

# Plataforma didáctica de control para sistemas no lineales

ALAN HUCHIN HERRERA<sup>1</sup>, JUAN ANTONIO ARÍZAGA SILVA<sup>2</sup>, ANTONIO BENITEZ RUIZ<sup>1</sup>, AND JORGE DE LA CALLEJA MORA<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Maestría en Ingeniería en Automatización de Procesos Industriales, Universidad Politécnica de Puebla, 3er. Carril del ejido serrano s/n, San Mateo Cuanalá, Puebla, México. C.P. 72640, alan.huchin@up Puebla.edu.mx, antonio.benitez@up Puebla.edu.mx

<sup>2</sup>Ingeniería en Sistemas Autom,otrices, Universidad Politécnica de Puebla, 3er. Carril del ejido serrano s/n, San Mateo Cuanalá, Puebla, México. C.P. 72640, juan.arizaga@up Puebla.edu.mx,

Compiled 1 de diciembre de 2017

*En este artículo se presenta el control de una plataforma didáctica basado en un péndulo simple, proponiendo un controlador basado en lógica difusa que permitirá caracterizar una gran variedad de motores brushless debido a la gran versatilidad del controlador. Haciendo uso del software MATLAB 2016 se efectúa un estudio del comportamiento de la planta mediante, para posteriormente diseñar mediante la herramienta fuzzy el controlador de tipo mamdani, presentando las simulaciones para validar su funcionamiento.* © 2017 Universidad Politécnica de Puebla

**OCIS codes:** (140.3490) Lasers, distributed feedback; (060.2420) Fibers, polarization-maintaining; (060.3735) Fiber Bragg gratings.

<http://dx.doi.org/10.1364/ao.XX.XXXXXX>

## 1. INTRODUCCIÓN

El control de posición de un brazo con un grado de libertad sobre su propio eje con una hélice y motor se ha vuelto muy popular en campo del control. Este sistema está basado en un péndulo simple, el cual es un sistema físico que exhibe un movimiento mecánico. Este movimiento consiste en una masa adherida a una barra de longitud fija y suspendida en un punto de equilibrio. El movimiento ocurre en el plano vertical comandado por la fuerza gravitacional. Los péndulos son conocidos como buenos resonadores y adecuados para el estudio de periodos largos de estabilidad de forma que se proporcione un controlador robusto para sistemas dinámicos con acciones de control que lleve al sistema a operar en regiones estables [1].

La posición del brazo se logra haciendo girar de su rotor a altas revoluciones mediante la modulación del ancho de pulso, el cual tiene relación con la variación del voltaje. De esta forma hace girar la hélice que va montada sobre el eje del motor, generando una fuerza propulsora, que impulsa el aire desde la parte superior hacia la parte inferior de su rotor, generando un potente chorro de aire debido al principio de Bernoulli [2], [3] y de esta manera logra mantenerse y posicionarse en el aire.

El objetivo de este proyecto es desarrollar una plataforma didáctica para la caracterización de motores, proponiendo como estrategia desarrollar un control basado en la lógica difusa de tipo Mamdani ya que nos brinda un gran número de ventajas cuando las especificaciones del control requieren robustez, adaptabilidad y flexibilidad debido a perturbaciones del entorno o a efectos no modelables de la dinámica del sistema no-lineales.

El artículo está organizado de la siguiente manera. En la sección 2, se presenta el diseño y el modelo matemático basado en un péndulo que describe el sistema. En la sección 3, se presenta la instrumentación que se implementó para el control y monitoreo del dispositivo. En la sección 4, se presenta la teoría del control difuso y el diseño del controlador. En la sección 5, se presentan la experimentación y los resultados obtenidos.

## 2. DISEÑO Y MODELADO

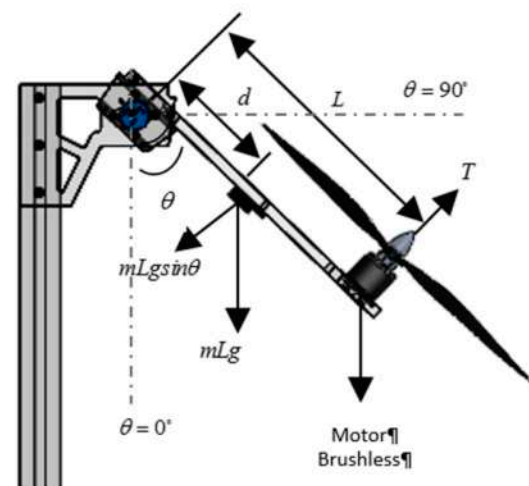


Fig. 1. Diagrama esquemático de las fuerzas que interactúan en el péndulo (SolidWorks 2016).



