

Análisis de Descargas Atmosféricas en Líneas de Transmisión

Juan Carlos Escamilla
Ismael Albino, Member IEEE
escamilla_14@hotmail.com
conver_ie_ipn@hotmail.com

Abstract

Se analizarán las sobretensiones ocasionadas por descargas atmosféricas en las líneas de transmisión, se presenta una técnica de parámetros distribuidos en el dominio de la frecuencia que permite modelar descargas atmosféricas indirectas y su propagación a lo largo de las líneas de transmisión. Finalmente se aplica la transformada numérica de Laplace para obtener los resultados en el dominio del tiempo.

1. Introducción

La descarga indirecta se refiere al impacto del rayo en la proximidad de la línea, lo cual produce campos electromagnéticos que inciden sobre ella. Esto provoca sobretensiones transitorias cuya magnitud depende, entre otros factores, de la amplitud de la corriente de retorno, la altura de la nube de tormenta y la distancia entre punto de impacto y la línea. Este fenómeno se conoce comúnmente como línea iluminada. Diversos investigadores han desarrollado estudios de las sobretensiones provocadas por el fenómeno de la línea iluminada [1-10]. Algunas formas en que comúnmente se ha analizado este fenómeno son mediante fuentes distribuidas de tensión y corriente a lo largo de la línea. Esta formulación es aplicada en métodos tanto en el dominio del tiempo como de la frecuencia [1, 2, 8]. En este trabajo se describe un modelo de la línea de transmisión en el dominio de la frecuencia, basado en la formulación de Taylor, que permite la inclusión de campos electromagnéticos incidentes. El efecto de dichos campos se incluye por medio de fuentes concentradas colocadas únicamente en los extremos de la línea, en lugar de distribuidas como se ha planteado generalmente, simplificando sustancialmente el análisis del fenómeno y sin alterar la exactitud de los resultados [1, 2].

2. Modelado de la línea de transmisión en el dominio de la frecuencia

Las ecuaciones del telegrafista gobiernan el comportamiento de la línea de transmisión en estado transitorio, estas ecuaciones en el dominio de la frecuencia están definidas por el siguiente sistema de ecuaciones [1, 2]:

$$-\frac{d v(z,s)}{dz} = z(s) i(z,s) \quad (1)$$

$$-\frac{d i(z,s)}{dz} = y(s)v(z,s) \quad (2)$$

Donde $v(z,s)$ e $i(z,s)$ son los voltajes y corrientes, respectivamente; $z(s)$ y $y(s)$ son la impedancia y admitancia expresadas en por unidad; s es la variable de Laplace y z representa el eje de propagación de la onda viajera. Aplicando la segunda derivada a (1) y sustituyendo el resultado en (2) se obtiene:

$$-\frac{d^2 v(z,s)}{dz^2} = A_x(s)v(z,s) \quad A_x(s) = z(s)y(s) \quad (3)(4)$$

La solución para la ecuación (3) está definida como:

$$v(z,s) = C_1 e^{-\gamma z} + C_2 e^{\gamma z} \quad (5)$$

De forma similar se puede obtener una solución para las corrientes de forma independiente definida por:

$$i(z,s) = Y_0(C_1 e^{-\gamma z} - C_2 e^{\gamma z}) \quad (6)$$

donde C_1 y C_2 son constantes de integración y γ es la constante de propagación definida como:

$$\gamma = \sqrt{\lambda} = \alpha + j\beta \quad (7)$$

donde α es la constante de atenuación en Nep/m y β la constante de fase dada en rad/m.

