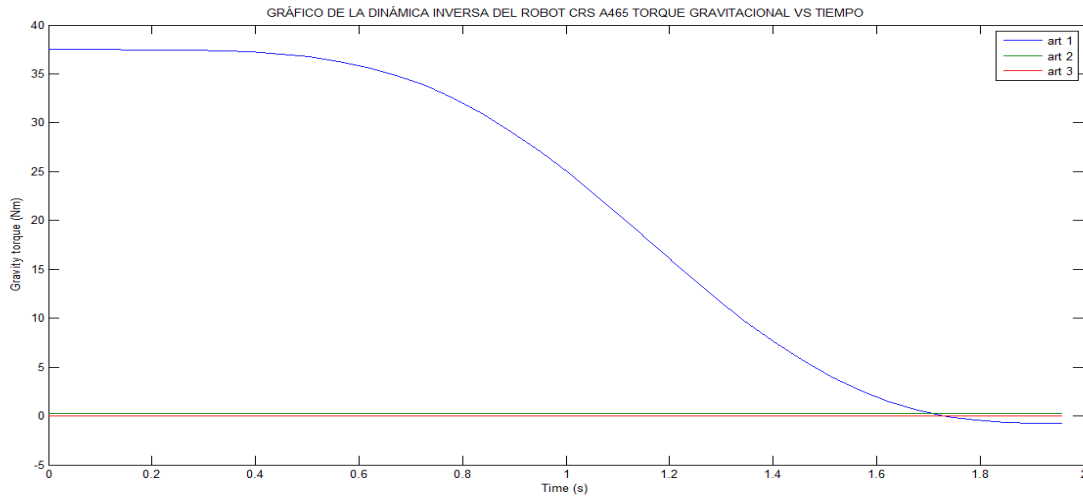


Figura 4.11 Torque gravitacional de articulaciones 1-3.

Gran parte de la torsión en las articulación 1 del CRS A465 es debida a la gravedad. Ese componente puede ser calculada utilizando la función gravload () como se observa en la gráfica 4.11.

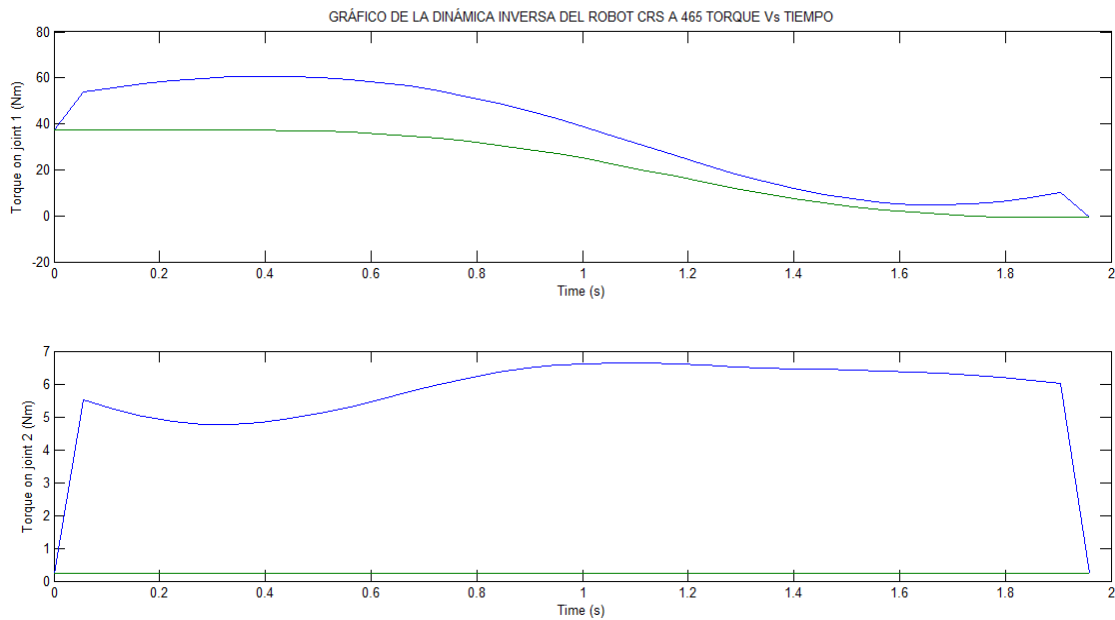


Figura 4.12 Gráfico de torques contra tiempo.

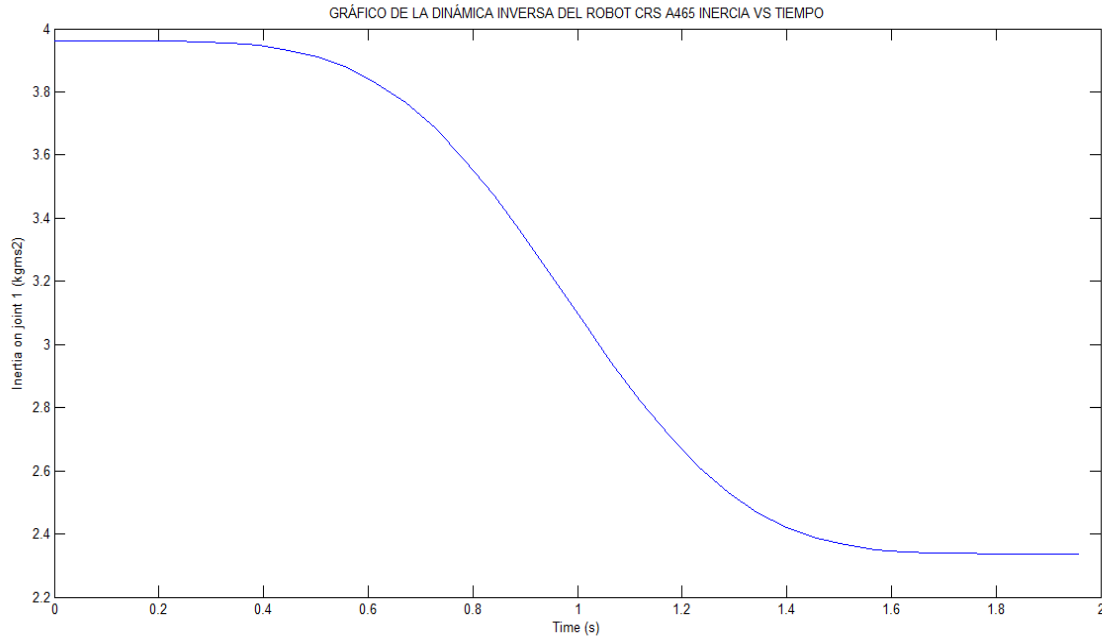


Figura 4.13 Gráfico de Inercia de articulación 1.