Para el diseño de cada una de las piezas que conforman la estructura del péndulo se tomaron como base las características físicas del motor y la hélice. Para determinar el tamaño de las del banco de pruebas, se hizo uso del software SolidWorks para el diseño y visualización en 3D como se muestra en la Figura 1. Una vez fabricadas las piezas y ensamblado el prototipo, se sometió a pruebas experimentales con elementos fijos que caracterizan su funcionamiento, que se mencionarán más adelante en el apartado de instrumentación, para validar el movimiento óptimo del brazo.

El modelo matemático de este sistema es conocido en la literatura, en donde se sabe que para obtener el ángulo del péndulo suspendido con respecto a la fuerza de empuje correctiva, se escribe la ecuación 1 con base la figura 1, de acuerdo a los aportes [4], [5], se determina la función de transferencia presentando un modelo no lineal para después ser aproximado a una función lineal.

De acuerdo al diagrama que muestra la figura 1, la ecuación diferencial modela al sistema:

$$T(t) = J\ddot{\theta}(t) + C\dot{\theta}(t) + m \cdot g \cdot d \cdot \text{Sen}\theta(t) \quad (1)$$

Donde T representa la fuerza de empuje, J el movimiento de inercia, C coeficiente de amortiguamiento,  $\theta$  el ángulo, m la masa, g la fuerza de gravedad y d la distancia al centro de masa.

Partiendo de la ecuación (1), se determina que el voltaje V(t) aplicado al motor es proporcional a la fuerza de empuje T(t) y puede escribirse:

$$T(t) = k_m \cdot V(t) \quad (2)$$

Siendo  $\theta(t) = 90 \text{ deg}$  como el ángulo máximo de la planta, entonces el  $\text{Sen}\theta(t) = 1$ , en el que se puede considerar que el ángulo se encuentra en estado estable, por lo tanto  $\ddot{\theta}(t) = 0$  y  $\dot{\theta}(t) = 0$ . Rescribiendo la ecuación (1) se obtiene.

$$T(t) = m \cdot g d \quad (3)$$

Considerando que  $k_m$  es una ganancia para obtener el mínimo ángulo con relación al voltaje. Se sustituye la ecuación (2) en la ecuación (3).

$$k_m = \frac{mgd}{V(t)} \quad (4)$$

Retomando la ecuación (1) y operando en el dominio de la Laplace se obtiene la función de transferencia.

$$\frac{\theta(s)}{T(s)} = \frac{1}{Js^2 + cs + mgd} \quad (5)$$

Tomando en cuenta las condiciones establecidas anteriormente de la ecuación (2) y de la ecuación (5), la función de transferencia que en términos de  $\theta(s)/V(s)$  como se presenta en la ecuación (6).

$$\frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{k_m/J}{s^2 + \frac{c}{J}s + \frac{mgd}{J}} \quad (6)$$

Mediante la metodología para el cálculo de control de modelos dinámicos [6] se desarrollaron los cálculos para obtener los siguientes parámetros para la planta del sistema. Para una frecuencia natural de  $\omega_n = 4,3037 \text{ rad/s}$  y un factor de amortiguamiento de  $\zeta = 0,2295$ .

De acuerdo a la literatura la función de transferencia de la ecuación (6) es relacionada con el polinomio característico de segundo orden como se muestra en la ecuación (7).

$$s^2 + \frac{C}{J}s + \frac{mgd}{J} = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 \quad (7)$$

Sustituyendo los parámetros físicos en la ecuación (8):  $m = 0,33 \text{ kg}$ ,  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  y  $d = 0,12 \text{ m}$  puede obtenerse el movimiento de inercia  $J = 0,0210 \text{ kgm}^2$  y la constante de amortiguamiento  $C = 0,1078 \text{ Nms/r}$ . Finalmente se obtiene la función de transferencia.

$$\frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{5,13}{s^2 + 1,9754s + 18,5214} \quad (8)$$

### 3. INSTRUMENTACIÓN

#### A. Motor Brushless (sin escobillas)

La característica principal de los motores DC sin escobillas es que realizan la misma función de un motor DC normal, pero reemplazando el conmutador y las escobillas por switches de estado sólido que funcionan con una lógica para la conmutación de los bobinados [6], [7]. Los motores Brushless tienen muchas ventajas a comparación de los motores con escobillas, debido a que son eficientes en cuestiones de consumo de energía, no requieren mantenimiento, pueden girar a altas revoluciones, entre otras.