3. Modelo de admitancias

Para obtener un modelo de admitancias de línea de transmisión se requiere aplicar las condiciones de frontera. Se considera que $z = 0$ y $z = \ell$ para los extremos emisor y receptor, respectivamente como se muestra en la Fig. (1). Aplicando las condiciones de frontera a (5) y (6) se obtiene:

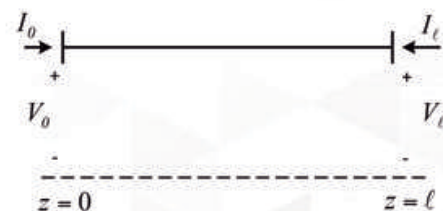


Fig. 1. Condiciones frontera de la línea de transmisión.

$$\begin{bmatrix} V_\ell \\ I_\ell \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ -C & -D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ I_0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

donde

$$A = \cosh(\gamma \ell) \quad B = -Z_0 \sinh(\gamma \ell) \quad (9, 10)$$

$$C = Y_0 \sinh(\gamma \ell) \quad D = -\cosh(\gamma \ell) \quad (11, 12)$$

4. Modelo de 2 puertos de la línea iluminada

El modelo de admitancias presentado en la sección 3 se modifica para obtener un modelo que permita analizar el efecto que presenta la línea iluminada. Se considera que el campo electromagnético incide sobre una línea monofásica tal y como se muestra en la Fig. 2. Para incluir el efecto de este campo, las ecuaciones del telegrafista en el dominio de la frecuencia se pueden modificar de la siguiente manera:

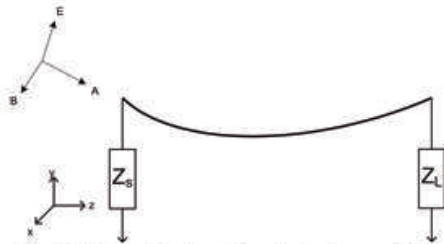


Fig. 2. Configuración de una Línea Iluminada monofásica

$$\frac{d}{dz} \begin{bmatrix} V(z,s) \\ I(z,s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -Z \\ -Y & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(z,s) \\ I(z,s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_F(z,s) \\ I_F(z,s) \end{bmatrix} \quad (13)$$

donde

$$V_F(z,s) = s \int_0^h B_x dy \quad I_F(z,s) = -Y \int_0^h E_y dy \quad (14ab)$$

V_F e I_F son las fuentes de tensión y corriente, h es la altura del conductor, E_y es el campo eléctrico incidente en la dirección y y B_x es el campo magnético incidente en la dirección x , de acuerdo al sistema coordenado mostrado en la Fig. 2. La solución de (13) en términos de la matriz cadena de un segmento de línea Δz se define como [1]:

$$\begin{bmatrix} V'(z,s) \\ I'(z,s) \end{bmatrix} = \Phi(\Delta z, s) \begin{bmatrix} V(z-\Delta z, s) \\ I(z-\Delta z, s) \end{bmatrix} + \int_{z-\Delta z}^z \Phi(z-\tau, s) \begin{bmatrix} V_F(\tau, s) \\ I_F(\tau, s) \end{bmatrix} d\tau \quad (15)$$

Si el segmento es eléctricamente corto, la integral del lado derecho de (15) puede expresarse simplemente como

$$\int_{z-\Delta z}^z \Phi(z-\tau, s) \begin{bmatrix} V_F(\tau, s) \\ I_F(\tau, s) \end{bmatrix} d\tau \approx \begin{bmatrix} V_F(z, s) \Delta z \\ I_F(z, s) \Delta z \end{bmatrix} \quad (16)$$

Sustituyendo (16) en (15) se tiene:

$$\begin{bmatrix} V'(z,s) \\ I'(z,s) \end{bmatrix} = \Phi(\Delta z, s) \begin{bmatrix} V(z-\Delta z, s) \\ I(z-\Delta z, s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_F(z, s) \Delta z \\ I_F(z, s) \Delta z \end{bmatrix} \quad (17)$$

La representación de las fuentes distribuidas se muestran en la Fig. 3.