La gráfica 4.13 muestra la inercia de la articulación 1, la cual se calcula empleando la función que calcula la matriz de inercia del manipulador para cualquier configuración dada.

En nuestro caso se calcula la variación en la articulación 1 de inercia, que es $M(1,1)$, como el manipulador se mueve a lo largo de la trayectoria (esto puede tardar unos minutos)

Es evidente que la inercia visto por un conjunto varía considerablemente en este camino. Este es uno de los muchos retos para el control de diseño en robótica, lograr la estabilidad y alto rendimiento en el desempeño de la tarea.

4.2.2 Dinámica directa.

Para el modelo dinámico directo, la simulación fue realizada en Matlab, ya que la intención era el obtener gráficas que muestren la evolución de las variables generalizadas que se involucran en el movimiento del robot y que a continuación se muestran. Como inicio se muestra el programa de la dinámica directa.

```
figure(2)
echo on
    accel(p560, qz, zeros(1,6), zeros(1,6))
pause % any key to continue
tic
    [t q qd] = fdyn(nofriction(p560), 0, 10);
toc
    subplot(3,1,1)
    plot(t,q(:,1))
    title ('GRÁFICO DE LA DINÁMICA DIRECTA DEL ROBOT CRS A465 UTT
ARTICULACIONES 1-3');
    xlabel('Time (s)');
    ylabel('Joint 1 (rad)')
    subplot(3,1,2)
    plot(t,q(:,2))
    xlabel('Time (s)');
    ylabel('Joint 2 (rad)')
    subplot(3,1,3)
    plot(t,q(:,3))
    xlabel('Time (s)');
    ylabel('Joint 3 (rad)')
pause % hit any key to continue
clf
    plot(p560, q)
pause % hit any key to continue
echo off
```

La dinámica directa es el cálculo de aceleraciones articulares dada la posición y el estado de velocidad, y los pares de actuadores. Es útil en la simulación de un sistema de control del robot. Como primer paso hay que calcular los torques del robot mediante la función `accel(p560, qz, zeros(1,6), zeros(1,6))`. Para que sea útil para la simulación empleamos la función `Fdyn ()` empleando también la función de MATLAB `ODE45 ()` para integrar la aceleración conjunta. Estas funciones permiten a un usuario calcular el par de torsión conjunta como una función del estado manipulador.

Para simular el movimiento del CRS A465 desde el reposo en posición Home, se plantea con cero pares aplicados y el movimiento resultante puede ser representado contra tiempo. Como se muestra en la Figura 4.14.

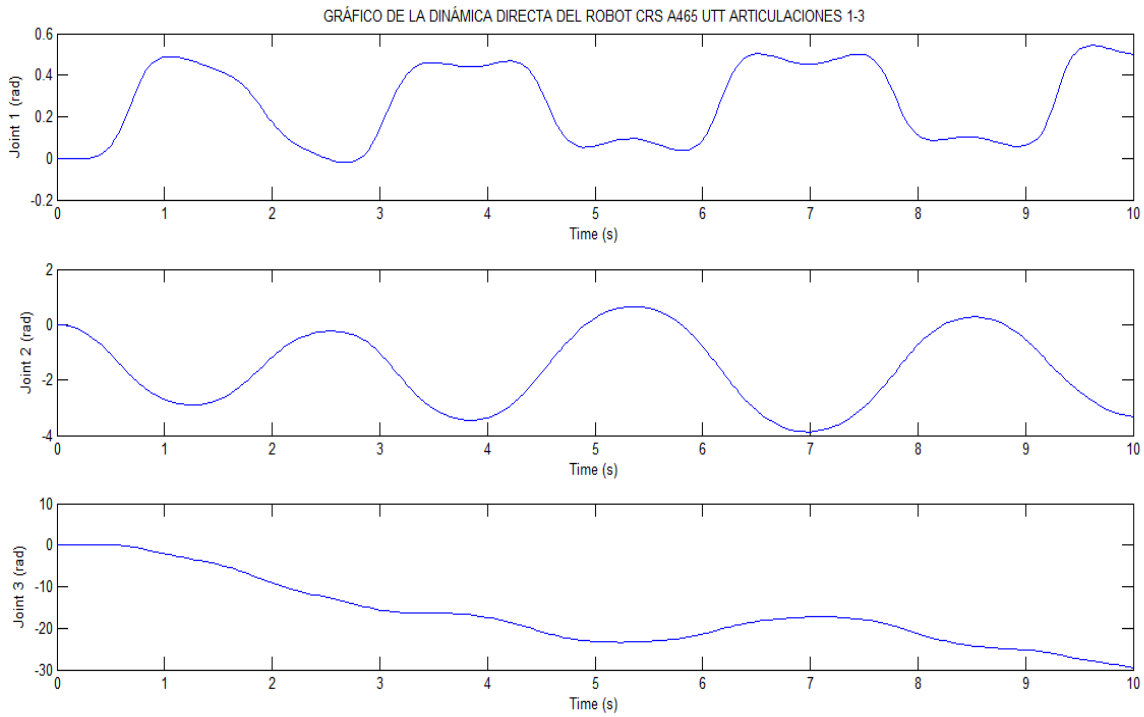


Figura 4.14 Gráfico de la Dinámica Directa del Robot.

Es evidente que el robot está colapsando bajo la gravedad, pero es interesante observar que la velocidad de rotación del brazo superior e inferior está ejerciendo pares centrípetos y de Coriolis en la articulación de la cintura, causando que gire.

Capítulo 5 Conclusiones y perspectivas (implementar el control de velocidad y posición del motor con tecnología abierta, proponer un sistema de adquisición de datos, un sistema de control y monitoreo y una metodología de sintonización del control)

5.1 Conclusiones

Para comprobar y dar por hecho el correcto desarrollo de los modelos Cinemáticos se llevó a cabo una comparación entre el modelo directo y el modelo inverso. Esta comparación se refiere a que las salidas resultantes del modelo cinemático directo, fueron introducidas en las entradas del modelo cinemático inverso y viceversa, con ello se pudo apreciar una total congruencia en los resultados, ya que se “recuperaba” el valor inicial para cada caso. Esto fue suficiente para validarlos por software, ya que el desarrollo de ambos fue por métodos completamente diferentes obteniendo resultados exactos, tal y como se pudo ver en el capítulo 3.

Se debe tomar en cuenta que cuando se realiza una prueba a sistemas físicos es imposible realizarlas bajo condiciones ideales, ya que existen factores que son imposibles de controlar o eliminar. Estos factores pueden ser el no contar con una fuente de alimentación limpia de ruidos (en este caso los picos de corriente que se pueden presentar), la precisión en el equipo de muestreo, la repetibilidad del sistema, las pérdidas en los actuadores, fricciones no lineales, el propio desgaste

físico del sistema, etc. Estas condiciones se pueden despreciar cuando se lleva a cabo una simulación en PC donde se pueden tener condiciones ideales al igual que el propio modelo. Los sistemas presentan normalmente no linealidades en su comportamiento, y las perturbaciones que se presentan resultan difíciles de determinar o de controlar.

