

# APLICACIÓN DE CUANTIFICADORES DE CAOTICIDAD A LA CLASIFICACIÓN AUTOMÁTICA DE PATRONES DE EEG EN EPILEPSIA

Azgard Casiano Ramos

e-mail: azgadcara@uppuebla.edu.mx

**Resumen:** En este trabajo se aplicaron diversas técnicas de análisis cuantitativo, derivadas de la teoría de sistemas dinámicos y del caos, al reconocimiento de patrones presentes en series de tiempo de electroencefalogramas (EEGs). Específicamente, se estudiaron los patrones de EEG de sujetos sanos y de pacientes de epilepsia, con el objetivo de validar la aplicación potencial de este procedimiento a la caracterización sistematizada y automatizada de distintos padecimientos del sistema nervioso central. Características como la dimensión de correlación, el máximo exponente de Lyapunov y la medida de tendencia central del mapa de Poincaré, fueron utilizados para cuantificar la presencia de caos en las señales eléctricas.

**Palabras clave:** EEG, caos, epilepsia, clasificación automática.

## 1. Introducción

En los últimos años, se han dado muchos avances en el análisis de sistemas complejos, tales como los sistemas naturales y biológicos, gracias a la teoría de sistemas dinámicos y del caos. Para tales sistemas, es muy difícil contar con un modelo matemático exacto; de aquí que la mayor parte del análisis se tenga que hacer directamente con las señales disponibles (i.e., series de tiempo), estableciendo la hipótesis de un sistema no lineal determinístico subyacente (Schreiber, 1996) [1], (Timmer, 1998) [2]. Desde este enfoque, las señales tienen que ser modeladas en el *espacio de estados* para poder analizar sus propiedades no lineales.

En el estudio del EEG, ha habido un trabajo extensivo con el enfoque de sistemas lineales estocásticos (e.g., *análisis de Fourier*) para la caracterización de patrones correspondientes a diversas patologías y estados funcionales del cerebro humano (Nuwer, 2005) [3]. La principal desventaja de este enfoque es que las propiedades no lineales de la señal han sido ignoradas por completo (Angeleri, 1996) [4]. Por el contrario, en este trabajo se abordan las propiedades no lineales y deterministas de las señales del EEG. También se prueba la

capacidad de estos cuantificadores para detectar patrones epileptiformes automáticamente, con ayuda una red neuronal artificial (RNA) entrenada fuera de línea.

## 1.1 Motivos de estudio de EEG en epilepsia

La epilepsia es un padecimiento del sistema nervioso central caracterizado por una actividad eléctrica anormal de las neuronas (e.g., *crisis epilepticas*), generada por un fallo en los mecanismos inhibitorios del cerebro, particularmente del ácido Gamma-Aminobutírico (GABA). Alrededor del 1% de la población (50 millones de personas) padece epilepsia. En México, existen alrededor de dos millones (ISSSTE, 2001) [5]. No obstante, actualmente el diagnóstico se basa principalmente en técnicas cualitativas, esto es, en la inspección visual del trazo de EEG por parte de los médicos o especialistas. Esto representa una tarea ardua y de alto consumo de tiempo, aún para los expertos. Es por esta razón, que la inclusión de un sistema computarizado para la automatización del proceso resulta crucial para asistir a los expertos. En este trabajo, se utiliza primero una RNA para aprender de la información cuantitativa del EEG y posteriormente realizar la clasificación automática de nuevos casos.

Dos razones importantes para el estudio del EEG en epilepsia, adicionales al diagnóstico, son la predicción de crisis y la localización del denominado *foco epileptogénico*. Aunque ambos tópicos también están relacionados con este trabajo, por ahora sólo se limita al primer ámbito de investigación.

## 1.2 Organización del artículo

El artículo está organizado de la siguiente manera. En la Sección 2, se hace la descripción clínica y técnica de las señales de EEG estudiadas. En la Sección 3, se presentan los fundamentos de teoría de caos. En la Sección 4, se presentan los algoritmos utilizados para el análisis de caoticidad. En la Sección 5 se muestran los resultados de la aplicación de las

técnicas de análisis a las señales de EEG. Con los resultados del análisis cuantitativo previo, la sección 6 aborda el problema de clasificación automática usando una Red Neuronal Probabilística (RNP). Finalmente, en la Sección 7 se presentan las conclusiones y perspectivas de trabajo futuro.