Aplicando condiciones de frontera, puede obtenerse un modelo en el cual las fuentes se consideran únicamente en el extremo receptor de la línea [1]. Esta representación se describe mediante la suma del vector de fuentes distribuidas en cada paso de la conexión cascada de matrices cadena de segmentos de línea; esto es:

$$\begin{bmatrix} V(L,s) \\ I(L,s) \end{bmatrix} = \prod_{i=1}^N \Phi^{(N+1-i)} \begin{bmatrix} V(0,s) \\ I(0,s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{FT}(L,s) \\ I_{FT}(L,s) \end{bmatrix} \quad (18)$$

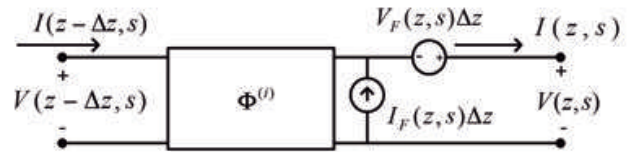


Fig. 3. Representación de la matriz cadena de un segmento de línea iluminada empleando fuentes distribuidas.

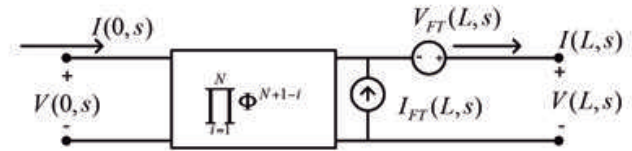


Fig. 4. Representación de la matriz cadena de línea completa empleando fuentes concentradas.

donde

$$\begin{bmatrix} V_{FT}(L,s) \\ I_{FT}(L,s) \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{N-1} \left\{ \prod_{n=i}^{N-1} \Phi^{(N-n)} \right\} \begin{bmatrix} V_F(i\Delta z, s) \Delta z \\ I_F(i\Delta z, s) \Delta z \end{bmatrix} \quad (19)$$

El primer término del lado derecho de (19) corresponde a la conexión cascada de matrices cadena, de tal forma que la posible inclusión de no uniformidades en la línea ya está considerada en dicha ecuación. En el límite cuando $\Delta z \rightarrow 0$, puede expresarse (19) como una convolución en z entre el vector de fuentes distribuidas y la matriz cadena de la línea:

De acuerdo con la ecuación (20), la excitación por campos incidentes de la línea puede aproximarse mediante la conexión de las fuentes concentradas $V_{FT}(L,s)$ e $I_{FT}(L,s)$ en el punto $z = L$ de la línea sin excitación, como se muestra en la Fig. 4.

Mediante la manipulación algebraica de (18) se obtiene la representación definida en (21), la cual describe un modelo de 2 puertos en forma nodal con los campos electromagnéticos incidentes denotados por fuentes de corriente conectadas en ambos extremos de la línea:

$$\begin{bmatrix} I(0,s) \\ I(L,s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{SS} & -Y_{SR} \\ -Y_{SR} & Y_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(0,s) \\ V(L,s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{sc}(0,s) \\ I_{sc}(L,s) \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$Y_{SS} = -\Phi_{12}^{-1}\Phi_{11}, \quad Y_{RR} = \Phi_{22}\Phi_{12}^{-1} \quad (22a), (22b)$$

$$Y_{SR} = -\Phi_{12}^{-1} = \Phi_{22}\Phi_{12}^{-1}\Phi_{11} - \Phi_{21} \quad (22c)$$

donde

$$I_{SC}(0,s) = -\Phi_{12}^{-1}V_{FT}(L,s) \quad (22d)$$

$$I_{SC}(L,s) = -\Phi_{22}\Phi_{12}^{-1}V_{FT}(L,s) + I_{FT}(L,s) \quad (22e)$$

siendo Φ_{11} , Φ_{12} , Φ_{21} y Φ_{22} los elementos que corresponden a la matriz cadena de la línea completa:

$$\left[\prod_{i=1}^N \Phi^{(N+1-i)} \right] = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{bmatrix} \quad (23)$$

Las expresiones $I_{SC}(0,s)$ e $I_{SC}(L,s)$ definen las fuentes de corriente nodales inyectadas en los extremos de la línea