La dinámica directa, se pudo validar, como ya se vio en el capítulo 3, puesto que se desarrolla a partir de la dinámica inversa, además de haber sido resuelta por diferentes técnicas de solución algebraicas, desechando con esto posibles errores en su solución.

5.2 Perspectivas

Una de las aportaciones principales de este trabajo de tesis, y que está pendiente es la puesta en operación del robot CRS A465; esto es debido a que no se cuenta con las tarjetas de control, las cuales ya fueron solicitadas, y que se encuentra en proceso de adquisición. Las tarjetas son Marca SENSORAY modelo 626, los datos técnicos de estas tarjetas se da en los anexos.

Con la llegada de la celda de manufactura a la UT Tlaxcala, se vio que era de un gran apoyo para las carreras de TSU en Procesos Industriales Área Automotriz, TSU en Mantenimiento Industrial, TSU en Mecatrónica Área Automatización, y las Ingenierías como la de Procesos y operaciones Industriales, Ingeniería en Tecnotrónica, e Ingeniería en Mantenimiento, además un refuerzo adicional a los conocimientos adquiridos en los cursos de educación continua mediante seminarios que se pueden ofertar como el seminario de robótica; la problemática para esto es que no existía una manual describiendo la operación indispensable del robot, ni su parametrización e identificación de parámetros necesarios para aplicarlos a la investigación. La **puesta en operación y documentación del robot CRS A465** contribuye en forma teórica con la validación de los modelos matemáticos y todo lo que conllevó y en forma bastante tangible con las prácticas que se puede realizar con este robot. Por esta razones el material aquí plasmado es de ayuda tanto a profesores-investigadores y alumnado de la UT Tlaxcala y/o la gente que tenga interés en el tema. Así como nos permitirá establecer proyectos

conjuntos con Universidades como la Universidad Politécnica de Puebla, con la cual compartimos Áreas comunes como Ingeniería Automotriz y Mecatrónica.

Los pasos necesarios a seguir para la puesta en operación del robot CRS A465, se documentarán y se les dará el formato de prácticas de laboratorio (una serie de cinco prácticas), para que la infraestructura del laboratorio de Robótica de la UT Tlaxcala tenga un aprovechamiento óptimo. Estas prácticas se pretende serán realizadas por profesores y alumnos de la UT Tlaxcala, que participen en estas líneas de investigación. Y también con la aceptación de alumnos foráneos de IES como La UP Puebla, o los IT's de Puebla y Tlaxcala, o en su caso IES interesadas.

Otra aportación es un simulador que sirve para cualquier manipulador articulado que sea de construcción similar al CRS A465, ya que basta introducir los parámetros deseados en un cuadro de diálogo (para la cinemática). En este sentido, el desarrollo de los modelos cinemáticos y modelos dinámicos, se consideran una aportación. Ya que el desarrollo se muestra en su totalidad.

Se espera que con este trabajo de tesis se motive y estimule el establecimiento de una línea de investigación dedicada específicamente a la robótica y sus temas relacionados, ya que las Universidades Politécnica de Puebla y la Tecnológica de Tlaxcala han tenido interés por este tema desde hace varios años, sin embargo, en el caso de la Universidad Tecnológica de Tlaxcala, ninguna de las áreas que la conforman, cuenta con una línea de investigación exclusiva para robótica.

Capítulo 6 Referencias bibliográficas

Bibliografía

Alfaro, R. V. (2002). Métodos de sintonización de controladores PID que operan como reguladores. *Revista Ingeniería de la Universidad de Costa Rica*, 21-36.

Baltazar, M. E. (1994). *Dinámica de manipuladores de eslabones rígidos mediante simulación numérico-gráfica*. Cuernavaca: CENIDET.

Barrientos, A. (2007). *Fundamentos de Robótica*. Madrid: Mc Graw Hill/Interamericana.

Belousov, R. I., Chellali, R., & Clapworthy, J. G. (2001). Virtual Reality Tools for Internet Robotics. *International Conference on Robotics & Automation* (págs. 1878-1883). Seoul, Korea: Proceedings of the 2001 IEEE.

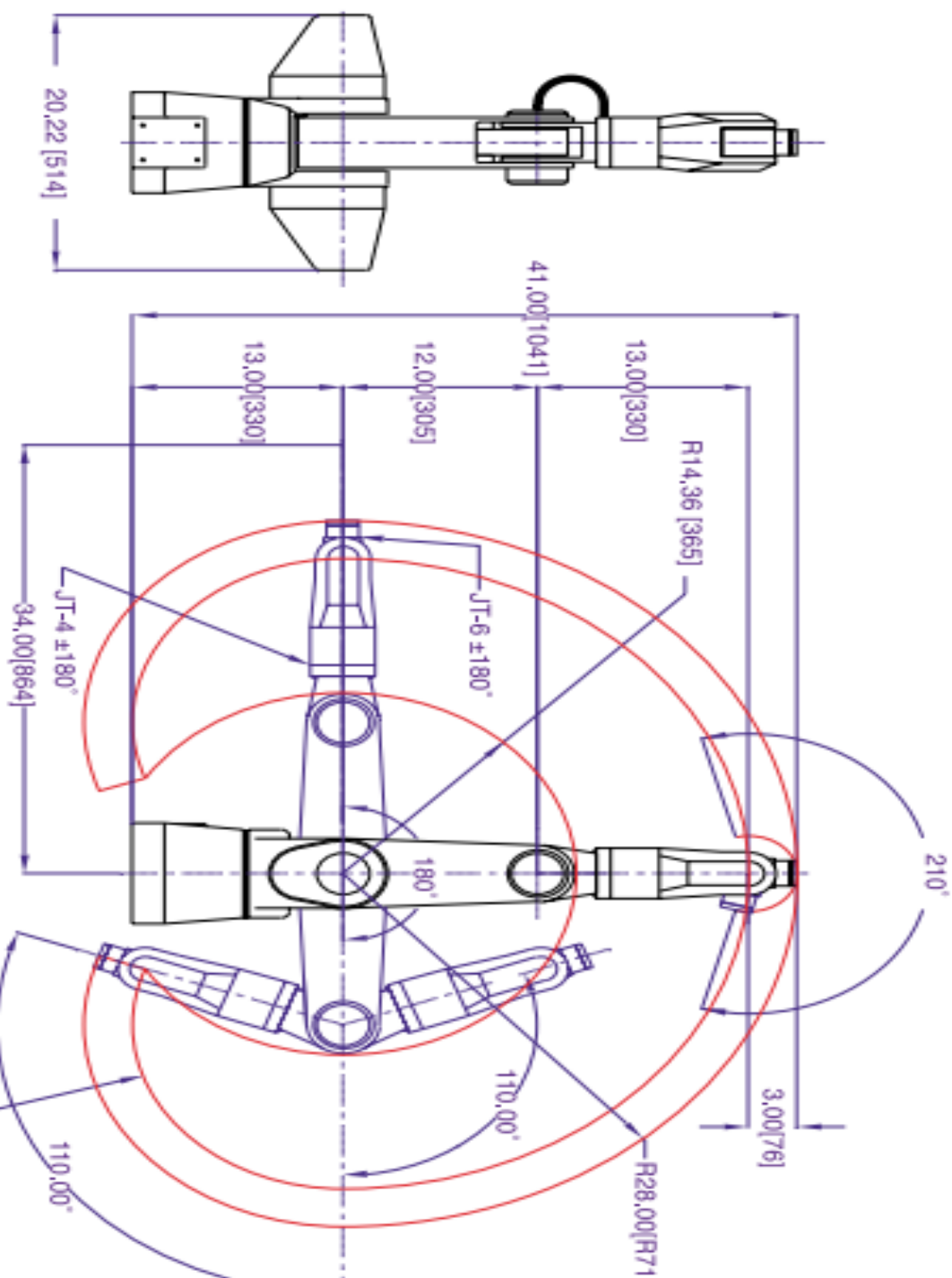
Buitrón, H. (1994). *Operación control y protección de Motores eléctricos*. México D.F.: Hector Pacheco.