##### A.1. Control de Velocidad Electrónico (ESC)

El Controlador de Velocidad Electrónico por sus siglas en inglés (ESC), es el encargado de suministrar la señal trifásica necesaria para que los motores Brushless (Sin escobillas) puedan girar. El objetivo de este dispositivo es mantener las RPM del motor constante ante condiciones de carga.

El control de estos dispositivos se realiza mediante PWM (Modulación por ancho de pulsos) desde la unidad de control. La señal corresponde normalmente a una señal de modulación de ancho de pulso PWM, cuya frecuencia y ciclo de trabajo están determinados por fábrica. El ciclo de trabajo normalmente está en el rango de 1 a 2ms y la frecuencia puede tomar valores de 50hz y 490hz [7].

##### A.2. Unidad de Medición de Inercial

Una Unidad de Medición Inercial por sus siglas en inglés (IMU), es un dispositivo electrónico cuyo objetivo es obtener mediciones de velocidad, rotación y fuerzas gravitacionales en forma autónoma. Se utilizan como componentes fundamentales en los sistemas de navegación de barcos, aviones, helicópteros, misiles o cualquier móvil en que sea necesario estimar estas mediciones, sin la posibilidad de utilizar referencias externas o mediciones directas. Para el control del péndulo, se requiere saber la posición angular en la que se encuentra posicionado en todo momento por lo que se hizo uso del sensor MPU9250. Este sensor está compuesto por un acelerómetro un giroscopio y un magnetómetro en un chip MEM, con la capacidad de medir en sus tres ejes de manera independiente, es decir, que este sensor tiene 9 grados de libertad por sus siglas en inglés (DOF). Que, a su vez, estos datos se procesan en algún sistema computarizado y mediante filtros se obtiene la medición angular de la IMU. En la tabla 3 se muestran las características del sensor.



### A.3. Microcontrolador ARM- F446RE

El microcontrolador es una parte esencial del péndulo debido a que se encarga de adquirir datos de los sensores con el que se instrumentó el brazo. Las señales que el microcontrolador adquiere se utilizan para el algoritmo de control que estará encargado de mantener la posición angular y mantener estable el brazo ante cualquier perturbación a la que se pueda someter.

## 4. ESTRATEGIA DE CONTROL

El desarrollo de controladores difusos ha emergido como una de las más prosperas y fructíferas aplicaciones de la teoría de conjuntos difusos, teoría postulada por Lotfi Zadeh [8], como una generalización de los conjuntos clásicos. La idea de formular el problema de control mediante el uso de reglas expresadas con representaciones lingüísticas. La experiencia diaria de la vida real proporciona muchos ejemplos donde se confirma como el entendimiento, el pensamiento y la habilidad humana pueden resolver eficientemente el problema de control para una gran variedad de sistemas sin hacer uso de los sofisticados algoritmos de la teoría de control.

La lógica difusa se puede definir como una metodología que proporciona una manera simple y elegante de obtener una conclusión a partir de información de entrada, ambigua, imprecisa, o incompleta. El control difuso modela una alternativa practica para resolver una variedad de complejas paliaciones de control, ya que propone un método para construir controles no lineales a través de información heurística, en el que es posible prescindir de la rigidez matemática y transmitir el raciocino humano a un sistema [1], [5], [9], [10], [11].

