

Modelo cinemático directo e inverso para un manipulador de 5GL

Antonio Benitez, P. Bravo, Azgad Casiano, Jorge de la Calleja, Carlos Muñoz Montero,
Luis Abraham Sánchez Gaspariano
*ukiro@hotmail.com, azgadcara@ccc.inaoep.mx, {antonio.benitez, maria.medina,
jorge.delacalleja, carlos.muniz, luis.sanchez}@uppuebla.edu.mx*

Resumen

El presente trabajo describe la obtención del modelo cinemático directo e inverso para un robot manipulador de 5 grados de libertad llamado ROMMEL (Robot manipulador con movimiento en línea). El objetivo es encontrar la posición del efector final, a través de sus coordenadas articulares y al mismo tiempo, a través de la posición y orientación del efector final, calcular el valor de las coordenadas articulares del mismo. Con el fin de entender el comportamiento del manipulador se desarrolla un prototipo a través de una herramienta gráfica.

1. Introducción

Las sociedades avanzadas hacen uso de la tecnología para facilitar al hombre la realización de tareas tediosas, pesadas o peligrosas, lo que ha dado lugar al desarrollo de la robótica y la automatización. El uso de los robots industriales está creciendo y es económicamente rentable. Hoy en día, tenemos robots de servicio y robots personales que dan pauta a la investigación siendo parámetros críticos el peso, el control del movimiento de su posición, velocidad y aceleración (cinemática) así como las fuerzas o pares de torsión que se requieren para producir dicho movimiento (dinámica). En general, un robot manipulador es una estructura mecánica que consiste en una secuencia de cuerpos rígidos (links) conectados por medio de articulaciones (joints). Un manipulador se caracteriza por un brazo que asegura movilidad, una muñeca que confiere destreza y un efector final que se encarga de realizar las tareas requeridas por el robot.

El documento se encuentra organizado de la siguiente manera. En la sección 2 se presentan los elementos necesarios para la construcción de la simulación virtual. La sección 3, contiene un resumen de las características cinemáticas que definen el modelo geométrico del robot. Por otro lado, la sección 4, muestran los resultados obtenidos con el simulador y su validación

matemática. Por último, la sección 5 se presentan las conclusiones y el trabajo a futuro para este proyecto.

2. Robótica

Un robot se puede definir como: Una máquina controlada por una computadora y programada para moverse, manipular objetos y realizar trabajos a la vez que interacciona con su entorno [2]. Los robots son capaces de realizar algunas tareas repetitivas y/o peligrosas de forma segura, rápida, barata y precisa en comparación con los seres humanos; es por eso que su aplicación en la actualidad es cada vez más variada. Por lo tanto, el objetivo de la Robótica es facilitar el trabajo realizado en tareas encomendadas para el hombre que pudieran llegar a ser peligrosas, tediosas o pesadas [1].

Para un robot manipulador, el movimiento que realiza una articulación puede ser de desplazamiento, de giro o una combinación de ambos, aunque en la práctica, en los robots se emplean la de rotación y la prismática. Cada uno de los movimientos independientes que puede realizar cada articulación con respecto a la anterior se denomina grado de libertad (GDL) [3].

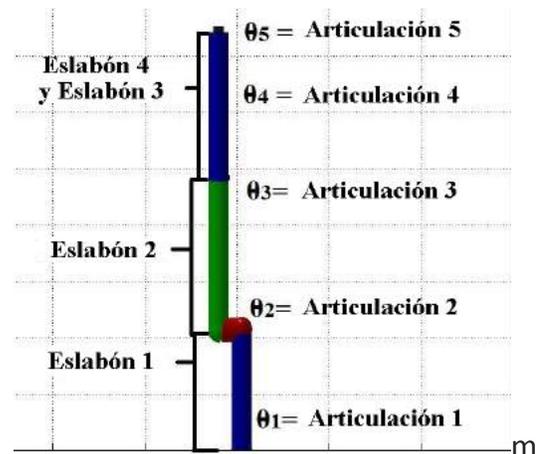


Figura 1. Robot Rommel de 5 GDL.