- Corke, P. I. (1995). A robotics Toolbox for Matlab. *IEEE Robotics and Automation Magazine*.
- Craig, J. J. (1989). *Introduction to robotics mechanics and control*. New York: Addison-Wesley Publishing Company.
- Creus, A. (1998). *Instrumentación Industrial*. México D.F.: Alfaomega Marcombo.
- Denavit, J. R. (1995). A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based On matrices. *Journal of Applied Mechanics*, 215-221.
- Fu, K. (1988). *Robótica: Control, detección, visión e inteligencia*. Madrid: Mc Graw Hill.
- Gudiño, L. J., & Arteaga, M. A. (2006). Dynamic Model, Control and Simulation of Cooperative Robots: A Case Study. *Mobile Robots, Moving Intelligence* (pág. 576). Germany: Jonas Buchill.
- Iñigo, M. R. (2006). Robots industriales manipuladores. En M. R. Iñigo, *Robots industriales Manipuladores* (pág. 169). Barcelona: Alfaomega.
- Lewis, F. L. (1993). *Robot Manipulator Control Theory and Practice*.
- Luna, R. I., & Islas, S. M. (2007). Simulador CRS A465 de 6 GDL usando Lab View-OpenGL. *Sexto Congreso Nacional de Mecatrónica* (págs. 70-74). San Luis Potosí, S.L.P.: Asociación Mexicana de Mecatrónica.
- Marion, J. (1981). *Dinámica clásica de partículas y sistemas*. Barcelona: Reverté.
- Moreno, A. M. (2003). *Visión artificial estereo con aplicación al control de un brazo robot*. México D.F.: Departamento de control Automatico. CINVESTAV IPN.
- Newman P., C., & Murray, J. J. (1987). The complet Dynamic Model and Costumized Algoritms of the Puma Robot. *IEEE 8714732*.
- Ogata, K. (1987). *Ingeniería de Control Moderna*. México: Prentice Hall.
- Ollero, B. A. (2001). *Róbotica Manipuladores y Robots Móviles*. Sevilla: Marcombo (Boixareu editores).
- Radkhah, K., Kulic, D., & Croft, E. (2007). Identifying the Dynamic Parametre of the CRS A460/465. *IEEE*.

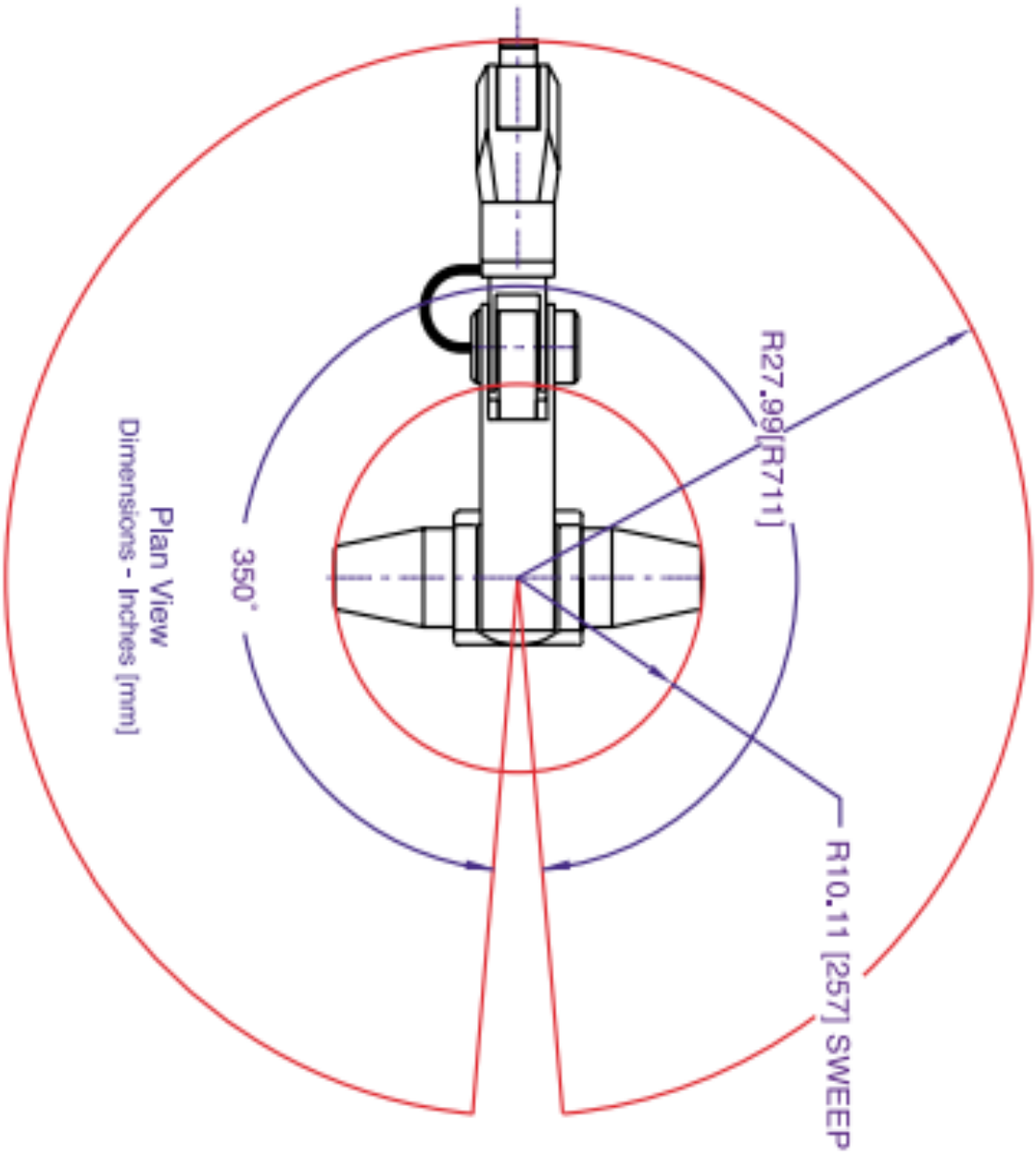
- Rajruangrabin, J. P. (2007). Enhancement of manipulator interactivity through compliant skin and extended Kalman Filtering. *IEEE Conference on Automation Science and Engineering*. Scottsdale Arizona: IEEE.
- Reyes, C. F. (2011). *Robótica Control de Robots Manipuladores*. México D.F.: Alfaomega.
- Reyes, C. F. (2012). *Matlab aplicado a Robótica y Mecatrónica*. México D.F.: Alfaomega.
- Simpson, N. W., & Hayes, M. (2004). Simulation of Kinematic Procedure that employs the relative Measurement concept.
- Spong, M. W. (1993). *Robot Dynamics and Control*. New York: Wiley & Sons, Incorporated, John.
- Spong, W. M., Hutchinson, S., & Vidyasagar, M. (2004). *Robot Dynamics and Control*.
- Wellstead, P. E. (1979). *Introduction to Physical System Modelling*. London: Academic Press LTD.

