

Cinemática de robot de 4 grados de libertad para el proceso de mecanizado de circuitos impresos PCB

Felipe de Jesús Díez Ramírez¹, Fernando O. González Manzanilla¹, Luis Ignacio Olivos¹,
Alfonso Goches Sánchez¹, Juan A. Arízaga Silva¹.

¹*Maestría en Ingeniería en Automatización de Procesos Industriales, Universidad Politécnica de Puebla, 3er Carril del Ejido Serrano S/N, San Mateo Cuanalá, Juan C. Bonilla, Puebla.*

felipediez@yahoo.com.mx. f-er-oz@hotmail.com

Abstract

El siguiente trabajo tiene como objetivo establecer las ecuaciones cinemáticas de un robot de 4 grados de libertad diseñado para el taladrado de circuitos impresos PCB. Este robot tiene como finalidad ser un sistema prototipo para los estudiantes y/o profesores de la Universidad Politécnica de Puebla, los cuales puedan mecanizar la tarjeta una vez generado el CAD electrónico.

El método que se empleará para obtener la cinemática directa inicia es por medio de matrices de transformación homogéneas y posteriormente se obtienen las ecuaciones de la cinemática del efector final.

Para obtener la cinemática inversa se empleará el método por medio de las matrices de transformación.

1. Introducción

Dentro de algunas asignaturas que tienen los Departamentos de Electrónica y Mecatrónica en la Universidad Politécnica de Puebla, se generan y fabrican circuitos impresos para el armado y pruebas de circuitos electrónicos.

Un circuito impreso es una plancha de material rígido aislante, cubierta por unas pistas de cobre en una de sus caras o en ambas, para servir como conductor o de interconexión eléctrica entre los distintos componentes que se montarán sobre ella.

Para su fabricación, los estudiantes emplean operaciones manuales para la realización del proceso, debido que no se tiene la maquinaria especializada para la fabricación de los mismos.

El taladrado es una operación de maquinado que se usa para crear agujeros redondos en una parte del elemento de trabajo [1]. Las perforaciones en la fabricación de

PCB se taladran utilizando la herramienta de corte cilíndrica rotatoria llamada broca espiral estándar¹. Si el taladrado no es realizado de manera correcta, se deben hacer retrabajos² sobre la placa, por lo se propone en diseñar un sistema que realice la operación de manera automática.

El sistema que se propone es un robot de 4 grados de libertad³, el cual contendrá 3 articulaciones de rotación y una articulación prismática [2, 3].

2. Proceso de Fabricación

En la fabricación de circuitos impresos se parte siempre desde un circuito impreso virgen. Existen varias técnicas para realizar esta tarea, estas son:

- Impresión serigráfica.
- Fotograbado.
- Fresado.
- Impresión en material termosensible.

En este trabajo de tesis se tomará como referencia el proceso de fabricación [3, 4] de la técnica de impresión en material termosensible.

3. Diagrama de procesos

El diagrama de proceso [2, 4, 5] es un esquema gráfico que sirve para describir un proceso y la secuencia general de operaciones que se suceden para configurar el producto. La simbología que se empleará se basa en la establecida [2, 6]. El diagrama del Proceso que se

¹ Instrumento que presenta uno o más filos cortantes.

² Esfuerzo adicional necesario para la corrección de una inconformidad en algún producto.

³ Movimiento de las piezas en un espacio tridimensional, como la *traslación*, *rotación* o la combinación de movimientos anteriores.

tomará como referencia para la fabricación del circuito impreso se muestra en la Tabla 1.

Operación		Operación
1. Placa en contenedor	2	16. Soldar componentes
2. Trasladar objeto	3	17. Pruebas de funcionamiento
3. Impresión de circuito en placa	4	18. Preparación del ácido
4. Ir a taller de máquinas-herramientas	5	19. Stock
5. Recorte de placa	6	
6. Limpieza de placa	7	
7. Planchado	8	
8. Enfriamiento	9	
9. Remoción del papel	10	
10. Secado	11	
11. Atacado del ácido	12	
12. Enjuague y limpieza	13	
13. Marcado mecánico	14	
14. Taladrado	15	
15. Remoción de rebabas	16	
	17	
	18	
	19	

Tabla 1. Diagrama de proceso de la fabricación de PBC.

