

## **Regulador auto-sintonizable tipo PD para seguimiento de trayectorias usando Redes Neuronales de Base Radial**

Donaciano Coyotecatl Cuautle<sup>1</sup>, Carlos Muñiz Montero<sup>1,2</sup>, Juan Antonio Arízaga Silva<sup>1</sup>,  
Luis Abraham Sánchez Gaspariano<sup>1,2</sup>,

<sup>1</sup>Universidad Politécnica de Puebla, <sup>2</sup>Cuerpo Académico de Electrónica, 3er Carril del Ejido "Serrano" S/N,  
San Mateo Cuanalá, Juan C. Bonilla, Puebla, México. C.P. 72640.  
donaciano.coyotecatl@uppuebla.edu.mx

### **Resumen**

Se propone una ley de control de posición tipo PD para robots manipuladores que incorpora auto-sintonización de las ganancias proporcionales y derivativas en función de la posición deseada. Esta característica mejora el desempeño del regulador PD en el seguimiento de trayectorias aún y cuando no se tenga conocimiento de los parámetros del modelo dinámico del manipulador. Para ello, cada ganancia proporcional o derivativa es sustituida por una red neuronal de base radial entrenada fuera de línea. Se demuestra estabilidad en el sentido de Lyapunov y se valida la ley de control a partir de los resultados de simulación en Matlab para un manipulador de dos grados de libertad que sigue una trayectoria en forma de flor de ocho pétalos, observándose una mejora del 80.3% en el error cuadrático medio (ECM) en relación al regulador PD convencional de Takegaki y Arimoto.

### **1. Introducción**

El control de posición o problema de regulación tiene como objetivo mover el efector final de un robot manipulador a una posición deseada fija y constante en el tiempo sin importar su posición articular inicial [1, 2]. Concretamente, con la ley de control PD con compensación de gravedad se mantiene estabilidad asintótica global del sistema en lazo cerrado para una selección trivial de las ganancias proporcionales y derivativa [3, 4]. Además, se ha demostrado que esta ley de control puede utilizarse para resolver el problema de seguimiento de trayectorias mediante un control punto a punto [5, 6]. Desafortunadamente, por tratarse de ganancias proporcionales y derivativas constantes, los cambios abruptos en la trayectoria deseada incrementan el error de seguimiento. Así, algunos autores han propuesto las ganancias variables y no constantes como hasta ahora se han supuesto.

Diversos enfoques han sido propuestos en la literatura para atacar este problema, en [7] presentan una clase de controladores tipo PD para control de posición y movimiento en robots manipuladores, en el cual las ganancias pueden ser funciones no lineales y se ajustan dependiendo de los estados del robot. El trabajo expuesto en [8], aborda la implementación de un control de trayectoria lineal y no lineal basado en [7]. Otro esquema de control de trayectoria, en el cual las ganancias son sintonizadas por un algoritmo Fuzzy auto-organizable se presenta en [9]. En la última década han prosperado los enfoques de control inteligente para seguimiento haciendo uso de redes neuronales, específicamente del tipo de base radial (RBF), en [10, 11] modifican el control PD para reducir el error en estado estable compensando la fricción y pares gravitacionales. En [12] proponen un controlador basado en energía introduciendo redes neuronales para ajustar los efectos indeseados de la fricción. Trabajos relacionados con la auto-sintonización de ganancias combinando método Grey-RBF y Fuzzy-RBF se presentan en [13, 14], respectivamente, en donde las redes neuronales son utilizadas como predictores y compensadores del sistema.

Con la finalidad de mejorar el desempeño en el seguimiento de trayectorias del control PD, en este trabajo se propone un nuevo esquema de control neuronal llamado PD-N, en el cual a diferencia de los enfoques antes mencionados, las redes neuronales de base radial (RBFNN) son utilizadas para alcanzar sintonización automática de las ganancias proporcional ( $K_p$ ) y derivativa ( $K_v$ ) como funciones de la posición deseada en lugar de compensar parámetros no lineales inherentes al sistema. Este nuevo enfoque aborda el problema de seguimiento de trayectorias sin requerir del conocimiento completo del modelo dinámico, lo cual representa una ventaja de implementación.