ANEXOS

ANEXO A1. PLANOS DEL ROBOT CRS A465.



A465 ROBOT ARM
 DIMENSIONS IN inches [mm]
 Elevation



A465 ROBOT ARM

ANEXO A2. INFORMACIÓN TÉCNICA

ENTER BUS VOLT BELOW(V_{dc}), MAX120 VDC

48

SELECT MOTOR WINDING
FROM DROP DOWN LIST
D

SELECT TACH WINDING
FROM DROP DOWN LIST
NONE

MODEL NUMBER MH351SD

DATE

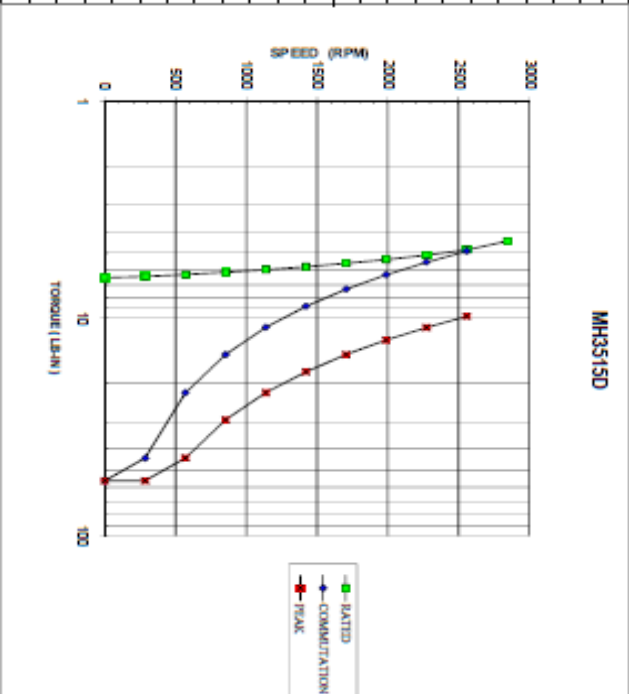
ALL VALUES @

25 DEG C

APPROVED

Signature

SPECIFICATIONS				
Symbol	Units	NOM	MIN	MAX
Tpk	torque	0.58	0.56	0.58
Tc	Torque continuous	0.51	0.48	0.51
Td	Torque dynamic	1.26	1.13	1.39
Ra	Armature resistance	0.84	0.71	0.97
Ls	Armature inductance	1.43	1.00	1.86
Is	Arms at Tc stall	5.16	4.65	5.68
Kv	Volt back EMF	14.92	13.43	16.41
Ep	Volt @ Tpk	29.33		
Ft	Viscous friction	0.09		
Tt	Static friction torque	0.30		
Tc	Coasting torque (0 volt)	0.07		
Jm	Moment of inertia	0.0008		
Tm	Time constant, mech	3.74		
Te	Time constant, elect	1.70		
Rth	Thermal resistance	3.10		
Tth	Time constant, thermal	20		
Os	Max armature temp	135		
Ps	Commutation	148		
Ks	Tachometer sensitivity	volts/krpm	-10 %	+10 %
Rt	Tachometer resistance	ohms	-10 %	+10 %
Tach	Tachometer ripple emf	% of average		
		average		
		hertz		
		hertz		
A	Tachometer inertia	oz-in sec ²		
Wt	Weight	lbs	5.00	



REV#	Torq	EA
0	6.5	7
284	6.4	11
688	6.3	15
862	6.1	19
1198	6.0	23
1420	5.8	28
1705	5.6	32
1888	5.4	36
2273	5.1	40
2667	4.8	44
2841	4.4	47

Symbol	Units	NOM	MIN	MAX
Tpk	torque	0.58	0.56	0.58
Tc	Torque continuous	0.51	0.48	0.51
Td	Torque dynamic	1.26	1.13	1.39
Ra	Armature resistance	0.84	0.71	0.97
Ls	Armature inductance	1.43	1.00	1.86
Is	Arms at Tc stall	5.16	4.65	5.68
Kv	Volt back EMF	14.92	13.43	16.41
Ep	Volt @ Tpk	29.33		
Ft	Viscous friction	0.09		
Tt	Static friction torque	0.30		
Tc	Coasting torque (0 volt)	0.07		
Jm	Moment of inertia	0.0008		
Tm	Time constant, mech	3.74		
Te	Time constant, elect	1.70		
Rth	Thermal resistance	3.10		
Tth	Time constant, thermal	20		
Os	Max armature temp	135		
Ps	Commutation	148		
Ks	Tachometer sensitivity	volts/krpm	-10 %	+10 %
Rt	Tachometer resistance	ohms	-10 %	+10 %
Tach	Tachometer ripple emf	% of average		
		average		
		hertz		
		hertz		
A	Tachometer inertia	oz-in sec ²		
Wt	Weight	lbs	5.00	

REV#	Description
1(7/6/07)	Initial Release

REV#	Torq	EA
0	6.5	7
284	6.4	11
688	6.3	15
862	6.1	19
1198	6.0	23
1420	5.8	28
1705	5.6	32
1888	5.4	36
2273	5.1	40
2667	4.8	44
2841	4.4	47