5. CÁLCULO DEL CAMPO ELECTROMAGNÉTICO

En la Fig. 5 se muestra la representación del campo electromagnético incidente a una línea por efecto de una descarga atmosférica cercana. Master y Uman definieron las componentes de campo eléctrico y magnético generadas por un diferencial del canal de descarga (considerando el suelo como conductor perfecto), a una altura y y una distancia x . Integrando a lo largo del canal de descarga y su imagen y transformando al dominio de Laplace se tiene:

$$E_x(x,y,s) = \frac{\exp(-X_0s/c)}{4\pi\epsilon_0} \int_{-H_n}^{H_n} I(y',s) \left[\frac{3x(y-y')}{X_0^5s} + \frac{3x(y-y')}{cX_0^4} + \frac{x(y-y')s}{c^2X_0^3} \right] dy' \quad (24)$$

$$E_y(x,y,s) = \frac{\exp(-X_0s/c)}{4\pi\epsilon_0} \int_{-H_n}^{H_n} I(x',s) dy' \left[\frac{2(y-y')^2 - x^2}{X_0^5s} + \frac{2(y-y')^2 - x^2}{cX_0^4} \right] dy' \quad (25)$$

$$B(x,y,s) = \frac{\mu_0}{4\pi} \exp(-X_0s/c) \int_{-H_n}^{H_n} I(y',s) \left[\frac{x}{X_0^3} + \frac{x}{cX_0^2} \right] dy' \quad (26)$$

donde H_n es la altura de la nube e $I(y',s)$ es la imagen en

el dominio de Laplace de la corriente en el canal de descarga, dada por:

$$I(y',s) = \exp(-\alpha y') \exp(-y's/vel) I(0,s) \quad (27)$$

Las integrales en las ecuaciones (24) a (26) se evalúan mediante un algoritmo de integración numérica. Para considerar que en realidad el suelo tiene conductividad finita, se emplea la expresión de Cooray-Rubinstein [8]:

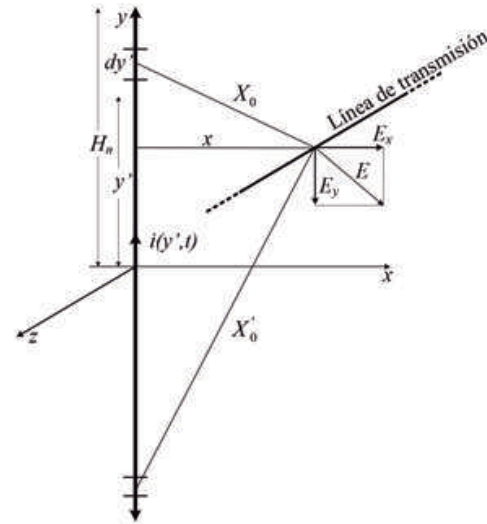


Fig. 5. Representación del campo electromagnético producido por un canal vertical [13].

La forma de onda empleada para representar la corriente en la base del canal de descarga, $i(0,t)$, es una superposición de 2 funciones tipo Heidler, la cual ha demostrado muy buena aproximación con respecto a mediciones de campo [13].

6. EJEMPLO DE APLICACIÓN

Para validar el modelo presentado los resultados obtenidos se compararon con el programa simulación ATP/DRAW. Los datos de la línea a analizar se muestran en la Tabla 1, para este caso consideró una longitud de 100 km y una altura de 28 m. Se analizó la sobretensión transitoria que se presenta en una línea ante una descarga atmosférica directa. En el lado emisor de la línea se suministró una fuente ideal del tipo doble exponencial con amplitud de 1 p.u., tiempo de frente de 1.2 μ s y tiempo de valor medio (cola de la onda) de 50 μ s, esta corresponde a la señal típica de la descarga atmosférica. Los resultados obtenidos se muestran en la Figura. 6.