## 2. Descripción de las señales de EEG

Las señales de EEG analizadas son propiedad del Depto. de Epileptología de la Universidad de Bonn, Alemania (Andrzejak et al., 2001) [6]. Hay cuatro conjuntos de 100 series de tiempo cada uno, etiquetados como Z, O, N, F y S, correspondientes a cinco sujetos sanos (conjuntos Z y O) y cinco pacientes con epilepsia diagnosticada. La descripción de cada conjunto de datos está dada en la Fig. 1. Las grabaciones de los conjuntos Z y O fueron obtenidas al usar el sistema estandarizado 10-20 para la ubicación de electrodos superficiales. Los conjuntos F, N y S fueron obtenidos a partir de electrodos implantados intracranealmente. Cada serie de tiempo consiste de 4096 muestras capturadas a 173.61 Hz ( $\approx 23.6$  s), recortadas de un EEG multicanal. Todas las frecuencias de

instrumentación (incluyendo el ruido de CA a 50 Hz) están presentes en las mediciones originales, por lo cual, para continuar con el análisis, las señales se filtraron en el rango de 0.53 – 60 Hz al utilizar un filtro Butterworth pasabanda de cuarto orden. También se utilizó un filtro zanja de 50 Hz. El espectro normalizado de las señales filtradas se muestra en la Fig. 2.

## 3. Fundamentos de la teoría de caos

Un sistema dinámico puede ser representado por una ecuación de la forma:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t, \boldsymbol{\mu}) \quad (1)$$

Donde  $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n$  es el estado,  $\mathbf{f} : \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^n$  es un campo vectorial suave, y  $\boldsymbol{\mu}$  denota los parámetros del sistema. La solución de (1) es algún vector de funciones  $\mathbf{x} = \mathbf{x}(t)$  que describe la trayectoria en el espacio de estados, construido a partir de sus coordenadas. Dependiendo de los valores de los parámetros del sistema, se pueden desplegar diferentes soluciones, que van desde puntos de equilibrio hasta atractores caóticos.

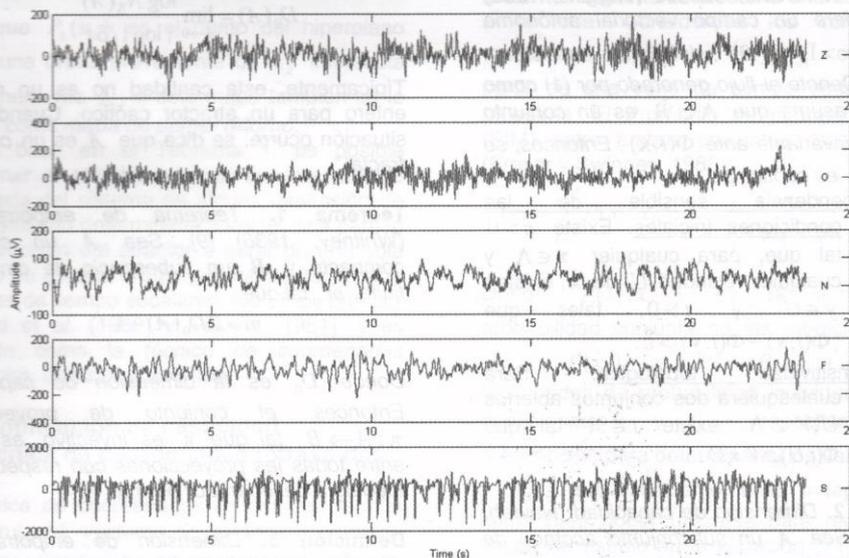


Figura 1. Series de tiempo de EEG del Hospital Universitario de Bonn. De arriba abajo: registro de un sujeto sano con los ojos abiertos (conjunto Z); de un sujeto sano relajado y con los ojos cerrados (conjunto O); de la zona epileptogénica (hipocampo) de un paciente con epilepsia diagnosticada (conjunto F); del hipocampo del hemisferio opuesto del cerebro (conjunto N); y de la zona epileptogénica durante una crisis (conjunto S).