Symbol	Units	NOM	MIN	MAX
Tpk	torque	0.58	0.56	0.58
Tc	Torque continuous	0.51	0.48	0.51
Td	Torque dynamic	1.26	1.13	1.39
Ra	Armature resistance	0.84	0.71	0.97
Ls	Armature inductance	1.43	1.00	1.86
Is	Arms at Tc stall	5.16	4.65	5.68
Kv	Volt back EMF	14.92	13.43	16.41
Ep	Volt @ Tpk	29.33		
Ft	Viscous friction	0.09		
Tt	Static friction torque	0.30		
Tc	Coasting torque (0 volt)	0.07		
Jm	Moment of inertia	0.0008		
Tm	Time constant, mech	3.74		
Te	Time constant, elect	1.70		
Rth	Thermal resistance	3.10		
Tth	Time constant, thermal	20		
Os	Max armature temp	135		
Ps	Commutation	148		
Ks	Tachometer sensitivity	volts/krpm	-10 %	+10 %
Rt	Tachometer resistance	ohms	-10 %	+10 %
Tach	Tachometer ripple emf	% of average		
		average		
		hertz		
		hertz		
A	Tachometer inertia	oz-in sec ²		
Wt	Weight	lbs	5.00	

REV#	Description
1(7/6/07)	Initial Release

REV#	Torq	EA
0	6.5	7
284	6.4	11
688	6.3	15
862	6.1	19
1198	6.0	23
1420	5.8	28
1705	5.6	32
1888	5.4	36
2273	5.1	40
2667	4.8	44
2841	4.4	47

Symbol	Units	NOM	MIN	MAX
Tpk	torque	0.58	0.56	0.58
Tc	Torque continuous	0.51	0.48	0.51
Td	Torque dynamic	1.26	1.13	1.39
Ra	Armature resistance	0.84	0.71	0.97
Ls	Armature inductance	1.43	1.00	1.86
Is	Arms at Tc stall	5.16	4.65	5.68
Kv	Volt back EMF	14.92	13.43	16.41
Ep	Volt @ Tpk	29.33		
Ft	Viscous friction	0.09		
Tt	Static friction torque	0.30		
Tc	Coasting torque (0 volt)	0.07		
Jm	Moment of inertia	0.0008		
Tm	Time constant, mech	3.74		
Te	Time constant, elect	1.70		
Rth	Thermal resistance	3.10		
Tth	Time constant, thermal	20		
Os	Max armature temp	135		
Ps	Commutation	148		
Ks	Tachometer sensitivity	volts/krpm	-10 %	+10 %
Rt	Tachometer resistance	ohms	-10 %	+10 %
Tach	Tachometer ripple emf	% of average		
		average		
		hertz		
		hertz		
A	Tachometer inertia	oz-in sec ²		
Wt	Weight	lbs	5.00	

REV#	Description
1(7/6/07)	Initial Release

REV#	Torq	EA
0	6.5	7
284	6.4	11
688	6.3	15
862	6.1	19
1198	6.0	23
1420	5.8	28
1705	5.6	32
1888	5.4	36
2273	5.1	40
2667	4.8	44
2841	4.4	47

Speed / torque curve shown is rated. Typical values are within +/-10% of rating in an ambient of 25 Deg C. Specifications subject to change without notice.

Max Terminal Voltage 48 VDC
 Max Sustainable Voltage 48 VDC @ 2141 RPM @ 4.4 Lb-In
 Max (No load) speed 2218 RPM
 Operating voltage is the max voltage that can be applied to the motor to produce torque at a particular speed.

300 Series Amplifier User's Guide

© 1996–1998 Copley Controls Corporation
20 Dan Road
Canton, MA 02021
USA

All rights reserved

The 300 Series Amplifier User's Guide Rev 09 12/01/01

ANEXO A3. FUNCIONES TRIGONOMETRÍA

ANEXO A4. FOTOS

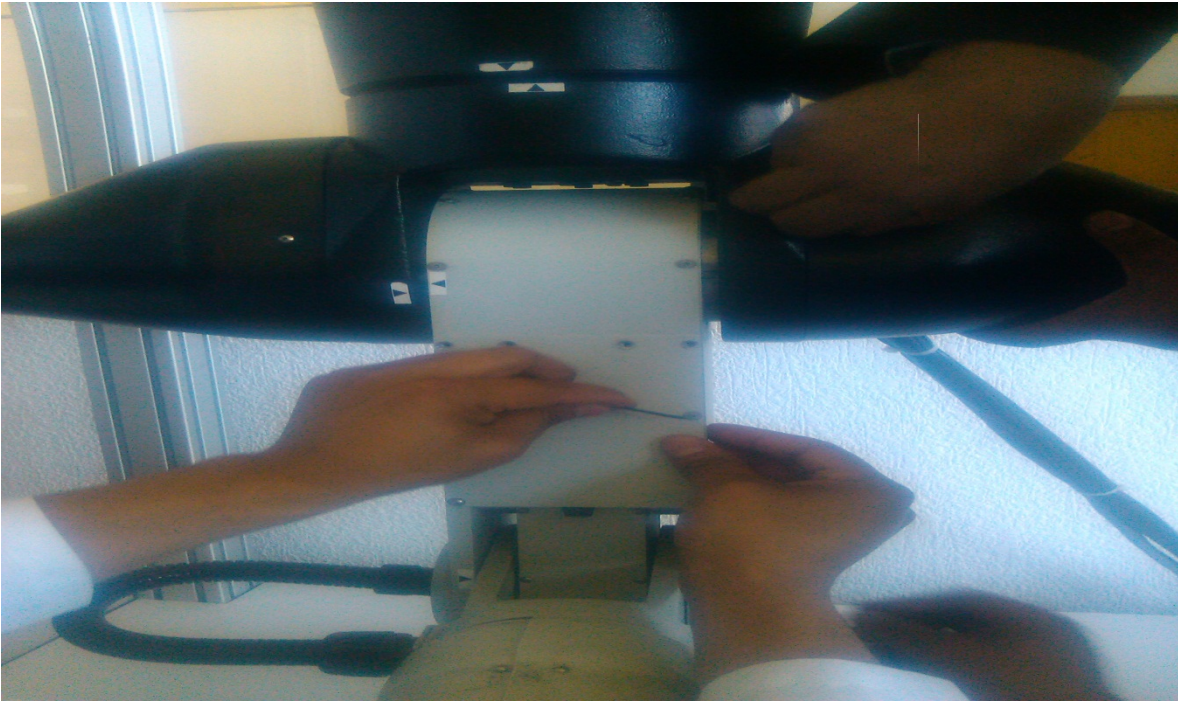


Foto 1.- Inspección Visual de robot CRS A465



Foto2.- Mostrando estructura de Aluminio y cables de comunicación



Foto 3.- Mostrando el sistema de Transmisión por banda dentada, Marca Goodyear.