### A. Conjuntos difusos

Los conjuntos de la teoría clásica son altamente restrictivos en el sentido de que un elemento o pertenece o no pertenece a un conjunto dado. Es decir, que un conjunto bien definido (lógica clásica), la pertenencia de un elemento  $x$  a un conjunto  $A$  se describe mediante la función característica.

$$\mu_A(x) \quad (9)$$

Donde: [13]

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{cuando } x \in A \\ 0 & \text{cuando } x \notin A \end{cases} \quad (10)$$

Dicha función es llamada función de pertenencia de  $A$ , y está definida para todos los elementos del universo, esta función hace un mapeo de todo el universo  $U$  a su conjunto de evaluación de dos elementos  $[0, 1]$ , como se muestra en la ecuación (10).

$$\mu_A(x) : U \rightarrow [0, 1] \quad (11)$$

#### A.1. Lógica difusa Mamdani

En el presente trabajo se implementó el método de inferencia mamdani, siendo una de las técnicas comúnmente más utilizadas en la lógica difusa propuesto por Ebram Mamdani en 1975 [12]. El proceso consta de cuatro pasos y se puede observar en el diagrama a bloques de la figura 2:

- Etapa de fuzificación: Esta etapa se encarga de la transformación de las variables controladas entregadas por el proceso, en variables tipo lingüísticas. Como resultado de la fuzificación se obtienen valores lingüísticos medidos.

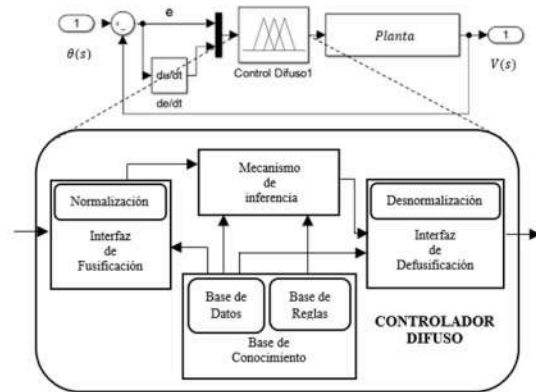


Fig. 2. Arquitectura tipo mamdani control difuso [13].

- Reglas: contiene reglas difusas que encierran el conocimiento necesario por la solución del problema de control. Las reglas de control constan de condiciones si <condiciones>entonces <acciones>.
- Mecanismo de inferencia: en esta etapa se calculan las variables de salida a partir de variables de entrada, mediante reglas y la inferencia difusa, entregando conjuntos difusos de salida.
- Defuzificación: Es el resultado de la inferencia difusa es retraducido de un concepto lingüístico a una salida fisica gracias al proceso de defuzificación y está definida por la ecuación (12)

$$Z^* = \frac{\sum z_j \mu_c(z_j)}{\sum \mu_c(z_j)} \quad (12)$$

Dónde:  $q$  es el número de niveles de cubanización de salida,  $z_j$  es la suma de las salidas de control en el nivel de cuantización  $j$  y  $\mu_c(z_j)$  representan los valores de la función de membresía en  $c$ . Este método asigna el centro del área de la salida difusa fina al valor de defuzificados, como se muestra en la figura 3.

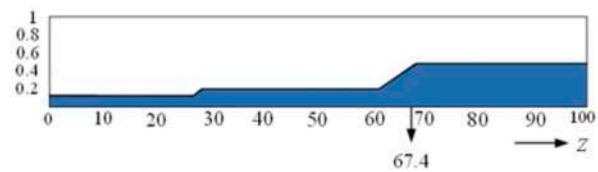


Fig. 3. Método de defuzificación de centro de área [12].

#### A.2. ¿Por qué utilizar un controlador difuso?

Los controladores difusos son ideales para sistemas en los cuales se tiene un alto grado de incertidumbre respecto a las variables que se busca controlar y el efecto que éstas tienen sobre el sistema. En done se presenta ciertas ventajas a comparación de otros controladores.

- Son robustos y menos propensos a perder estabilidad debido a eventos fuera de las condiciones de operación planeadas.

- Son capaces de operar sobre sistemas no lineales para los cuales un esquema de control clásico requeriría la linealización del mismo o sólo sería capaz de operar de forma estable en cierta región acotada.
- Son de fácil implementación y procesamiento en comparación de otros controladores.

**5. RESULTADOS**

**A. Diseño del controlador**

El error (e) se definen como la diferencia entre la referencia (Set-Point) y el ángulo real, el cambio del error (ė) se define por la diferencia entre el error actual y el error anterior. Estos errores son las entradas del controlador difuso. Mientras que la salida del controlador es el cambio en ciclo de trabajo (PWM). La relación entre el error anterior y la salida puede ser positivo o negativo para determinar o actualizar el nuevo ciclo de salida (PWM-Actual).