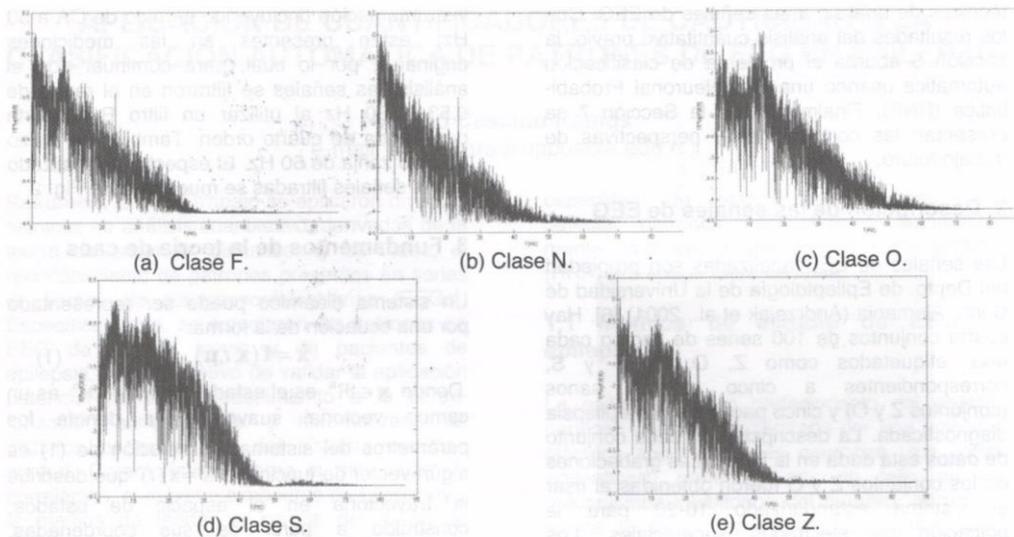


Figura 2. Espectro de potencia normalizado de las señales de EEG filtradas (0.53-60 Hz).

**Definición 1.** Atractor caótico (Wiggins, 1990) [7]. Considere un campo vectorial autónomo suave  $C^r$  ( $r > 1$ ) en  $\mathfrak{R}^n$ , definiendo un sistema como (1). Denote el flujo generado por (1) como  $\Phi(t, \mathbf{x})$ , y asuma que  $\Lambda \subset \mathfrak{R}^n$  es un conjunto compacto, invariante ante  $\Phi(t, \mathbf{x})$ . Entonces, se dice que  $\Lambda$  es caótico si:

- i. Dependencia sensible de las condiciones iniciales. Existe  $\varepsilon > 0$  tal que, para cualquier  $\mathbf{x} \in \Lambda$  y cualquier vecindad  $U$  de  $\mathbf{x}$ , existen  $\mathbf{y} \in U$  y  $t > 0$ , tales que  $|\Phi(t, \mathbf{x}) - \Phi(t, \mathbf{y})| > \varepsilon$ .
- ii. Transitividad topológica. Para cualesquiera dos conjuntos abiertos  $U, V \subset \Lambda$ , existe  $t \in \mathfrak{R}$  tal que  $\Phi(t, U) \cap V \neq \emptyset$ .

**Definición 2.** Dimensión de capacidad (Nayfeh, 1995) [8]. Sea  $A$  un subconjunto acotado de  $\mathfrak{R}^n$ . Sea  $N_\delta(A)$  el número mínimo de conjuntos de diámetro máximo  $\delta$  que cubre  $A$ . Entonces, la dimensión de capacidad está definida, si existe, por:

$$D_0(A) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\log N_\delta(A)}{|\log 1/\delta|} \quad (2)$$

Típicamente, esta cantidad no es un número entero para un atractor caótico. Cuando esta situación ocurre, se dice que  $A$  es un conjunto fractal.

**Teorema 1.** Teorema de empotramiento (Whitney, 1936) [9]. Sea  $A$  un conjunto compacto y  $B$  un subespacio de dimensión finita,  $m$ , tal que

$$m > 2D_0(A) + 1 \quad (3)$$

Donde  $D_0$  es la dimensión de capacidad. Entonces, el conjunto de proyecciones  $\pi: A \rightarrow B$ , tal que  $\pi$  es inyectivo, es denso entre todas las proyecciones con respecto a la topología del operador norma.