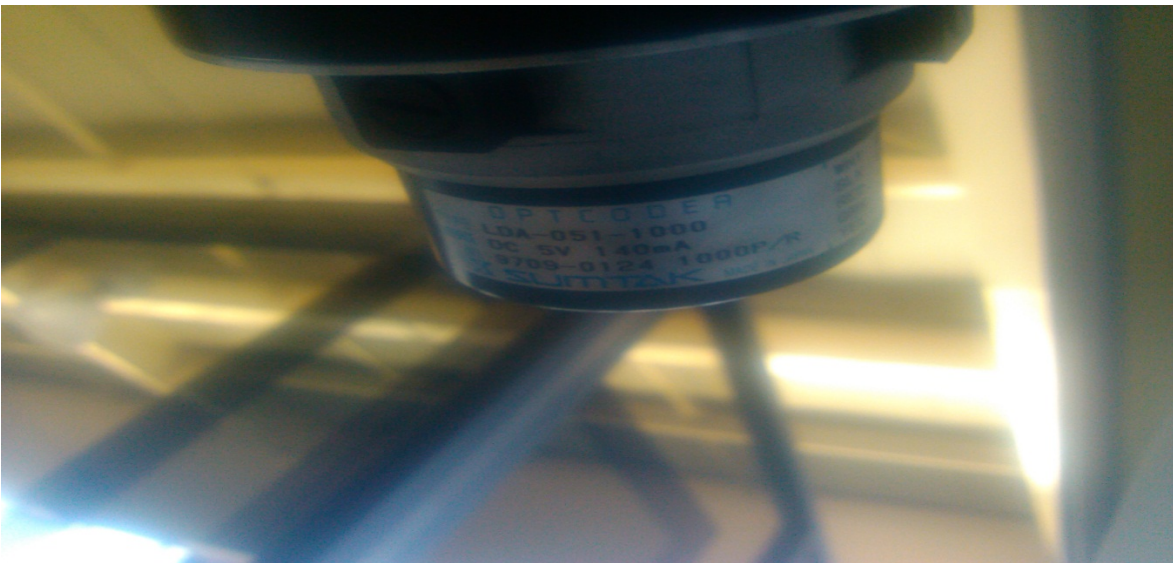


Foto 4.- Mostrando los cuatro Motores de CD Principales (info. Técnica)



Foto 5.- Mostrando información de encoder (equipo Fabricación Original)



Foto 6.- Mostrando condiciones actuales del robot Daño en Conectores.

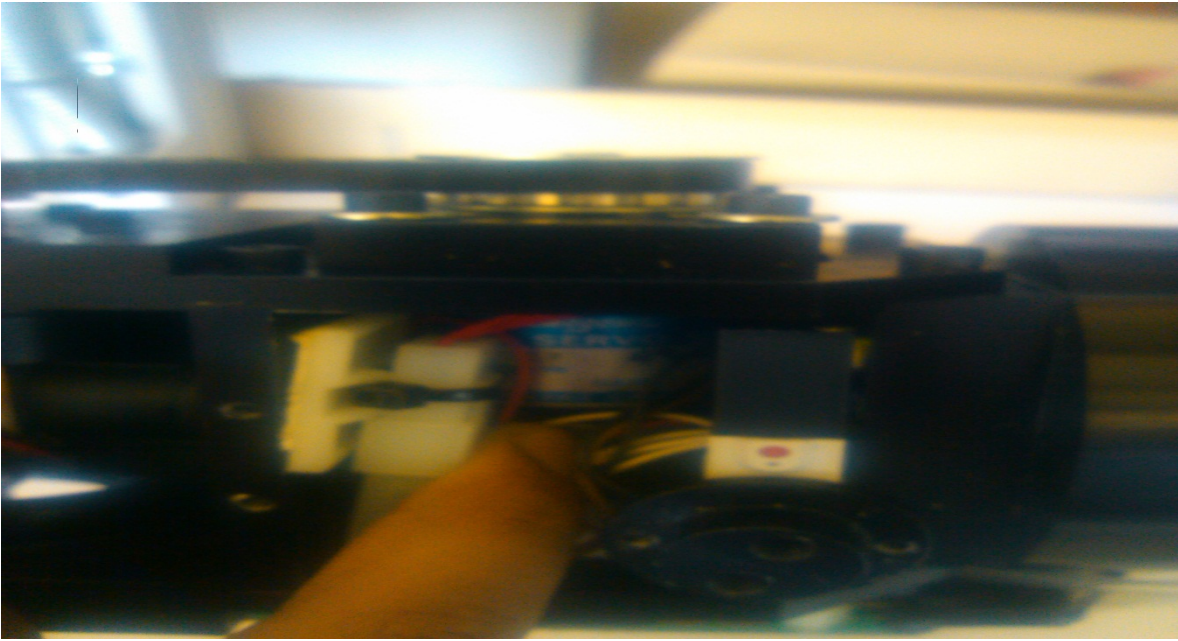


Foto 7.- Mostrando los servos de la Muñeca (tres).