La operación que se enfocará en este trabajo será el taladrado.

4. Definición y Composición del Robot

La Asociación de Industrias Robóticas (RIA) define un robot como [7]:

“Un manipulador multifuncional reprogramable, capaz de mover materias, piezas, herramientas o dispositivos especiales, según trayectorias variables”.

Los robots manipuladores se pueden clasificar según varios criterios: la fuente de energía o modo en el que se accionan las articulaciones, su configuración, la estructura cinemática, área de aplicación o su método de control [7, 8].

Un robot está formado por [7]:

- Estructura mecánica.
- Transmisiones.
- Sistemas de accionamiento.
- Sistema sensorial.[9]
- Elementos terminantes.

El empleo de combinaciones diferentes de articulaciones en un robot, da lugar a diferentes configuraciones:

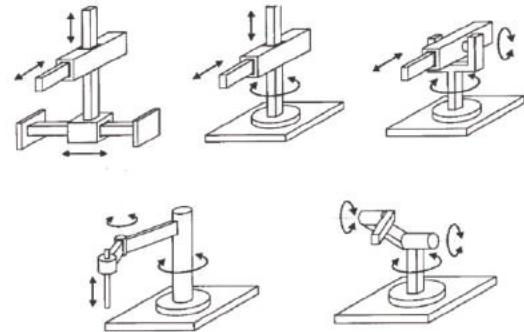


Figura 1. Configuración de robots

Para este trabajo se empleará un robot antropomórfico.

5. Cinemática

La cinemática se define como [10, 11]:

La cinemática del robot estudia el movimiento del mismo con respecto a un sistema de referencia. Así, la cinemática se interesa por la descripción analítica del movimiento espacial del robot como una función del tiempo. En la cinemática existen dos problemas fundamentales a resolver:

Cinemática directa: Consiste en determinar la posición y la orientación del efector final, con respecto a un sistema de coordenadas que se toma como referencia.

Cinemática inversa: Resuelve la configuración que debe adoptar el robot para una posición y orientación del extremo conocidas.

5.1. Cinemática Directa

La manipulación de piezas llevada a cabo para un robot implica el movimiento espacial de su extremo. Para que el robot pueda manipular objetos, es necesario conocer la posición y la orientación (relaciones entre los movimientos de las articulaciones) de ésta con respecto a la base del robot [7, 11]. Para localizar o

conocer la posición un cuerpo rígido en el espacio tridimensional se requiere 3 componentes independientes.

Para obtener las ecuaciones establecidas por un sistema matricial, se emplea el algoritmo de Denavit-Hartenberg, véase [7] y [10].

La posición y la orientación del efector final en un marco inercial [12] está dado por:

$$H = T_n^0 = A_1(q_1) \cdots A_n(q_n) \quad \text{Ec.1}$$

Donde A_i es la matriz de transformación homogénea de cada i articulación establecida por la tabla D-H, el cual se expresa de la siguiente manera:

$$A_i = \text{Rot}_{z,\theta_i} \text{Trans}_{z,d_i} \text{Trans}_{x,a_i} \text{Rot}_{x,\alpha_i} \quad \text{Ec.2}$$

La cual proporciona una matriz de 4x4. La cual se expresa de la siguiente manera:

$$H = \begin{bmatrix} R_{3 \times 3} & d_{3 \times 1} \\ f_{1 \times 3} & s_{1 \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Rotación} & \text{Traslación} \\ \text{Perspectiva} & \text{Escala} \end{bmatrix}$$

EL diseño conceptual del robot de 4 grados de libertad propuesto tendrá la siguiente forma:

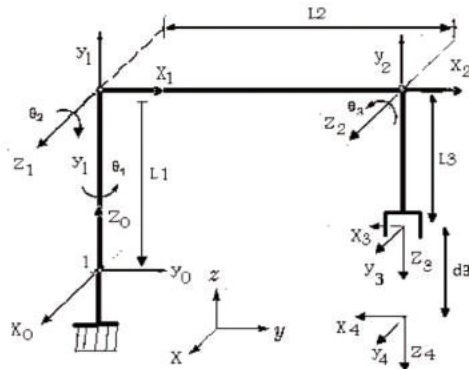


Figura 2. Diseño conceptual del robot de 4 grados de libertad.