## 2. Dinámica del manipulador y control PD

El modelo dinámico de un robot manipulador de  $n$  grados de libertad constituido por eslabones rígidos puede escribirse como [15, 16, 17]

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) + f(\dot{q}) = \tau \quad (1)$$

donde  $q, \dot{q}, \ddot{q} \in \mathfrak{R}^n$  son vectores de posición, velocidad y aceleración articular,  $\tau \in \mathfrak{R}^n$  es el vector de torques aplicados o ley de control,  $f(\dot{q}) \in \mathfrak{R}^n$  es el vector de fenómenos de fricción (en este trabajo se considera únicamente la fricción viscosa  $f(\dot{q}) = b\dot{q}$ ),  $M(q) \in \mathfrak{R}^{n \times n}$  es la matriz de inercia del manipulador, simétrica y definida positiva,  $C(q, \dot{q})\dot{q} \in \mathfrak{R}^n$  es el vector de fuerzas centrípetas y de Coriolis y  $g(q) \in \mathfrak{R}^n$  es el vector de torques gravitacionales calculado como el gradiente de la energía potencial  $\mathcal{U}(q)$  del manipulador

$$g(q) = \frac{\partial \mathcal{U}(q)}{\partial q} \quad (2)$$

Para el control de posición o regulación el modelo dinámico puede expresarse en lazo cerrado como [18]

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dot{q} \\ M^{-1}(q)\{\tau - C(q, \dot{q})\dot{q} - g(q) - f(\dot{q})\} \end{bmatrix} \quad (3)$$

donde  $q_d = [q_{d1}, q_{d2}, \dots, q_{dn}]^T \in \mathfrak{R}^n$  es el vector de posiciones deseadas y  $q = q_d - q \in \mathfrak{R}^n$  es el vector correspondiente a los errores de posición. El objetivo del control de posición es satisfacer

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

de tal forma que el efector final del manipulador se localice, conforme avanza el tiempo, en una posición deseada fija y constante en el tiempo a velocidad  $\dot{q}=0$ . Para satisfacer (4), Takegaki y Arimoto proponen la ley de control proporcional-derivativa PD [3]

$$\tau = K_p q - K_v \dot{q} + g(q) \quad (5)$$

donde  $K_p, K_v \in \mathfrak{R}^{n \times n}$  son matrices diagonales definidas positivas de ganancias proporcionales y derivativas. El valor de  $K_p$  y  $K_v$  puede aproximarse teóricamente, pero en la práctica se elige por prueba y error para satisfacer especificaciones tales como sobretiro o tiempo de establecimiento. Además, si se cambia la posición deseada es necesario sintonizar nuevamente  $K_p$  y  $K_v$ , lo que limita la precisión del regulador PD para seguimiento de trayectorias punto a punto [9, 18].

## 3. Ley de control PD-N

A continuación se propone una variante del control de posición PD que modifica de forma automática  $K_p$  y  $K_v$  en función de la posición deseada desde el espacio cartesiano al articular a través de la cinemática inversa. El objetivo es mejorar el desempeño de este

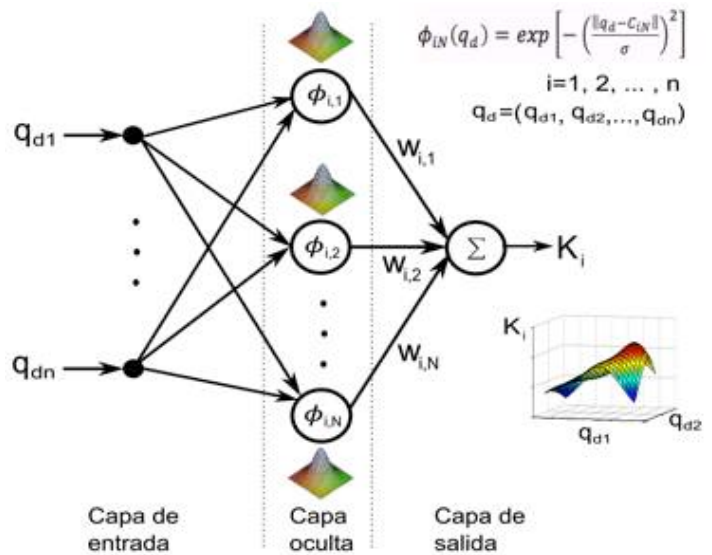


Figura 1. Estructura general de una Red Neuronal de Base Radial.