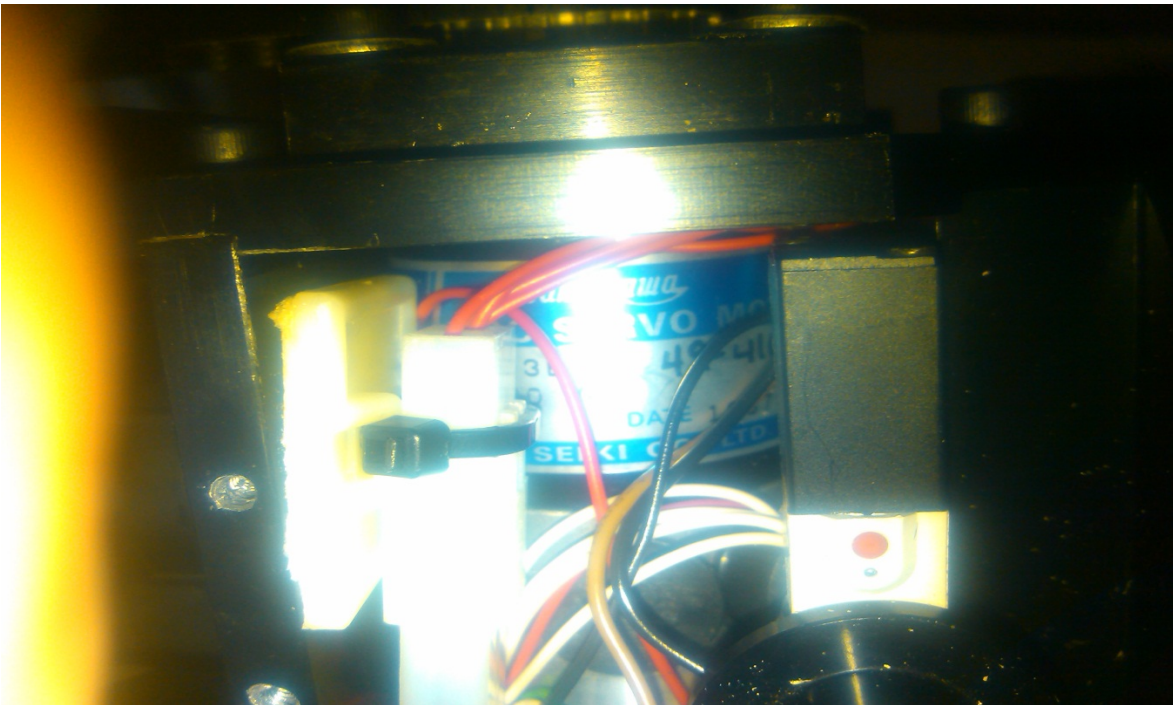


Foto 8.- Acercamiento a Servo, (equipo de fabricación Original

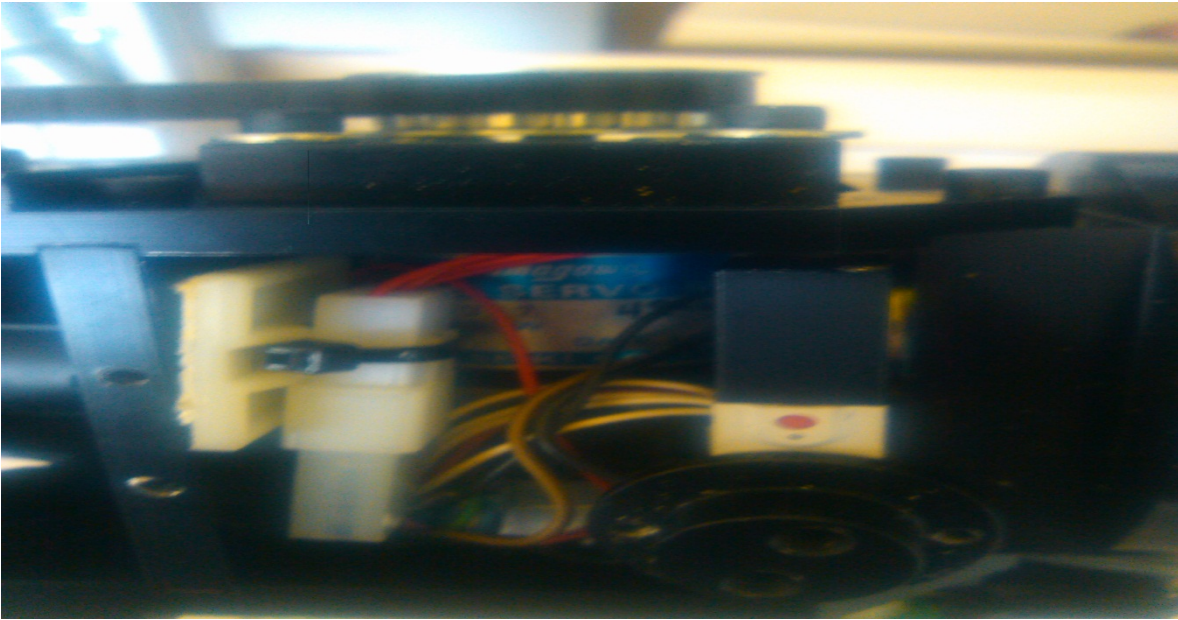


Foto 9.- Acercamiento a transmisión de muñeca banda dentada Goodyear.



Foto 10.- Motores Principales (4)



Foto 11.- Mostrando Sensores de Límite para un grado de libertad

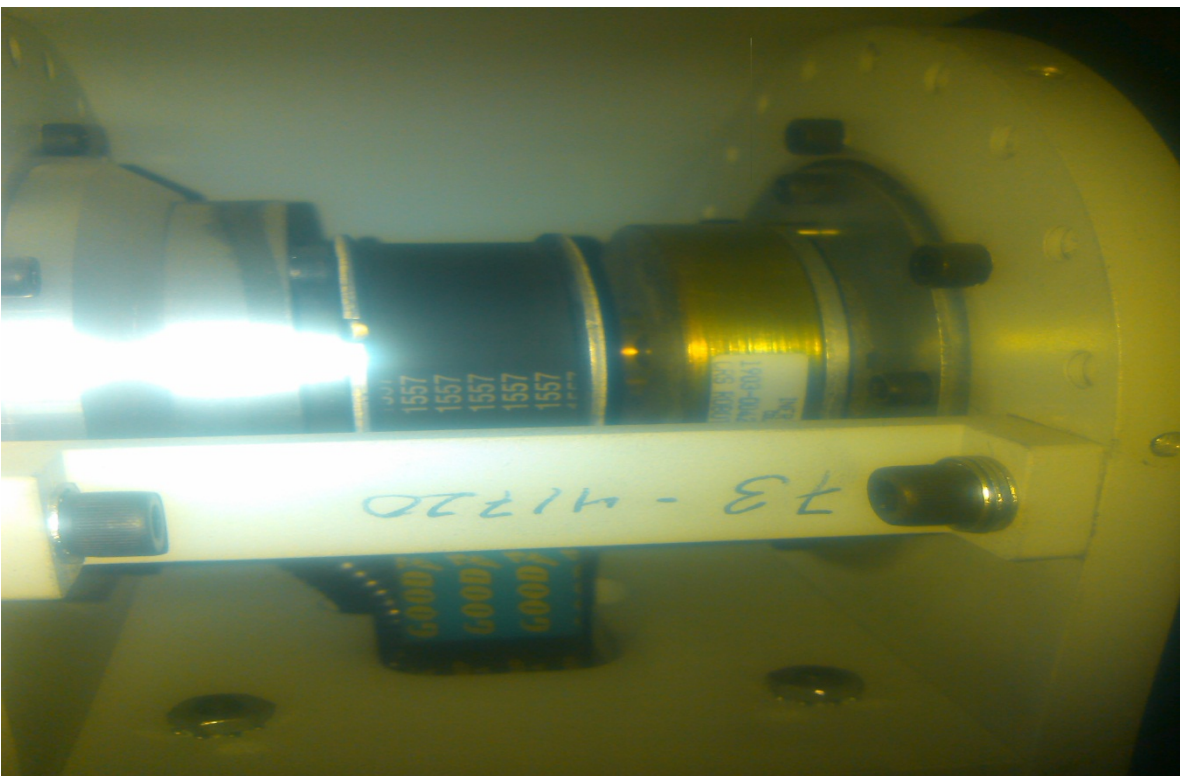


Foto 12.- Detalle de la doble transmisión, Hombro y codo (dentada)



Foto 13.- Eje sobre el que se desplaza la base