En la figura 1, se muestra a el robots virtual Rommel de 5 grados de libertad que se encuentra dentro del simulador.

3. Cinemática

El análisis de la cinemática de los robots se enfoca en el estudio del movimiento sin considerar las fuerzas que lo ocasionan. Existen dos formas de determinar el movimiento del robot; a través de la cinemática directa o a través de la cinemática inversa. La relación entre ellas se puede ver en la figura 2.

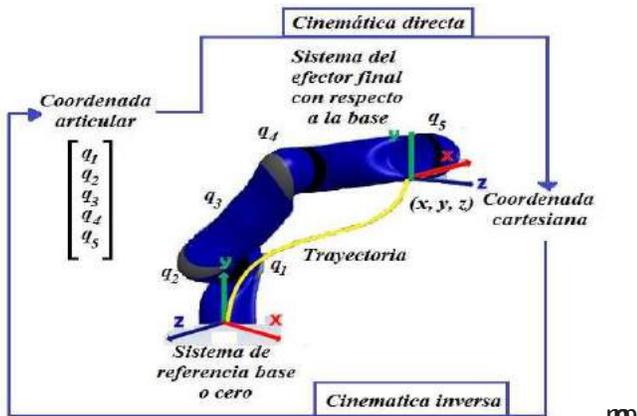


Figura 2. Relación de la cinemática en un robot

El modelo cinemático estudia el movimiento del robot respecto a un sistema de referencia fijo [4]. La cinemática directa consiste en determinar cuál es la posición y orientación del extremo del robot dados los valores de las articulaciones y parámetros geométricos de los elementos del robot [5]. La cinemática inversa, resuelve la configuración que debe adoptar el robot para llevarlo a una posición y orientación conocida [6].

3.1. Cinemática directa

La cinemática directa toma como referencia las variables articulares (ángulos de orientación) de cada eslabón con respecto a un eje en particular, o bien, con respecto a un eslabón anterior para encontrar la posición y orientación [7].

Denavit-Hartenberg en 1955, propusieron un algoritmo calcular el modelo cinemático directo. El cual es un método matricial sistemático que permite establecer sistemas de coordenadas ligados a cada eslabón de un mecanismo, para así determinar la cinemática completa del mismo [8].

Para un manipulador de n grados de libertad, se establece un sistema de coordenadas cartesianas

ortogonal (x_i, y_i, z_i) donde $i=1,2,\dots,n$, mas el sistema de coordenadas de la base, en los ejes de articulación correspondientes a cada elemento.

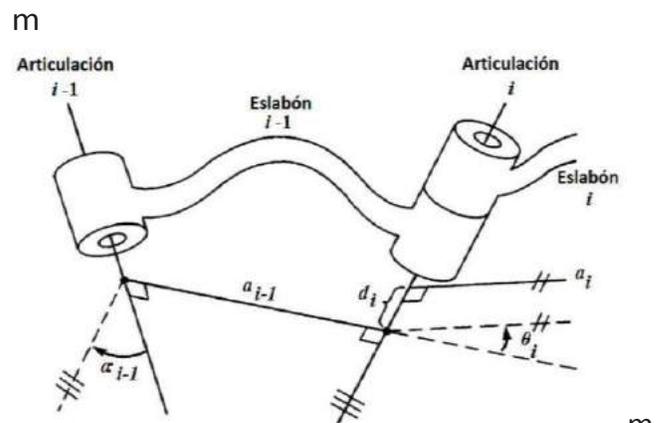


Figura 3. Sistemas de coordenadas para los parámetros D-H [7].