controlador en el seguimiento de trayectorias aún y cuando no se cuente con los parámetros del modelo dinámico (1). La propuesta consiste en sustituir en (5) a las ganancias constantes  $K_p$  y  $K_v$  por matrices diagonales  $diag\{k_{pi}(q_d)\}$  y  $diag\{k_{vi}(q_d)\}$ , para  $i=1,2,\dots,n$ , donde  $n$  son los grados de libertad (gdl) del sistema. Las ganancias variables  $k_{pi}(q_d)$  y  $k_{vi}(q_d)$  son funciones escalares de variable vectorial que sintonizan las ganancias proporcionales y derivativas en función de la posición deseada ( $q_d$ ). Cada  $k_{pi}(q_d)$  o  $k_{vi}(q_d)$  corresponde a la salida de una red neuronal de base radial (RBFNN por sus siglas en inglés) como la que se muestra en la Figura 1 [19]. Estas redes poseen una capa de entrada, una capa oculta de funciones de activación gaussianas  $\phi_{i,j}^{p,v}(q_d)$  para  $j=1,2,\dots,h$ , donde  $h$  es el número de neuronas en la capa oculta de cada red y una capa de salida que suma las funciones de activación multiplicadas por factores de ponderación  $w_{ij}^{p,v}$  [20]. Se propone entonces la ley de control PD neuronal

$$\tau = diag\{k_{pi}(q_d)\}q - diag\{k_{vi}(q_d)\}\dot{q} + g(q) \quad (6)$$

$$k_{pi}(q_d) = \sum_{j=1}^h w_{ij}^p \exp \left[ - \left( \frac{\|q_d - C_j\|^2}{\sigma^2} \right) \right] > 0, \quad i = 1..n \quad (7)$$

$$k_{vi}(q_d) = \sum_{j=1}^h w_{ij}^v \exp \left[ - \left( \frac{\|q_d - C_j\|^2}{\sigma^2} \right) \right] > 0, \quad i = 1..n \quad (8)$$

donde  $w_{ij}^p$  y  $w_{ij}^v$  son los pesos de las capas ocultas de las redes neuronales  $k_{pi}(q_d)$  y  $k_{vi}(q_d)$ , respectivamente,  $C_j \in \mathfrak{R}^n$  son los centros de las funciones gaussianas,  $\sigma$  es una constante que controla el ancho de las funciones gaussianas y  $\|\cdot\|$  denota la distancia euclídeana. El procedimiento para formar y entrenar estas RBFNNs se describe a continuación:

- Diseñar  $2n$  redes neuronales RBF, correspondientes a las ganancias  $k_p(q_d)$  y  $k_v(q_d)$  de cada articulación o grado de libertad ( $n$ ) tal como se muestra en la Figura 1.
- Seleccionar  $m$  posiciones deseadas distribuidas uniformemente dentro del espacio de trabajo del manipulador (ver Figura 2), las cuales representan los centros de las funciones gaussianas en coordenadas cartesianas y que son convertidas a coordenadas articulares a partir de la Cinemática Inversa del manipulador [21]. Estas muestras forman el conjunto de datos de entrenamiento de entrada  $C = \{C_1, C_2, \dots, C_m\}$ ,  $C_j \in \mathcal{R}^n$ .
- Sintonizar manualmente las ganancias  $K_p$  y  $K_v$  del controlador (5) para cada posición del conjunto  $C$ . El conjunto de datos obtenidos corresponden a los valores de entrenamiento asignados a la capa de salida de las redes neuronales  $2n$ , esto es  $K_i^P = \{K_{i1}^P, K_{i2}^P, \dots, K_{im}^P\}$  y  $K_i^V = \{K_{i1}^V, K_{i2}^V, \dots, K_{im}^V\}$ , donde  $K_{ij}^{P,V}$  representa a las ganancias proporcional y derivativa de la  $i$ -ésima articulación para el  $j$ -ésimo dato de entrenamiento.
- Fijar el valor de  $\sigma$  procurando que la activación de las funciones gaussianas en la capa oculta sea menor al 50%,

$$\phi_{i,k_j}^{P,V} = \exp\left[-\left(\frac{\|Q_k - Q_j\|}{\sigma}\right)^2\right] \quad j < 0.5, \forall k \neq j \quad (9)$$

con  $i=1,2,\dots,n$ ,  $j=1,2,\dots,m$  y  $k=1,2,\dots,h$ . Este valor de  $\sigma$  permite que las neuronas en la capa oculta ( $h$ ) se puedan especializar en regiones definidas dentro del espacio de trabajo del manipulador. El máximo nivel de activación de estas neuronas se alcanzará cuando el valor de entrada se encuentre muy cercano a su centro.