Para el control se requieren definir una serie de reglas lingüísticas en base a la experiencia del experto, característica principal del modelo mamdani, tomando en cuenta que entre más información se le proporcione al controlar mayor precisión se obtendrá en la salida. Las funciones de pertenencia que rigen el sistema del controlador son de tipo triangulares que se describe en la ecuación (13).

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x \leq a \\ \frac{x-a}{m-a}, & \text{si } a < x \leq m \\ \frac{b-a}{b-m}, & \text{si } m < x < b \\ 0, & \text{si } x \geq b \end{cases} \quad (13)$$

Por lo tanto: na, nm, nb, m pb, pm y pa (negativo alto, negativo medio, negativo bajo, medio, positivo bajo, positivo medio y positivo alto) son los conjuntos e y ė que varían en un rango de [-90,90] con las cuales se construye la matriz de inferencia con una dimensión de 7x7 dando un total de 49 reglas como se muestra en la tabla 5. Obteniendo a la salida los conjuntos que determinaran el cambio del ciclo de trabajo (PWM) en un rango de [-1,1].

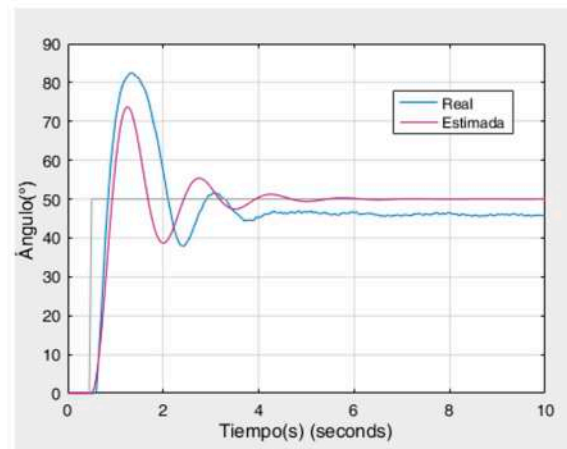
**Cuadro 1.**

e/de/det	na	nm	nb	m	pb	pm	pa
na	pa	pa	pm	pm	pb	pb	m
nm	pa	pm	pm	pb	pb	m	nb
nb	pm	pm	pb	pb	m	nb	nb
m	pm	pb	pb	m	nb	nb	nm
pb	pb	pb	m	nb	nb	nm	nm
pm	pb	m	nb	nb	nm	nm	nb
pa	m	nb	nb	nm	nm	na	nb

**A.1. Simulación y experimentación**

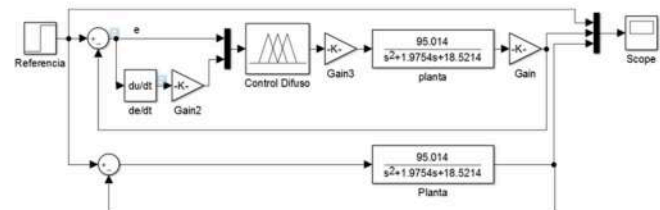
Con el objetivo de validar el desempeño de la planta con el controlador propuesto se requiero llevar a cabo pruebas con la plataforma didáctica, para de esta manera obtener los

datos reales del sistema y poder llevar a cabo los cálculos matemáticos con la que se obtuvo la aproximación de la función de transferencia presentada en la ecuación (8) y de esta manera poder efectuar simulaciones con la herramienta Simulink de MATLAB. En la figura 4 se muestra la similitud de nuestra función calculada y la respuesta real.



**Fig. 4.** Respuesta al escalón planta real vs la estimada (Matlab 2016).

Con la ayuda de la herramienta de Simulink se simulo el controlador y la planta para validar el funcionamiento como se muestra en la figura 5 y figura 6.



**Fig. 5.** Esquema del controlador difuso.

**6. CONCLUSIONES**

El controlador propuesto en este artículo, establece un conjunto de reglas de inferencia basadas en el error, con el que puede observar que la respuesta le toma un tiempo de 1.5s en alcanzar la referencia. Por lo tanto, se puede concluir que el desempeño es funcional para la plataforma didáctica.

Actualmente se está trabajando en la implementación de este controlador en la plataforma didáctica mediante una interfaz gráfica figura 7, para poder caracterizar cualquier tipo de motor brushless debido a las grandes ventajas en cuanto adaptabilidad del control difuso.

**REFERENCIAS**

1. M. Hasan, C. Saha, M. M. Rahman, M. R. I. Sarker, and S. K. Aditya, Dhaka University Journal of Science 60, 115 (2012).