En los siguientes ejemplos de esta sección se analizaron las sobretensiones de una línea monofásica uniforme con los datos mostrados en la Tabla 1. Las componentes del campo eléctrico y magnético se calculan por medio de las ecuaciones (24) a (26) definidas en la sección 5; Para este ejemplo se consideró que los campos electromagnéticos varían a lo largo de la línea, por lo que su distribución no es uniforme. Se presentan dos casos de análisis, los cuales se describen a continuación.

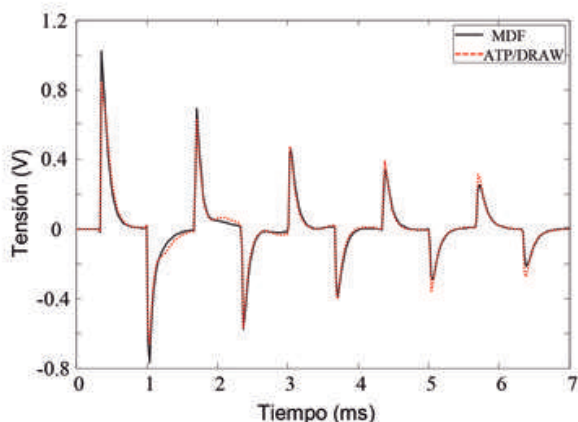


Fig. 6. Sobretensión transitoria en el extremo receptor de la línea

Tabla 1. Datos de la línea de distribución

Radio del conductor	0.0075 m
Longitud de la línea	500 m
Altura de la línea	7 m
Permeabilidad del terreno	1.2566×10^{-6} H/m
Permeabilidad del conductor	1.2566×10^{-6} H/m
Resistividad del suelo	100 Ω -m
Resistividad del conductor	$3.21e^{-8}$ Ω -m

Caso A.

Se considera que la descarga impacta el suelo a 50 m del extremo izquierdo en el eje z ($z_p = 50$ m), como se muestra en la Fig. 7, mientras que la distancia en el eje x , denotada como x_p , toma los valores de 30, 50, 100 y 500 m. P representa entonces las coordenadas de la descarga atmosférica.

En las Figs. 8 y 9 se observan las sobretensiones transitorias que se presentan en los extremos izquierdo y derecho de la línea respectivamente, debido al efecto producido por la inclusión de campos electromagnéticos no uniformes para el caso A, ante la variación de x_p . Pueden observarse en este caso mayores amplitudes y menores retardos de tiempo en el extremo izquierdo, debido a que la descarga está siempre más cercana a dicho nodo.

Caso B

Se considera que la descarga impacta el suelo a 250 m del extremo izquierdo en el eje z (a la mitad de la línea), de acuerdo con la Fig. 7, mientras que la distancia en el eje x , denotada como x_p , toma nuevamente valores de 30, 50, 100 y 500 m. En las Figs. 10 y 11 se muestran las sobretensiones transitorias que se presentan en los extremos izquierdo y derecho de la línea respectivamente, debido al efecto producido por la inclusión de campos electromagnéticos no uniformes. Puede observarse en estos casos que los resultados en ambos extremos son idénticos para todos los valores de x_p considerados. Esto se debe simplemente a que la descarga impacta justo a la mitad de la línea y, al tener impedancias iguales conectadas en ambos nodos, el comportamiento hacia los dos lados es también idéntico.

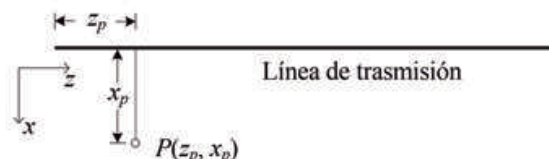


Fig. 7. Distancia mas corta entre la línea y el canal de descarga

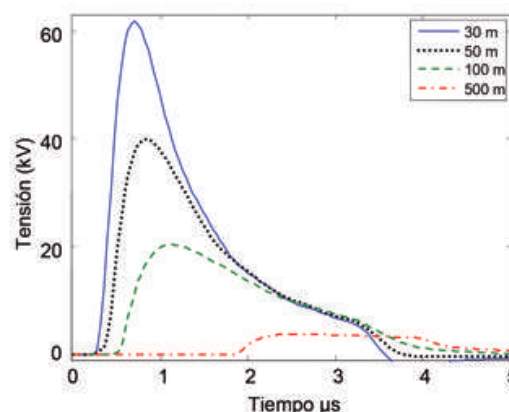


Fig. 8. Tensiones transitorias presentes en el extremo izquierdo de la línea para el caso A.