La tabla Denavit-Hartenberg de la Figura 2 es la siguiente:

Articulación	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	θ_1	L_1	0	$\frac{\pi}{2}$
2	θ_2	0	L_2	0
3	θ_3	0	0	$\frac{\pi}{2}$
4	0	d_3	0	0

Tabla 2. Tabla de Denavit-Hartenberg

La matriz de transformación homogénea para la articulación 1 es:

$$A_1 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & 0 & \text{sen}(\theta_1) & 0 \\ \text{sen}(\theta_1) & 0 & -\cos(\theta_1) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ec.3}$$

La matriz de transformación homogénea para la articulación 2 es:

$$A_2 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_2) & -\text{sen}(\theta_2) & 0 & L_1 \cos(\theta_2) \\ \text{sen}(\theta_2) & \cos(\theta_2) & 0 & L_1 \text{sen}(\theta_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ec.4}$$

La matriz de transformación homogénea para la articulación 3 es:

$$A_3 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_3) & 0 & \text{sen}(\theta_3) & 0 \\ \text{sen}(\theta_3) & 0 & -\cos(\theta_3) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ec.5}$$

La matriz de transformación homogénea para la articulación 4 es:

$$A_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ec.6}$$

5.1.1 Resultado de la cinemática directa

Por cuestiones de geometría y de zona de trabajo se establece que θ_2 es negativo y $\theta_2 = -\theta_3$. Las ecuaciones de la cinemática directa del robot está dado por:

$$T_4^0 = A_1 A_2 A_3 A_4 \quad \text{Ec. 7}$$

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & \text{sen}(\theta_1) & 0 & L_2 \cos(\theta_2) \cos(\theta_1) \\ \text{sen}(\theta_1) & -\cos(\theta_1) & 0 & L_2 \text{sen}(\theta_1) \cos(\theta_2) \\ 0 & 0 & -1 & L_1 - d_3 + L_2 \text{sen}(\theta_2) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 8}$$

El robot propuesto tendrá como dimensiones $L_1 = 250$ mm y $L_2 = 500$ mm. Con estos parámetros la ecuación 8 queda de la siguiente manera:

$$T_4^0 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_1) & \text{sen}(\theta_1) & 0 & 500 \cos(\theta_2) \cos(\theta_1) \\ \text{sen}(\theta_1) & -\cos(\theta_1) & 0 & 500 \text{sen}(\theta_1) \cos(\theta_2) \\ 0 & 0 & -1 & 378.45 - d_3 + 500 \text{sen}(\theta_2) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ec.9}$$

La cinemática directa de las coordenadas cartesianas del efector final del robot está dada por:

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 500\cos(\theta_2)\cos(\theta_1) \\ 500\sin(\theta_1)\cos(\theta_2) \\ 378.45 - d_3 + 500\sin(\theta_2) \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 10}$$

La simulación del sistema se realizó en el Software Matlab®.