Una vez que se han definido los sistemas de coordenadas (figura 3), pasar de uno a otro se requiere de una serie de transformaciones básicas (rotaciones y traslaciones) que dependen exclusivamente de las características geométricas de cada eslabón; relacionando así un sistema de coordenadas con otro sistema [9]. Las transformaciones necesarias son:

1. Rotación alrededor del eje Z_{i-1} un ángulo θ_i
2. Traslación a lo largo de Z_{i-1} una distancia d_i
3. Traslación a lo largo de X_i una distancia a_i
4. Rotación alrededor del eje X_i un ángulo α_i

Dado que el producto de matrices no es conmutativo, las transformaciones se han de realizar en el orden indicado. De este modo se tiene que:

$${}^{i-1}A_i = R(x, \alpha_i)T(a_i, 0, 0)R(z, \theta_i)T(0, 0, d_i) \tag{1}$$

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} c\theta_i & -s\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ s\theta_i c\alpha_{i-1} & c\theta_i c\alpha_{i-1} & -s\alpha_{i-1} & -d_i s\alpha_{i-1} \\ s\theta_i s\alpha_{i-1} & c\theta_i s\alpha_{i-1} & c\alpha_{i-1} & d_i c\alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

Donde las funciones trigonométricas, seno(θ_i) y coseno(θ_i), han sido sustituidas por las letras “ $s\theta_i$ ” y “ $c\theta_i$ ” respectivamente, por consideraciones de espacio. La tabla 1 que aparece a continuación, muestra esta convención aplicada al manipulador ROMMEL.

Los parámetros θ_i, a_i, d_i y α_i se pueden usar convenientemente para expresar la transformación entre dos sistemas coordenados.

Con los parámetros de la tabla 1, se reemplazan los valores en la ecuación (2) y se obtienen las matrices de transformación homogénea para cada articulación.

Tabla 1. Parámetros D-H

i	$\alpha_{i-1}m$	$a_{i-1}m$	$\theta_i m$	$d_i m$
1n	$-90^\circ m$	0m	$\theta_1 + 180^\circ m$	$l_0 + l_{1y} m$
2n	$90^\circ m$	$l_{1x} m$	$\theta_2 + 90^\circ m$	0m
3n	$0^\circ m$	$l_2 m$	$\theta_3 + 90^\circ m$	0m
4n	$90^\circ m$	0m	$\theta_4 m$	$l_3 + l_4 m$
5n	$-90^\circ m$	0m	$\theta_5 m$	0m

m

Para este caso en estudio, la cinemática directa viene dada por:

$${}^0_5A = {}^0_1A_2 {}^1_2A_3 {}^2_3A_4 {}^3_4A_5 \quad (3) m$$

$${}^0_5A = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & p_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & p_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4) m$$

De la ecuación (4), los primeros tres elementos de la cuarta columna muestran la posición del extremo del manipulador.

$$p_x = l_3 s_2 c_1 c_3 c_5 - l_3 s_5 c_2 c_3 + l_3 s_3 c_1 c_2 c_5 + m + l_3 s_2 s_3 s_5 + l_2 s_2 s_1 s_5 - l_2 s_5 c_2 - l_1 c_1 c_5 m \quad (5) m$$

$$p_y = -l_3 s_1 s_2 c_3 - l_3 s_1 s_3 c_2 - l_2 s_1 s_2 + l_1 s_1 m \quad (6) m$$

$$p_z = -l_3 s_2 s_5 c_1 c_3 - l_3 c_2 c_3 c_5 - l_3 s_3 s_5 c_1 c_2 m + l_3 s_2 s_3 c_5 - l_2 s_2 s_5 c_1 - l_2 c_2 c_5 + l_1 s_5 c_1 m \quad (7) m$$

3.2. Cinemática inversa

El modelo cinemático inverso permite obtener mediante el conocimiento de la posición y orientación deseadas para el efector final, el valor que deben tomar los ángulos entre los eslabones del mecanismo [12]. Para la obtención del modelo cinemático, en algunos robots no existe una manera sistemática de obtener una solución, siendo dependiente de la configuración del robot, para el robot ROMMEL se obtiene por métodos geométricos.