- Calcular los pesos  $w_{ij}^P$  y  $w_{ij}^V$  de cada red neuronal a partir de  $2n$  sistemas de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} K_{i1}^{P,V} \\ K_{i2}^{P,V} \\ \vdots \\ K_{im}^{P,V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{i,11}^{P,V} & \phi_{i,12}^{P,V} & \dots & \phi_{i,1m}^{P,V} \\ \phi_{i,21}^{P,V} & \phi_{i,22}^{P,V} & \dots & \phi_{i,2m}^{P,V} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \phi_{i,h1}^{P,V} & \phi_{i,h2}^{P,V} & \dots & \phi_{i,hm}^{P,V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{i1}^{P,V} \\ w_{i2}^{P,V} \\ \vdots \\ w_{im}^{P,V} \end{bmatrix} \quad (10)$$

- Sustituir en (7) y (8) los valores obtenidos de  $\sigma$ ,  $C_j$ ,  $w_{ij}^P$  y  $w_{ij}^V$  para obtener  $k_{pi}(q_d)$  y  $k_{vi}(q_d)$  como funciones de la posición deseada  $q_d$ .

Con esta metodología se obtienen  $2n$  redes entrenadas fuera de línea a las que denominamos *redes de interpolación*. Alternativamente, se pueden optimizar los parámetros  $\sigma$ ,  $C_j$ ,  $w_{ij}^P$  y  $w_{ij}^V$  con métodos de búsqueda, como el descenso del gradiente [22].

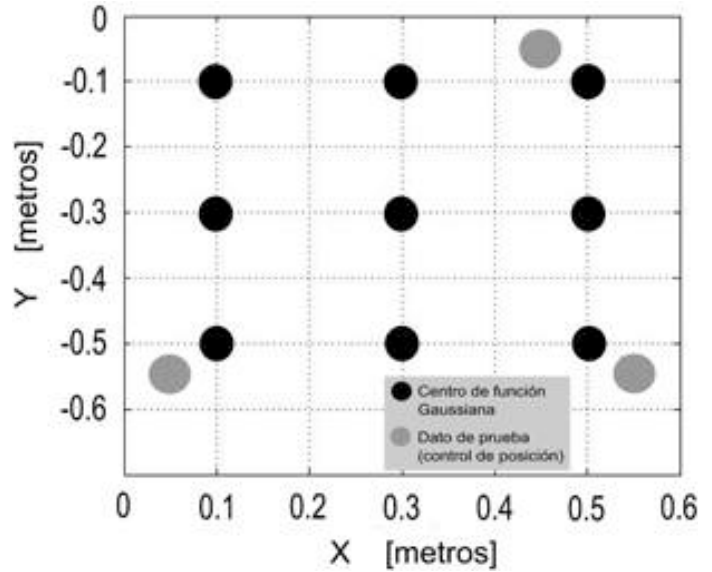


Figura 2. Elección de las posiciones deseadas de entrenamiento de las redes neuronales RBF.

#### 4. Demostración de estabilidad

La demostración de estabilidad de (6) por el método directo de Lyapunov es similar a la presentada en [3] para el control PD convencional, debido a que  $diag\{k_{pi}(q_d)\}$  y  $diag\{k_{vi}(q_d)\}$  no son funciones del tiempo o de los estados del sistema. Sea entonces la función candidata de Lyapunov

$$V(\dot{q}, q) = \frac{1}{2} \dot{q}^T M(q) \dot{q} + \frac{1}{2} \dot{q}^T diag\{k_{pi}(q_d)\} \dot{q} \quad (11)$$

lo cual es cierto si  $k_{pi} > 0, \forall i = 1, 2, \dots, n$ . Derivando con respecto al tiempo se tiene

$$\dot{V}(\dot{q}, \ddot{q}) = \dot{q}^T M(q) \ddot{q} + \frac{1}{2} \dot{q}^T \dot{M}(q) \dot{q} - \dot{q}^T diag\{k_{pi}(q_d)\} \dot{q} \quad (12)$$