**Definición 3.** Dimensión de empotramiento (Kennel, 1992) [10]. La dimensión  $m$  en la ecuación (3) se llama dimensión de empotramiento y es la dimensión para la cual el atractor está completamente desdoblado; i.e., la dimensión en la cual dos puntos alejados entre sí en el espacio de estados original, no se

proyectan como cercanos en el espacio observado.

**Definición 4.** Mapa de Poincaré (Chua, 1989) [11]. Para un sistema  $n$ -dimensional, una sección de Poincaré es un hiperplano  $(n-1)$ -dimensional,  $\Sigma$ , que es transversal al flujo del sistema. Sea  $h(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}$  un vector normal a  $\Sigma$ , localizado en  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ .  $\Sigma$  Divide el espacio de estados en dos regiones:

$$\Sigma^+ = \{\mathbf{x} : h(\mathbf{x}), f(\Phi(t, \mathbf{x}), \boldsymbol{\mu}) > 0\} \quad (4)$$

y

$$\Sigma^- = \{\mathbf{x} : h(\mathbf{x}), f(\Phi(t, \mathbf{x}), \boldsymbol{\mu}) < 0\} \quad (5)$$

La órbita observada cruzará repetidamente de  $\Sigma^+$  a  $\Sigma^-$ , a  $\Sigma^+$ , etc. El mapa  $(n-1)$ -dimensional  $P_{\pm} : \Sigma \rightarrow \Sigma$  que va de la intersección actual  $\mathbf{x}_k$  a la siguiente intersección  $\mathbf{x}_{k+1}$  se conoce como mapa de Poincaré, y se denota por [8]:

$$\mathbf{x}_{k+1} = P_{\pm}(\mathbf{x}_k) \quad (6)$$

Dado que  $P_{\pm}(\mathbf{x}_k)$  es el punto del hiperplano donde una órbita proveniente de  $\mathbf{x}_k$  intersecciona por primera vez  $\Sigma$ ; a este mapa también se le conoce como *mapa de primer retorno*.

Con base en el Teorema 1, es posible reconstruir el atractor a partir de una variable observada del sistema en alguna dimensión de empotramiento determinada. Una técnica para la reconstrucción del atractor a partir de una sola variable de estado, o más generalmente, a partir de series de tiempo escalares, fue propuesta por Packard et al. (1980) y Takens (1981), y es conocida como la *técnica de coordenadas retrasadas*, descrita enseguida.

#### 4. Cuantificación de casticidad

##### 4.1 Técnica de coordenadas retrasadas

La técnica de coordenadas retrasadas permite reconstruir  $M$  vectores de estados a partir de una serie escalar de  $N$  muestras,  $\{x_k\}_{k=1}^N$  de acuerdo con [12, 13]:

$$\mathbf{x}_k = [x_k \quad x_{k+\tau} \quad \dots \quad x_{k+(m-1)\tau}]^T; \quad k = 1, \dots, M \quad (7)$$

Donde  $\mathbf{x}_k$  es el estado en el tiempo discreto  $k$ ;  $\tau$  es el *tiempo de retraso* dado en múltiplos del periodo de muestreo, y  $m$  es una dimensión de empotramiento apropiada. El valor de  $M$  está dado por:

$$M = N - (m-1)\tau \quad (8)$$

Nótese que la ecuación (11) no proporciona ninguna información acerca de los valores apropiados de  $\tau$  o  $m$ . Con una gran cantidad de datos libres de ruido, dichos parámetros podrían ser arbitrarios. Sin embargo, en la práctica a menudo se cuenta con una cantidad limitada de datos contaminados con ruido, por lo que deben utilizarse técnicas adicionales adecuadas para la determinación de  $\tau$  y  $m$ .

Fraser y Swinney (1986) sugirieron un criterio para la selección de  $\tau$  con base en la idea de Shannon sobre la *transferencia de información mutua*. Pero antes de describir formalmente la información mutua, deben considerarse algunas restricciones. Primero, si el valor de  $\tau$  es demasiado corto, las coordenadas  $x_k$  y  $x_{k+\tau}$  no serán lo suficientemente "independientes". Y segundo, si  $\tau$  es demasiado largo, cada conexión entre esas coordenadas estaría sujeta a ser numéricamente aleatoria una con respecto a la otra. Considérese los conjuntos de mediciones  $\{x_k\}_{k=1}^{N-\tau}$  y  $\{x_{k+\tau}\}_{k=1}^{N-\tau}$  obtenidos a partir de una serie de tiempo escalar de  $N$  muestras. El Promedio de Información Mutua (PIM) entre ambos conjuntos está dado por (Fraser y Swinney, 1986):

$$I(\tau) = \sum_{k=1}^{N-\tau} P(x_k, x_{k+\tau}) \log_2 \left[ \frac{P(x_k, x_{k+\tau})}{P(x_k)P(x_{k+\tau})} \right] \quad (9)$$