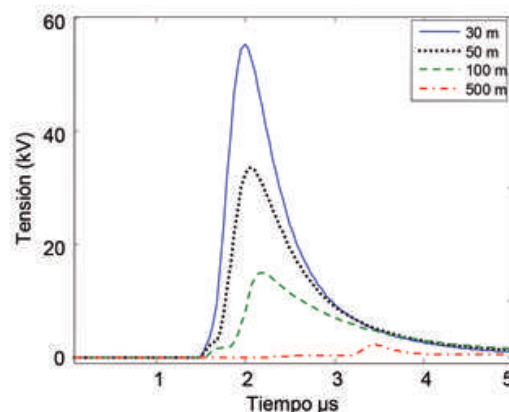


Fig. 9. Tensiones transitorias presentes en el extremo derecho de la línea para el caso A.

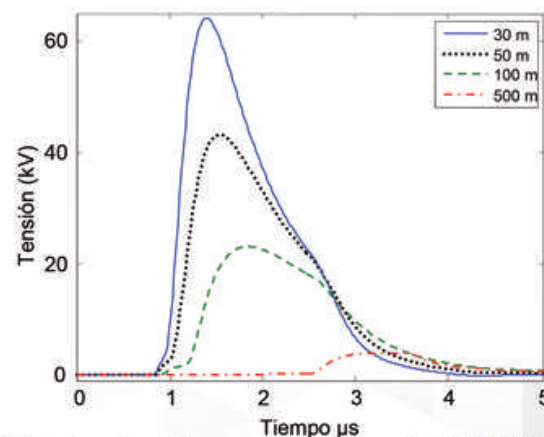


Fig. 10. Tensiones transitorias presentes en el extremo izquierdo de la línea para el caso B.

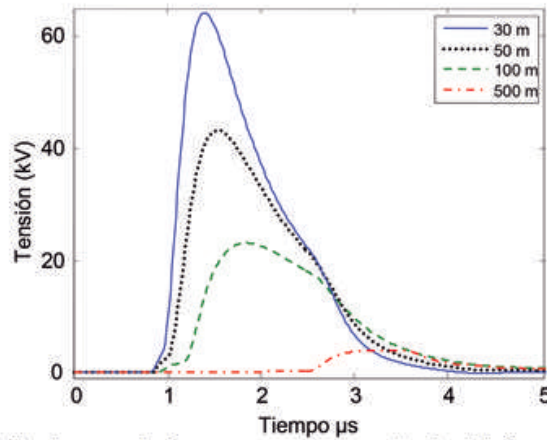


Fig. 11. Tensiones transitorias presentes en el extremo derecho de la línea para el caso B.

7. CONCLUSIONES

En este artículo se describió y desarrolló un modelo de la línea monofásica en el dominio de la frecuencia que permite la inclusión de campos incidentes por medio de fuentes concentradas de corriente en los extremos de la línea. Se presentó también una técnica para el cálculo de los campos electromagnéticos que se generan a partir de una descarga atmosférica indirecta. Los resultados en el dominio del tiempo se obtuvieron mediante el algoritmo de la transformada numérica de Laplace. Es interesante observar que las magnitudes mayores de tensión en ambos extremos de la línea se presentaron siempre para el caso B (descarga a la mitad de la línea). Pudiera pensarse que el caso A, al tratarse de una descarga más cercana al extremo izquierdo provocaría mayores magnitudes de tensión en los extremos respectivos. Sin embargo, el fenómeno de la descarga indirecta es más complejo e impredecible que la descarga directa.