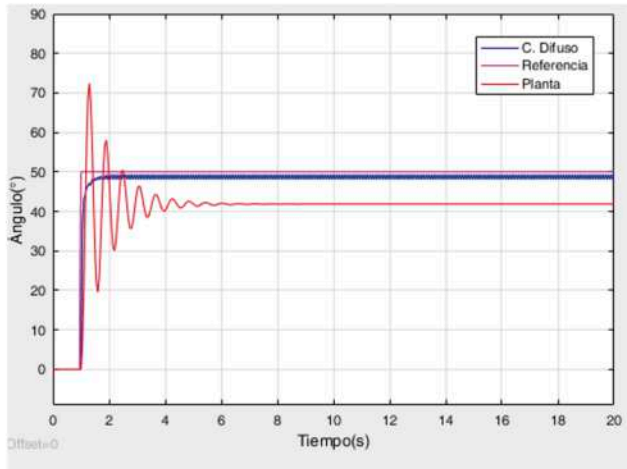


Fig. 6. Respuesta al Escalón del controlador vs la planta (Matlab 2016).

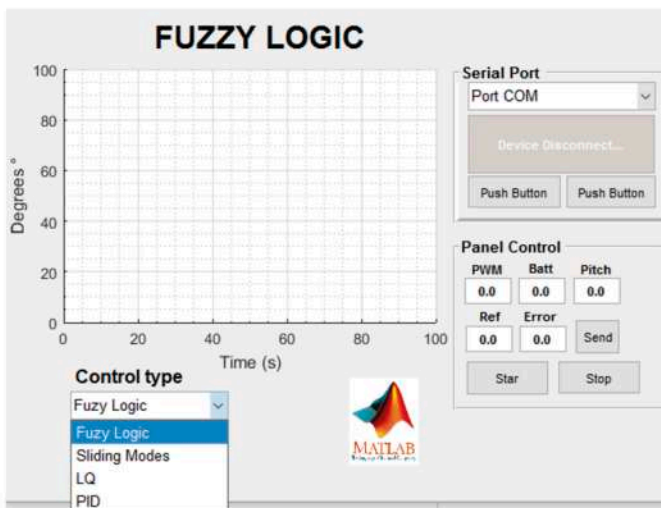


Fig. 7. Interfaz para la plataforma didáctica (Matlab 2016).

2. M. C. Villarejo, "La génesis de la mecánica de fluidos," [urlhttp://rabfis15.uco.es/MecFluidos/Programa/Untitled-19.htm](http://rabfis15.uco.es/MecFluidos/Programa/Untitled-19.htm) (2016).
3. H. de avión, "Pasión por volar-divulgación de aeronáutica para todos," [urlhttp://rabfis15.uco.es/MecFluidos/Programa/Untitled-19.htm](http://rabfis15.uco.es/MecFluidos/Programa/Untitled-19.htm) (2016).
4. H. Kizmaz, S. Aksoy, and A. Mühürçü, "Sliding mode control of suspended pendulum," in "Modern Electric Power Systems (MEPS), 2010 Proceedings of the International Symposium," (IEEE, 2010), pp. 1–6.
5. F. E. M. Garcia, J. A. B. Vargas, and Y. E. A. Garcia, *Respuestas* **17**, 48 (2010).
6. J. Zhao and Y. Yu, *MPS, Futur. Analog IC Technol* pp. 7–8 (2011).
7. G. S. P. de Lazárraga, *Control motor Brushless sensorless* (Universidad Pública de Navarra, 2015).
8. L. A. Zadeh, *Applied and Computational Mathematics* **10**, 4 (2011).
9. M. Ramesh, J. Amarnath, S. Kamakshiah, and G. Rao, *ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences* **6**, 55 (2011).
10. S. Kizir, Z. Bingul, and C. Oysu, "Fuzzy control of a real time inverted pendulum system," in "Knowledge-Based Intelligent Information and Engineering Systems," (Springer, 2008), pp. 674–681.
11. J. A. López, P. A. Muñoz, and J. E. Cardona, *Scientia et Technica* **13** (2007).
12. P. Dadios Elmer, Croatia, InTech, ISBN pp. 978–953.
13. R. Malhotra, N. Singh, and Y. Singh, *International Journal of Computer*