Se aplican cálculos geométricos simples para analizar el movimiento en un plano en vez de analizarlo en el espacio, para obtener los valores de los ángulos θ_i , se van referenciando con los valores definidos en cada una de las configuraciones correspondientes.

El ángulo θ_1 de la figura 4, es calculado desde la proyección de posición del sistema S_0 a S_4 sobre el plano X-Z, los puntos en el eje X y el eje Z, son fácilmente encontrados a través de la matriz de transformación homogénea obtenida en la cinemática directa.

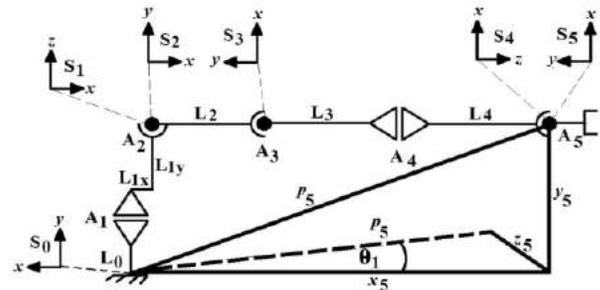


Figura 4. Método geométrico para coordenada articular θ_1 .

Se analiza sobre el plano $x - z$ en la figura 5, la relación del ángulo formado con cada eje coordenado del plano y las funciones trigonométricas.

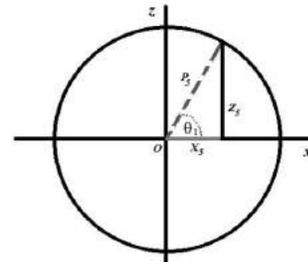


Figura 5. Cálculo de la coordenada articular θ_1 .

De esta manera se obtiene los valores para los θ_i

$$\theta_1 = \tan^{-1} \frac{\text{sen}[\theta_1]}{\text{cos}[\theta_1]} = \tan^{-1} \frac{z_5}{x_5} \quad m$$

$$\theta_2 = \beta_1 - \beta_2 \quad m$$

$$\theta_3 = -(\pi + \phi) \quad m$$

$$\theta_4 = \text{atan2}({}^0R_{5y}, {}^0R_{5x}) + \pi \quad \text{m}$$

$$\theta_5 = -\arccos\left(\frac{\vec{z}_4, \vec{n}}{m}\right) \quad \text{m}$$

m

4.Resultados de Simulación

Mediante la simulación de la cinemática se busca conocer la relación existente entre las coordenadas articulares y posición y orientación del efector final del manipulador. [10].

El software utilizado para la implementación de la simulación es MATLAB. Se implementaron dos interfaces; una de ellas permite introducir los valores para cada una de las articulaciones del manipulador, obteniéndose como resultado la posición orientación del efector final. Por otro lado, se implemento una segunda interfaz en la que se ingresan los datos del posición y orientación del efector final y se obtiene como resultado del calculo de cinemática inversa las los valores articulares del robot.

4.1 Simulación de la cinemática directa

Esta simulación considera los parámetros cinemáticos de la tabla 2, la salida resultante se obtendrá de la evaluación en el modelo cinemático directo [11]. Los valores de los ángulos en cada articulación para este caso son inicializados a cero (estado inicial del robot , configuración "HOME").

Tabla 2. Valores iniciales de ROMMEL.

i	$\alpha_{i-1} \text{m}$	$a_{i-1} \text{m}$	$\theta_i \text{m}$	$d_i \text{m}$
1m	-90°m	0m	$\theta_1 + 180^\circ \text{m}$	0.215m
2m	90°m	0.5m	$\theta_2 + 90^\circ \text{m}$	0m
3m	0°m	0.215m	$\theta_3 + 90^\circ \text{m}$	0m
4m	90°m	0m	$\theta_4 \text{m}$	0.258m
5m	-90°m	0m	$\theta_5 \text{m}$	0m

$${}^0_5A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -0.05 \\ 0 & -1 & 0 & 0.743 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{m m} \quad \text{m(8)m}$$