Sustituyendo  $\ddot{q}$  de (3) en (12), considerando  $\tau$  como en (6), y luego de aplicar las propiedades  $x^T y \equiv y^T x$  y de anti-simetría  $\dot{q}^T M(q) \dot{q} - 2\dot{q}^T C(q, \dot{q}) \dot{q} = 0$ , se obtiene

$$\dot{V}(\dot{q}, \ddot{q}) = -\dot{q}^T diag\{k_{vi}(q_d)\} \dot{q} - \dot{q}^T B \dot{q} \leq 0 \quad (13)$$

que es cierto si  $k_{vi}(q_d) > 0, \forall i = 1, 2, \dots, n$ . Así, se demuestra estabilidad global del punto de equilibrio  $[q \ \dot{q}]^T = [0 \ 0]^T$ . Además, dado que (3) es una ecuación diferencial autónoma, es posible demostrar la estabilidad asintótica del punto de equilibrio mediante el teorema de Barbashin-Krasovskii-LaSalle [1].

#### 5. Resultados

Para validar la ley de control PD-N realizamos simulaciones en MatLab 2012b correspondientes al problema de seguimiento de una trayectoria en forma de flor de ocho pétalos con ecuaciones paramétricas

$$\begin{aligned} x &= 0.3 + 0.25 \cos(0.4t) \cos(0.1t) \\ y &= -0.3 - 0.25 \cos(0.4t) \cos(0.1t) \end{aligned} \quad (14)$$

Los resultados obtenidos se compararon con los correspondientes al regulador PD bajo las mismas condiciones, tomando como parámetros de la ecuación

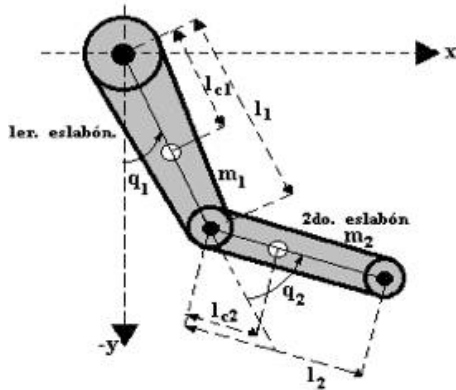


Figura 3. Diagrama de cuerpo libre de un manipulador de dos grados de libertad.

(1) los que se reportan en [21, 23]. Estos parámetros corresponden al manipulador de dos grados de libertad de la Figura 3.

Aplicando la metodología de la Sección 3 se tiene lo siguiente:

- Seleccionamos cuatro redes RBFNN para las ganancias  $k_{p1}(q_d)$ ,  $k_{p2}(q_d)$ ,  $k_{v1}(q_d)$  y  $k_{v2}(q_d)$ .
- Elegimos nueve posiciones deseadas ( $m=9$ ) distribuidas como se muestra en la Figura 3.
- Sintonizamos las  $nm=36$  ganancias  $K_{1j}^P$ ,  $K_{2j}^P$ ,  $K_{1j}^V$  y  $K_{2j}^V$  para obtener: sobreimpulso  $<1\%$ , tiempo de respuesta  $<1s$ ,  $\tau_1 < 150Nm$  y  $\tau_2 < 15Nm$ . El valor de los torques tienen el objetivo de evitar saturación en los actuadores [24].
- Establecemos  $\sigma=0.6$  para garantizar la condición en la ecuación (9).
- Resolvemos cuatro sistemas de ecuaciones (10) para obtener  $w_{1j}^P$ ,  $w_{2j}^P$ ,  $w_{1j}^V$  y  $w_{2j}^V$ .
- Las ganancias  $k_{p1}(q_d)$ ,  $k_{p2}(q_d)$ ,  $k_{v1}(q_d)$  y  $k_{v2}(q_d)$  resultantes se muestran en la Figura 4.

En la Figura 4 se observa el comportamiento de las ganancias correspondientes a cada articulación del manipulador  $k_{p1}(q_d)$ ,  $k_{p2}(q_d)$ ,  $k_{v1}(q_d)$  y  $k_{v2}(q_d)$ , las cuales son aproximadas mediante redes neuronales RBF y sus valores dependen del vector des posiciones deseadas articulares  $q_d = [q_{d1}, q_{d2}]$ .