Donde  $P(x_k, x_{k+\tau})$  es la densidad de probabilidad conjunta de las mediciones  $x_k$  y  $x_{k+\tau}$ ;  $P(x_k)$  y  $P(x_{k+\tau})$  son las densidades de probabilidad individuales de las mediciones  $x_k$  y  $x_{k+\tau}$ , respectivamente. La prescripción para determinar si los valores de  $x_k$  y  $x_{k+\tau}$  son suficientemente independientes, como para poder utilizarse para reconstruir el vector de estado en la ecuación (11), es tomar  $\tau$  donde ocurra el primer mínimo de  $I(\tau)$ .

Con respecto a la selección de  $m$ , debe considerarse una restricción. Si la dimensión de empotramiento es demasiado grande, entonces dos puntos que aparezcan cercanos en el espacio de estados reconstruido, podrían

aparecer lejanos entre sí el espacio de estados original. Estos puntos son descritos como falsos vecinos cercanos (FVCs). Explícitamente, el criterio para la identificación de FVCs es como sigue (Kennel *et al.*, 1992).

Considere el  $i$ -ésimo vector de estados reconstruido con dimensión  $m$ :

$$\mathbf{x}_i = [x_i \quad x_{i+\tau} \quad \dots \quad x_{i+(m-1)\tau}]^T \quad (10)$$

El vecino más cercano de  $\mathbf{x}_i$  es el vector  $\mathbf{x}_j$ , el cual minimiza la distancia Euclidiana

$$R_i = \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|$$

$$\mathbf{x}_j = [x_j \quad x_{j+\tau} \quad \dots \quad x_{j+(m-1)\tau}]^T \quad (11)$$

Los mismos vectores, pero empotrados en un espacio  $(m+1)$ -dimensional serían:

$$\mathbf{x}'_i = [x_i \quad x_{i+\tau} \quad \dots \quad x_{i+(m-1)\tau} \quad x_{i+m\tau}]^T \quad (12)$$

y

$$\mathbf{x}'_j = [x_j \quad x_{j+\tau} \quad \dots \quad x_{j+(m-1)\tau} \quad x_{j+m\tau}]^T \quad (13)$$

En un espacio  $(m+1)$ -dimensional, los vectores  $\mathbf{x}'_i$  y  $\mathbf{x}'_j$  estarán separados por la distancia Euclidiana  $R'_i = \|\mathbf{x}'_i - \mathbf{x}'_j\|$ . El primer criterio que Kennel *et al.* Propusieron para identificar un FVC es:

$$\text{Criterio 1: } \sqrt{(R_i'^2 - R_i^2)} / R_i = \frac{x_{i+m\tau} - x_{j+m\tau}}{R_i} > R_{TOL} \quad (14)$$

Donde  $R_{TOL}$  es un nivel de tolerancia adimensional para el cual Abarbanel *et al.* (1993) sugirió el intervalo  $10 \leq R_{TOL} \leq 50$  para diversos sistemas caóticos [8]. El sentido de este criterio es medir si el incremento relativo de la distancia es grande, cuando dos puntos pasan de una dimensión  $m$  a una dimensión  $m+1$ . El otro criterio que Kennel *et al.* sugirieron es:

$$\text{Criterio 2: } R'_i / R_i > A_{TOL} \quad (15)$$

y fue introducido para compensar las regiones dispersas del atractor, dado que ahí, los vecinos cercanos no están tan cerca como en las otras regiones.  $R_A$  Es una medida del tamaño del atractor, para el cual Kennel *et al.* utilizaron la desviación estándar de los datos y  $A_{TOL} = 2.5$ .

Si cualquiera de los criterios antes mencionados se cumple, entonces se considera que  $\mathbf{x}_i$  es un falso vecino cercano de  $\mathbf{x}_j$ . A continuación, el número de FVC's es comparado contra el número total de vecinos cercanos. De acuerdo con Kennel *et al.*, una dimensión de empotramiento apropiada es aquella donde el porcentaje de FVC's cae a cero.