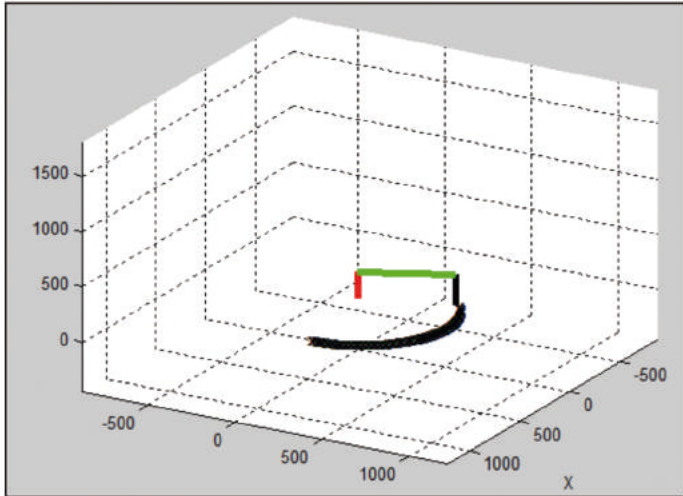


Figura 3. Simulación cinemática directa

5.2. Cinemática Inversa

El objetivo del problema cinemático inverso consiste en encontrar los valores que deben adoptar las variables articulares del robot $q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$ para que su extremo (efector final) se posicione y oriente según una determinada localización espacial [7, 12]. Para la resolución de la cinemática inversa se emplea la relación:

$$T = A_1 A_2 A_3 A_4 = \begin{bmatrix} n & 0 & a & p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 11}$$

Partiendo de la Ec. 7 se establece lo siguiente:

Primera relación:

$$(A_1)^{-1}T = A_2 A_3 A_4 \quad \text{Ec.12}$$

Segunda relación:

$$(A_1)^{-1}(A_2)^{-1}T = A_3 A_4 \quad \text{Ec.13}$$

5.2.1. Resultados de la cinemática inversa

De acuerdo a las matrices obtenidas en Ec.12 y Ec. 13 se establecen las siguientes relaciones:

$$P_x \sin(\theta_1) - P_y \cos(\theta_1) = 0 \quad \text{Ec. 14}$$

$$P_z - L_1 = L_2 \sin(\theta_2) - d_3 \quad \text{Ec. 15}$$

$$P_x \sin(\theta_1) - P_y \cos(\theta_1) = 0 \quad \text{Ec. 16}$$

$$P_x \sin(\theta_1) + P_y \cos(\theta_1) = \sqrt{P_x^2 + P_y^2} \quad \text{Ec. 17}$$

$$P_x \cos(\theta_1) + P_y \sin(\theta_1) = L_2 \cos(\theta_2) \quad \text{Ec. 18}$$

De acuerdo a Ec. 14 se establece el ángulo θ_1 :

$$\theta_1 = \text{tg}^{-1}\left(\frac{P_y}{P_x}\right) \quad \text{Ec.19}$$

La distancia d_3 se obtiene de la Ec. 15:

$$d_3 = L_2 \sin(\theta_2) - P_z + L_1 \quad \text{Ec.20}$$

Para obtener el ángulo θ_2 se parte de la Ec.17 y Ec. 18. Por la convención el ángulo θ_2 es igual a se tiene:

$$\theta_2 = -\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{P_x^2 + P_y^2}}{L_2}\right) \quad \text{Ec. 21}$$

El ángulo θ_3 es igual a:

$$\theta_3 = \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{P_x^2 + P_y^2}}{L_2}\right) \quad \text{Ec. 22}$$

La simulación del sistema se hizo en Matlab®. Como primer ejemplo con los siguientes parámetros:

Puntos proporcionados		Variables obtenidas	
$P_x =$	350 mm	$\theta_1 =$	29.7449°
$P_y =$	200 mm	$\theta_2 =$	-36.2719°
$P_z =$	-100 mm	$\theta_3 =$	36.2719°
		$d_3 =$	54.1960 mm

Tabla 3. Parámetros del Primer ejemplo

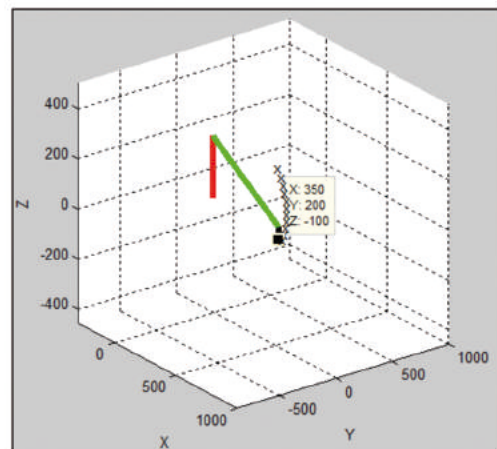


Figura 3. Simulación primer ejemplo.

En este ejemplo se muestran los valores que toman las variables $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ y d_3 cuando se les proporcionan los puntos ya dados P_x, P_y y P_z .