8. REFERENCIA

- [1] P. Gomez, P. Moreno, J. L. Naredo, "Frequency-Domain Transient Analysis of Nonuniform Lines with Incident Field Excitation", *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol. 20, pp 2273 – 2280. July 2005
- [2] P. Gómez, F. A. Uribe, "On the Application of the Numerical Laplace Transform For Accurate Electromagnetic Transient Analysis", *Rev. Mex. Fis.*, vol. 53, no. 3, pp. 198-204, Junio 2007.
- [3] Toshiki Takeshima, Yoshihiro Baba, Naoto Nagaoka, Akihiro Ametani, Jun Takami, Shigemitsu Okabe, Vladimir A. Rakov. "FDTD Calculation of Lightning-Induced Voltages on an Overhead Two-Wire Distribution Line" *IEEE*, pp. 1317 – 1320, April 2010.
- [4] Bo Yang, Bi-Hua Zhou, Cheng Gao, Li-Hua Shi. "Using a Two-Step Finite-Difference Time-Domain Method to Analyze Lightning-Induced Voltages on Transmission Lines". *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*. Vol. 53 pp: 256 – 260, 2011.
- [5] P. N. Mikropoulos, T. E. Tsovilis. "Estimation of the shielding performance of overhead transmission lines: The effects of lightning attachment model and lightning crest current distribution" *IEEE Transactions on Dielectrics and Electrical Insulation*. Vol 19 pp. 2155-2164, December 2012.
- [6] Fernando H. Silveira, Silvério Visacro, Henrique B. Ferreira, Alberto De Conti. "Lightning-Induced Voltages Calculated with the Hybrid Electromagnetic Model Considering Frequency-Dependent Soil

- Parameters" *Lightning Protection (XII SIPDA)*, International Symposium. pp 236 – 240, October 2013.
- [7] Jun Zou, TaoBin Jin, WenWen Li, Jaebok Lee, Sugun Chang. "A Hermite Interpolation Model to Accelerate the Calculation of the Horizontal Electric Field of a Lightning Channel Along a Transmission Line" *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, Vol 55, pp. 124-131, September 2013
- [8] Farhad Rachidi. "Review of Field-to-Transmission Line Coupling Models With Special Emphasis to Lightning-Induced Voltages on Overhead Line" *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, Vol. 54, pp: 898 -911 February 2014.
- [9] Rodrigo Nuricumbo-Guillén, Pablo Gómez, Fermín P. Espino-Cortés, Felipe A. Uribe. "Accurate Computation of Transient Profiles Along Multi-conductor Transmission Systems by Means of the Numerical Laplace Transform" *IEEE Transactions on Power Delivery*, Vol 29, pp 2385-2393. April 2014.
- [10] Said I. Abouzeid, Gaber Shabib, Adel Zein El Dein Mohamed. "Induced Voltages on Overhead Transmission Lines Because of Nearby Included Lightning Channel" *IET Generation, Transmission & Distribution*, Vo. 9, pp: 1672 – 1680, September 2015.
- [11] Pablo Gómez, Leonardo Vergara, Rodrigo Nuricumbo-Guillén, Fermín P. Espino-Cortés. "Two-Dimensional Definition of the Numerical Laplace Transform for Fast Computation of Transient Profiles A long Power Transmission Lines" *IEEE Transactions on Power Delivery*. Vol 31, pp 412-414. October 2015
- [12] G. A. Evdokunin, N. N. Petrov. "Lightning-Induced Voltage on Overhead Lines" 2016 *IEEE NW Russia Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering Conference (EConRusNW)*, pp. 553 – 556, February 2016.
- [13] J. G. Herrera, "Nuevas Aproximaciones en el Cálculo de Tensiones Inducidas por Descargas Eléctricas Atmosféricas" Tesis de Doctorado, Bogota DC. Colombia, 2006.