Una vez que el atractor ha sido reconstruido de los datos experimentales, pueden extraerse cuantificadores de caoticidad. Por ejemplo, la sensibilidad a condiciones iniciales cercanas puede cuantificarse mediante el *máximo exponente de Lyapunov* (Wolf *et al.*, 1985) [14]; la dimensión fractal puede calcularse eficientemente por la dimensión de correlación (Grassberger & Procaccia, 1983) [15]; y la variabilidad del mapa de Poincaré de segundo orden puede cuantificarse con la medida de tendencia central (Cohen, 2001) [16]. A continuación, se presenta cada una de las técnicas mencionadas.

## 4. 2 Exponentes de Lyapunov

Los exponentes de Lyapunov son una medida de la tasa de divergencia de dos trayectorias cercanas en un atractor conforme a la evolución del tiempo. Rosenstein *et al.* (1993) [17] desarrolló un algoritmo para el cálculo del máximo exponente de Lyapunov a partir de un atractor reconstruido con la serie escalar. En este método, se calculan los vecinos cercanos para cada vector empotrado. Después, se deja evolucionar el sistema por un tiempo determinado y el máximo exponente de Lyapunov puede estimarse como la tasa promedio de separación de los vecinos. Asumiendo una tasa de expansión exponencial determinada por el máximo exponente de Lyapunov ( $\lambda_1$ ), en el tiempo discreto  $kh$ , donde  $h$  es el periodo de muestreo, la tasa de convergencia entre el  $i$ -ésimo par de vecinos cercanos será [17]:

$$d_i(k) = c_i e^{\lambda_1(kh)} \quad (16)$$

Donde  $c_i$  es la separación inicial. Al tomar el logaritmo natural por ambos lados de la ecuación (16) resulta:

$$\ln d_i(k) \approx \ln c_i + \lambda_1(kh) \quad (17)$$

La ecuación (17) representa un conjunto de líneas paralelas para  $i=1,2,\dots,M$ , cada una con pendiente proporcional a  $\lambda_1$ . A partir de aquí,  $\lambda_1$  puede estimarse mediante ajuste de mínimos cuadrados a la línea definida por:

$$y(k) = \frac{1}{h} (\ln d_i(k)) \quad (18)$$

Donde  $\langle \dots \rangle$  denota el promedio para todos los valores de  $i$ .

### 4.3 Dimensión de correlación

La idea detrás de la dimensión de correlación al usar el algoritmo de Grassberger-Procaccia es para construir una función  $C(\varepsilon)$ , denominada la *suma de correlación*, la cual es la probabilidad de que dos puntos arbitrarios en el atractor reconstruido estén dentro de la vecindad de un elemento  $m$ -dimensional de volumen de radio  $\varepsilon$ . Supongamos que se toman  $M$  puntos de la trayectoria del espacio de estados, pero evitando el doble conteo de pares [18]:

$$C(\varepsilon) = \frac{2}{M(M-1)} \sum_{j=1}^M \sum_{i=j+1}^M \Theta(\varepsilon - \varepsilon_{ij}) \quad (19)$$

Donde  $\Theta(\cdot)$  es la función escalón de Heaviside y  $\varepsilon$  es la separación espacial entre dos puntos etiquetados como  $i$  y  $j$ , comúnmente dados por la norma Euclidiana. El trazo log-log de  $C(\varepsilon)$  contra  $\varepsilon$  debería producir una línea aproximadamente recta cuya pendiente en los límites de  $\varepsilon$  pequeña y  $M$  grande es la dimensión de correlación [15]:

$$D_2 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{d \log(C(\varepsilon))}{d \log \varepsilon} \quad (20)$$