Como segundo ejemplo se tienen los siguientes parámetros:

Puntos proporcionados		Variables obtenidas	
$P_x=$	350 mm	$\theta_1=$	45°
$P_y=$	350 mm	$\theta_2=$	-8.1301°
$P_z=$	-100 mm	$\theta_3=$	8.1301°
		$d_3=$	279.2893 mm

Tabla 4. Parámetros del segundo ejemplo.

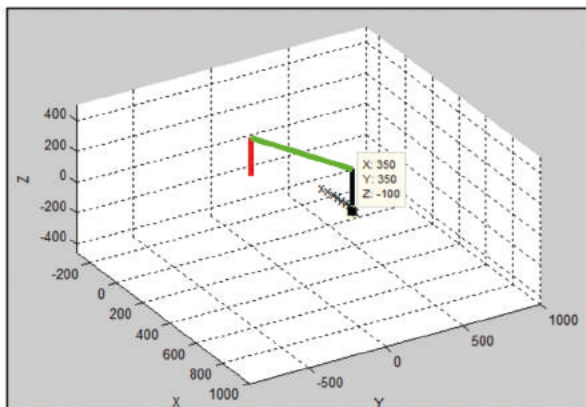


Figura 4. Simulación Segundo ejemplo.

En este ejemplo se muestran los valores que toman las variables $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ y d_3 cuando se les proporcionan los puntos ya dados P_x, P_y y P_z .

6. Conclusiones

En el presente artículo se han mostrado las simulaciones y ecuaciones de la cinemática directa e inversa del robot de 4 grados de libertad que se utilizarán para el tema de Tesis de Maestría “Diseño y Desarrollo de un robot de 4 grados de libertad para el mecanizado de circuitos impresos PBC”.

Los cálculos obtenidos en el presente trabajo son importantes ya que a partir de ellos se pueden obtener cálculos más avanzados como la dinámica y la generación de la trayectoria.

En cuestión del diseño mecánico estos valores permiten obtener el área de trabajo del robot y las dimensiones que deberán tener las placas PBC que serán taladradas. La dimensión de la placa se restringen a 150 mm x 100 mm (largo x ancho) como máximo.

Los cálculos de la dinámica y del diseño mecánico del robot se establecerán en futuras publicaciones.

7. Referencias

- [1] P. Groover M., Fundamentos de Manufactura Moderna: Materiales, procesos y sistemas. México, Prentice-Hall, 1997.
- [2] Suñe A., Manual Práctico de diseño de sistemas productivos. España, Ediciones Díaz de Santos, 2004.
- [3] Meyers Fred E., Motions and Time Study for Lan Manufacturing, USA Prentice-Hall, 1999.
- [4] Aft, L.S. Work Measurement and methods Improvement. New York: Wiley, 2000.
- [5] Akiyama, M., and H.Kamata. “Method Engineering and Workplace Design” Pp. 4.3-4.20 in Maynard’s Industrial Engineering Handbook, 5th ed., edited by K.Zandin New York: McGraw-Hill, 2001.
- [6] Grover Mikell P., Work Systems and methods, measurement, and management of work, USA Pearson Prentice Hall 2007.
- [7] Barrientos A., Fundamentos de robótica. España: McGraw-Hill, 1997.
- [8] J Valente, D Sanz, A Barrientos, J Cerro, Á Ribeiro, C Rossi; An air-ground wireless sensor network for crop monitoring, Sensors 11 (6), 6088-6108, 2011.
- [9] Carullo, A., Corbellini, S., Parvis, M., Vallan, A., 2009. A Wireless Sensor Network for Cold-Chain Monitoring. IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement, vol.58, no.5, pp.1405-1411, May 2009.
- [10] Salido Tercero J., Cibernética Aplicada Robots educativos, España RA-MA 2009.
- [11] W. Spong M, Hutchinson S, Vidyasagar M., Robot Dynamics and Control. New York, John Wiley & Sons, 2004.
- [12] Isidro Garía J., Fundamentos del Diseño Mecánico. Colombia, 2004.