Una vez introducidos estos datos se calculan las matrices de transformación homogénea, obteniendo la matriz de la ecuación (8), misma de la que se extrae de la columna 4, la posición del

extremo final del manipulador correspondiendo la coordenada cartesiana a:

$$\begin{aligned} p_x &= -0.05 \\ p_y &= 0.743 \\ p_z &= 0 \end{aligned}$$

La relación entre los valores articulares del manipulador y la posición y orientación del efector final se puede ver gráficamente en la figura 6.

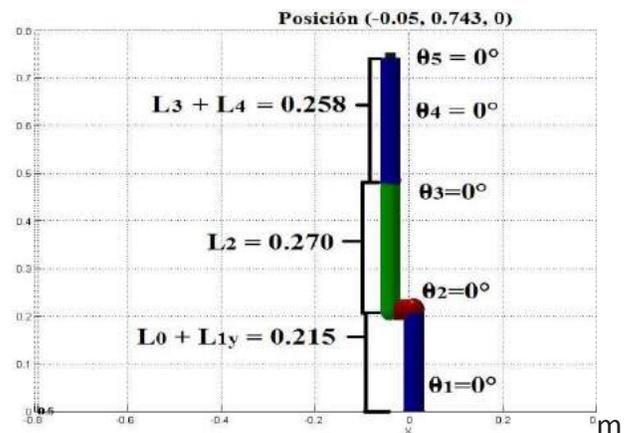


Figura 6. Simulación grafica del manipulador en su configuración inicial (HOME).

4.2 Simulación de la cinemática inversa

Para implementar la simulación de la cinemática inversa, fue necesario calcular algunas trayectorias para el manipulador, con el objetivo de que el efector final tomara una secuencia de posiciones.

De esta manera se genero inicialmente una trayectoria para el manipulador, la cual consiste en solamente variar el ángulo asociado a θ_1 . En el simulador, el usuario debe proporcionar una trayectoria de coordenadas generalizadas como dato de entrada. Como salida de esta simulación, se calcula la trayectoria a pintar.

La simulación se calcula de la siguiente manera:

- Se obtienen los valores para la curva paramétrica asociada a una coordenada articular. En el ejemplo que se presenta en la figura 7, la coordenada articular es la asociada al ángulo θ_1 .
- Se discretiza la curva paramétrica en un número finito de puntos asigna
- Para cada valor en la dicretización se aplica cinemática inversa para

encontrar las coordenadas articulares del manipulador en este punto.

- d) Se utilizan los valores de los θ_i para pintar la trayectoria.

Así, la simulación de simulación de la cinemática inversa requiere de la cinemática directa para realizar el pintado de la trayectoria.

La figura 8, presenta el comportamiento para cada una de las articulaciones de manipulador, tomando como base el trazado de la trayectoria que se observa en la figura 7.

m

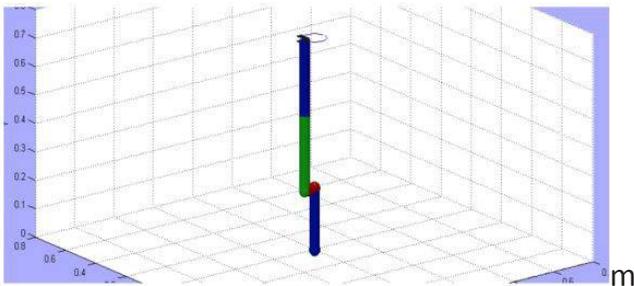


Figura 7. Simulación gráfica de trayectoria del manipulador con $\theta_1 = 3 \cdot \sin(4 \cdot \pi \cdot t^2 / 2)$