### 4.5 Mapas de Poincaré

La estabilidad de las diferentes soluciones en estado estacionario de un sistema puede ser analizada con los mapas de Poincaré. Un mapa de Poincaré de primer orden se obtiene graficando  $x_k$  contra  $x_{k+1}$ . No obstante, esta gráfica solamente proporciona información cualitativa sobre la dinámica. Para obtener

información cuantitativa, es más útil el mapa de Poincaré de segundo orden,  $x_{k+1} - x_k$  contra  $x_{k+2} - x_{k+1}$ , ya que este tipo de trazo está centrado en el origen, y su distribución puede ser cuantificada mediante el uso de la medida de tendencia central (*MTC*). La *MTC* se calcula al seleccionar una región alrededor del origen de radio  $r$ , contando el número de puntos que caen dentro del radio y dividiendo por el número total de puntos,  $N$ , de la serie de tiempo [16]:

$$MTC(r) = \frac{\sum_{k=1}^{N-2} \delta(d_k)}{(N-2)} \quad (21)$$

Donde  $\delta(d_k) = 1$  si

$$[(x_{k+2} - x_{k+1})^2 + x_{k+1} - x_k]^{0.5} < r \text{ y } 0 \text{ en otro caso.}$$

Una cuestión adicional al cálculo de la *MTC*, es la selección apropiada del valor de  $r$ . Pincus (1991) y Hornero *et al.* (2003) propusieron evaluar  $r$  en múltiplos de la desviación estándar de la serie de tiempo hasta hallar una diferencia estadística significativa entre dos atractores de propiedades conocidas [19]. Sin embargo, dicho método ignora todos aquellos puntos que caen fuera del radio seleccionado, además de que requiere de cálculos estadísticos adicionales. Para subsanar ese problema, en este trabajo se evaluó la *MTC* dentro de una malla de radios normalizados en el intervalo  $[0,1]$ . En forma análoga al cálculo de la dimensión de correlación, la pendiente de la gráfica de  $MTC(r)$  contra  $r$ , denominada a partir de ahora  $dMTC(r)$ , se utilizó como descriptor numérico del mapa de Poincaré de segundo orden.

## 5. Resultados

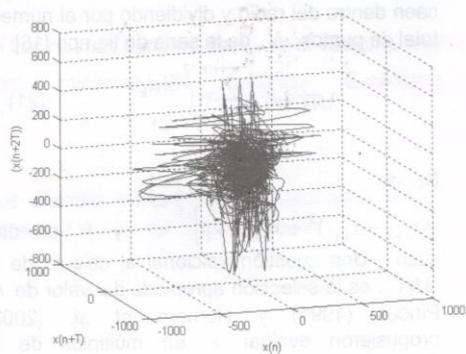
En la Fig. 3 se observan algunas proyecciones en 3D de los atractores reconstruidos de los EEGs. Cualitativamente, es interesante notar una naturaleza cíclica de las órbitas de las señales de epilepsia (incisos (a), (b) y (d)). Por el contrario, la clase Z presenta un patrón aparentemente aleatorio con trayectorias que cambian rápidamente. En el caso de O, se aprecia un patrón cíclico más fácilmente notable que en la serie temporal.

Las apreciaciones anteriores pueden ser auxiliares para la interpretación clínica. No obstante, la valía de esta técnica es la extracción de información cuantitativa. Por

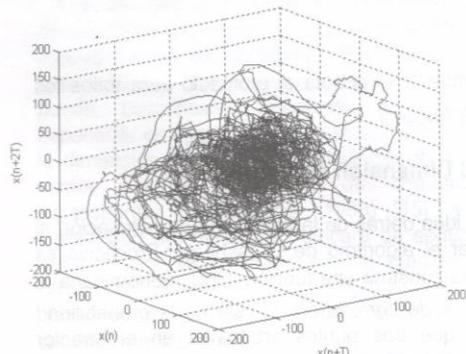
ejemplo, la dimensión de empotramiento resultó  $m=11$  para un atractor de clase Z, y  $m=6$  para un atractor de clase S, con  $\tau=6$  y  $\tau=10$  respectivamente. Ambas características indican que el primer patrón es más semejante al ruido (teóricamente de dimensión infinita), con rápida pérdida de la información. El segundo es más

determinista y conserva información durante un período más largo, dado por  $\tau$ .

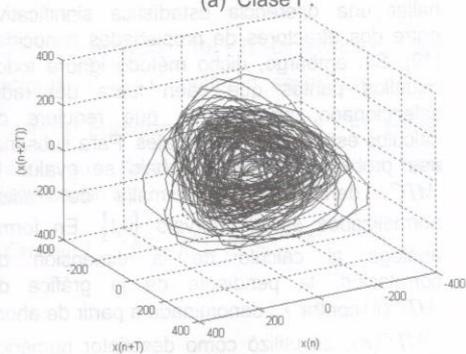
A continuación, en las Figs. 4, 5 y 6 se presentan los resultados de la obtención de los cuantificadores  $D_2$ ,  $\lambda_1$  y  $dMTC$  de las series de tiempo.