En la Figura 5 se presenta el seguimiento de la trayectoria “flor de ocho pétalos” con los controladores PD y PD-N. El tiempo de simulación es de 63 segundos con un período de muestreo de 0.01 segundos, lo que corresponde a 6300 muestras. Se observa que el control PD-N sigue la trayectoria deseada con un mejor desempeño que el control PD en los puntos donde la inercia del manipulador se

incrementa, esto es, cuando la trayectoria cambia abruptamente de dirección. Además, se observa que el error está acotado a una región cuadrada de 9cm en el

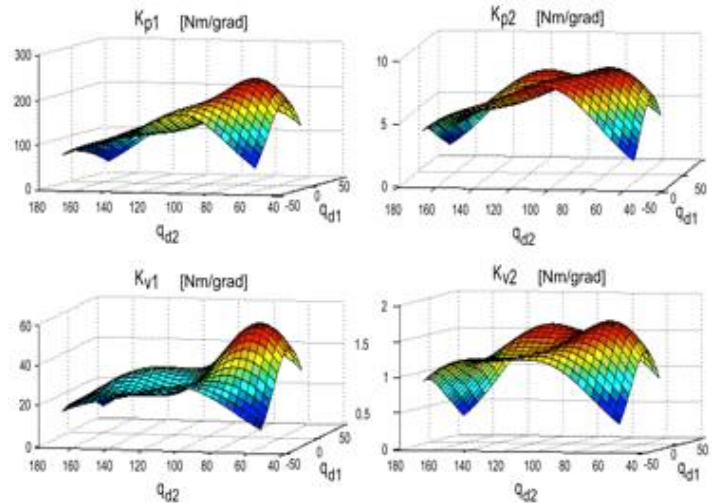


Figura 4. Ganancias proporcionales y derivativas como funciones de la posición articular deseada.

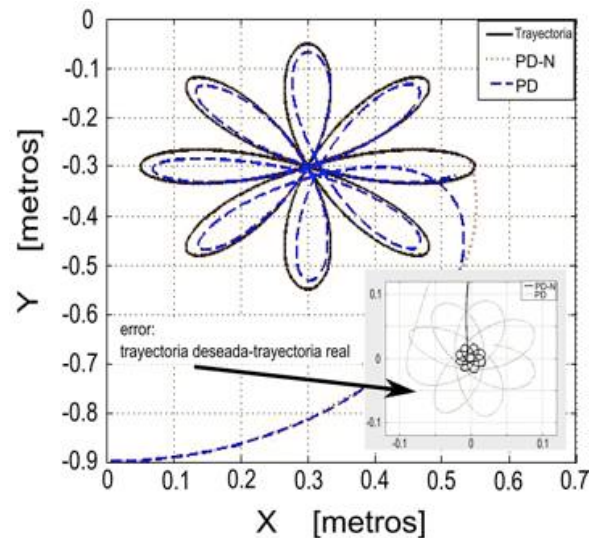


Figura 5. Seguimiento de la trayectoria “flor de ocho pétalos”.

control PD y a una región de 2.5cm para el control propuesto PD-N. El error cuadrático medio calculado fue de 33.69 y 6.64 respectivamente para ambos controladores.

## 6. Conclusiones

El problema de seguimiento de trayectorias en base a un control de posición con sintonización automática de las ganancias proporcional y derivativa utilizando redes neuronales RBF ha sido abordado en este artículo. A diferencia de otros autores las redes neuronales han sido tratadas para crear una red de

entrenamiento como funciones de posiciones deseadas, por lo cual no se requiere del modelo dinámico. Como una forma de validación a través de los resultados de simulación se ha probado mejor desempeño del nuevo esquema de control PD-N comparado con el clásico PD.

## Agradecimientos

Los autores agradecen al Programa para el Desarrollo del Profesorado de México (PRODEP) por el soporte financiero a través de los proyectos PROMEP-UPPue-PTC-040 y PROMEP-UPPue-PTC-047, y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por el soporte financiero a través del proyecto Ciencia Básica 181201 y la beca de estudios de posgrado otorgada al primer autor de este artículo.