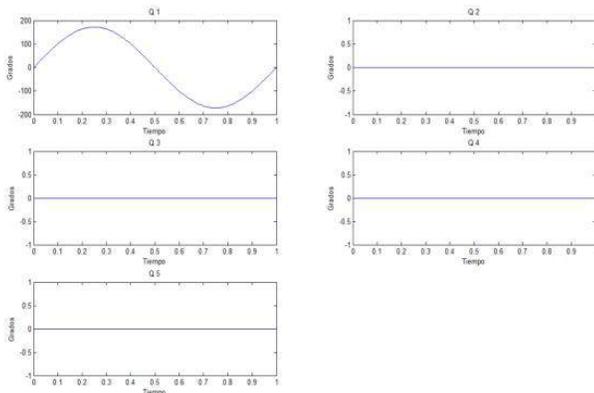


Figura 8. Comportamiento de cada articulación del manipulador ($\theta_1 = 3 \cdot \sin(4 \cdot \pi \cdot t^2 / 2)$) con respecto al tiempo.

5. Conclusiones

La representación Denavit-Hartenberg, permite obtener la cinemática directa a través de un método matricial que establece de manera sistemática un sistema de coordenadas ligado a cada eslabón de la cadena articulada para manipuladores que tienen más de dos grados de libertad, determinando de manera

sencilla las ecuaciones cinemáticas de la cadena completa.

La obtención del modelo matemático para la cinemática directa permite calcular las coordenadas cartesianas del efector final del manipulador en base a las coordenadas generalizadas. Las ecuaciones obtenidas para el robot ROMMEL pueden ser implementadas fácilmente en una computadora con el objetivo de contar con un ambiente de virtual como herramienta de apoyo. Esta simulación con un ambiente gráfico, permite observar los movimientos de todos y cada uno de los eslabones del manipulador en cada instante de tiempo, esto permite la evaluación de diferentes trayectorias para la generación del movimiento.

La obtención de las gráficas que modelan cada articulación permite identificar la evolución del movimiento conforme con relación al tiempo.

Como trabajo en proceso, se está implementando ya la simulación del modelo dinámico.

6. Referencias Bibliográficas

- [1] RIA. Ansi / ria r15.06-1999. Robotics Industries Association, June 1999.
- [2] A. Barrientos, L. F. Peñin, C. Balaguer, R. Aracil, *Fundamentos de robótica*, Mc Graw Hill.
- [3] Cortes, F. R. (2011). *Robótica. Control de robots manipuladores*. Mexico: Alfaomega.
- [4] KUKA-DLR. (1 de Enero de 2012). KUKA Arm Tutorial 2. Recuperado el 4 de Junio de 2012, de kuka http://www.kukarobotics.com/en/products/software/educational_framework/arm_tutorials/PS_Content_Arm2.
- [5] Rafael Kelly, Víctor Santibáñez, *Control de movimiento de robots manipuladores*, Pearson Prentice Hall, 2003.
- [6] R. C. Gonzalez y C. S. G. Lee K. S. Fu. *Robotica: Control, Deteccion, Visi_one Inteligencia*. Mc Graw Hill, 1990.
- [7] R. S. Hartenberg and J. Denavit, "A kinematic notation for lower pair mechanisms based on matrices," *Journal of Applied Mechanics*, vol. 77, pp. 215–221, June 1955.
- [8] John J. Craig, *Robótica*, Addison-Wesley Publishing Company, 2006.
- [9] Bruno Siciliano. Lorenzo Sciavicco. Luigi Villani. Giuseppe Oriolo. *Robotics: Modelling, Planing and Control*. Advanced Textbooks in Control and Signal Processing. Springer, 2009. ISBN: 978-1-84628-642-1.
- [10] Benitez A, Huitzil I, Casiano A, De la Calleja J, Medina M. 2012. Puma 560: Robot Prototype with Graphic Simulation Environment. *Advances in Mechanical Engineering*. vol (2): 17-24.
- [11] Richard, Paul. *Robot Manipulators: Mathematics, Programming and control*. Cambridge: MIT Press. 1992, p.279.m