## 7. Referencias

- [1] V. Santibáñez y R. Kelly, Control de Movimiento de Robots Manipuladores, Madrid: Pearson-Prentice Hall, 2003.
- [2] F. Reyes y A. Rosado, «Polynomial family of PD-type controllers for robot manipulators,» *Control Engineering Practice*, vol. 13, n° 4, pp. 441-450, 2004.
- [3] S. Arimoto and M. Takegaki, "A new feedback method for dynamic control of manipulators," *J. Dyn. Systems, Measurement Control*, vol. 102, pp. 119--125, 1981.
- [4] V. Santibáñez y R. Kelly, «PD control with feedforward compensation for robot manipulators: analysis and experimentation,» *Robotica*, vol. 19, n° 01, pp. 11--19, 2001.
- [5] S. Kawamura, F. Miyazaki y S. Arimoto, «Is a local linear PD feedback control law effective for trajectory tracking of robot motion?,» *Robotics and Automation*, vol. 3, pp. 1335-1340, April 1988.
- [6] P. Tomei, «Adaptive PD controller for robot manipulators,» *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, vol. 7, n° 4, pp. 565--570, 1991.
- [7] R. Kelly y R. Carelli, «A class of nonlinear PD-type controllers for robot manipulators,» *Journal of Robotic Systems*, vol. 13, n° 12, pp. 793--802, 1996.
- [8] L. Fan y E. Meng Joo, «Linear and nonlinear PD-type control of robotic manipulators for trajectory tracking,» *IEEE*, pp. 3442--3447, 2009.
- [9] F. G. Salas, V. Santibáñez y M. A. Llama, «Variable gains PD tracking control of robot manipulators: Stability analysis and simulations,» *World Automation Congress (WAC)*, pp. 1-6, June 2012.
- [10] J. A. Heredia Huerta y W. Yu, «A modified PD control of robot manipulator using neural network compensator,» *Neural Networks, 1999. IJCNN '99. International Joint Conference on*, vol. 3, pp. 1999-2004, 1999.
- [11] W. Yu y X. Li, «PD control of robot with velocity estimation and uncertainties compensation,» *International Journal of Robotics and Automation*, vol. 21, n° 1, pp. 1--9, 2001.
- [12] D. Xia, L. Wang y T. Chai, «Neural-Network-Friction Compensation-Based Energy Swing-Up Control of Pendubot,» *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 61, n° 3, pp. 1411-1423, March 2014.
- [13] S. Jeng Lin, C. Chang Tong y N. Kai Yang, «An auto-tuning Grey-Neuro-PID controller,» *Grey Systems and Intelligent Services, 2007. GSIS 2007. IEEE International Conference on*, pp. 845-850, November 2007.
- [14] X. Bo-yang, Y. Li-ye y Z. Zhong-kai, «Composite single neural PID controller based on fuzzy self-tuning gain and RBF network identification,» *Control and Decision Conference (2014 CCDC), The 26th Chinese*, pp. 606-611, May 2014.
- [15] R. Kelly, V. Santibáñez and A. Loria, Control of robot manipulators in joint space, Springer Science & Business Media, 2005.
- [16] V. Santibanez, R. Kelly and F. Reyes, "A new set-point controller with bounded torques for robot manipulators," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 45, no. 1, pp. 126-133, Febrero 1998.
- [17] A. Ollero, Robótica: Manipuladores y robots móviles, Barcelona: Marcombo, 2007.
- [18] F. Reyes, Robótica: Control de Robots Manipuladores, México D.F: Alfaomega, 2011.
- [19] P. Isasi Viñuela and I. M. Galván León, Redes de Neuronas Artificiales. Un Enfoque Práctico, Primera ed., Prentice Hall, 2004.
- [20] J. Love, Process Automation Handbook. A Guide to Theory and Practice, First ed., Springer-Verlag, 2007.
- [21] F. Reyes, MatLab: Aplicado a la Robótica y Mecatrónica, México D.F: Alfaomega, 2012.
- [22] E. Aved'yan, Learning Systems, Springer, 1995.
- [23] F. Reyes y R. Kelly, «Experimental evaluation of model-based controllers on a direct-drive robot arm,» *Mechatronics*, vol. 11, n° 3, pp. 267--282, 2001.
- [24] V. Santibanez, R. Kelly y F. Reyes, «A new set-point controller with bounded torques for robot manipulators,» *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 45, n° 1, pp. 126-133, Febrero 1998.