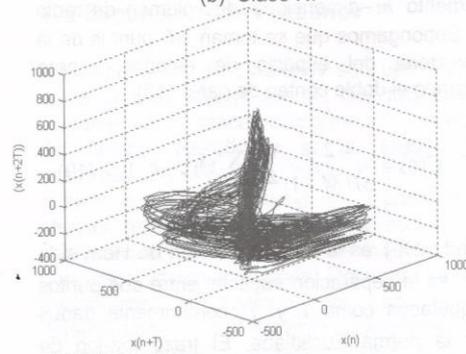
(a) Clase F.



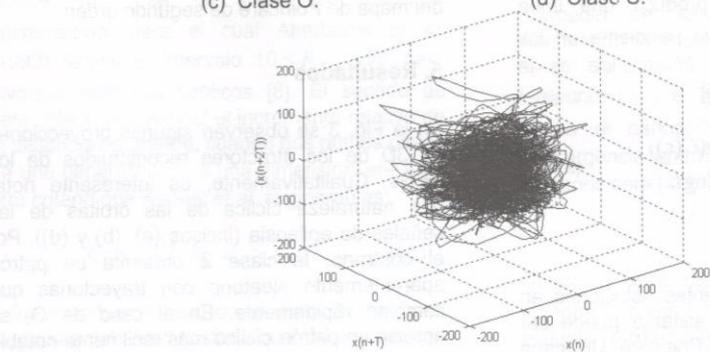
(b) Clase N.



(c) Clase O.



(d) Clase S.



(e) Clase Z.

Figura 3. Reconstrucción de atractores de las señales de EEG (proyecciones tridimensionales del atractor de dimensión  $m > 3$  y tiempo de retraso  $\tau$ ).

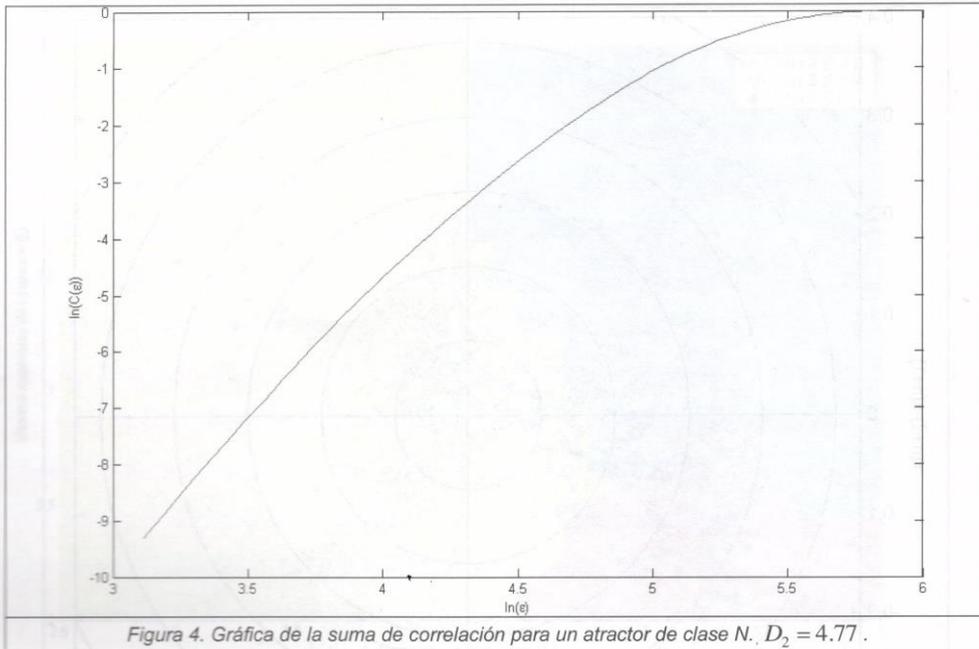


Figura 4. Gráfica de la suma de correlación para un atractor de clase  $N$ .  $D_2 = 4.77$ .

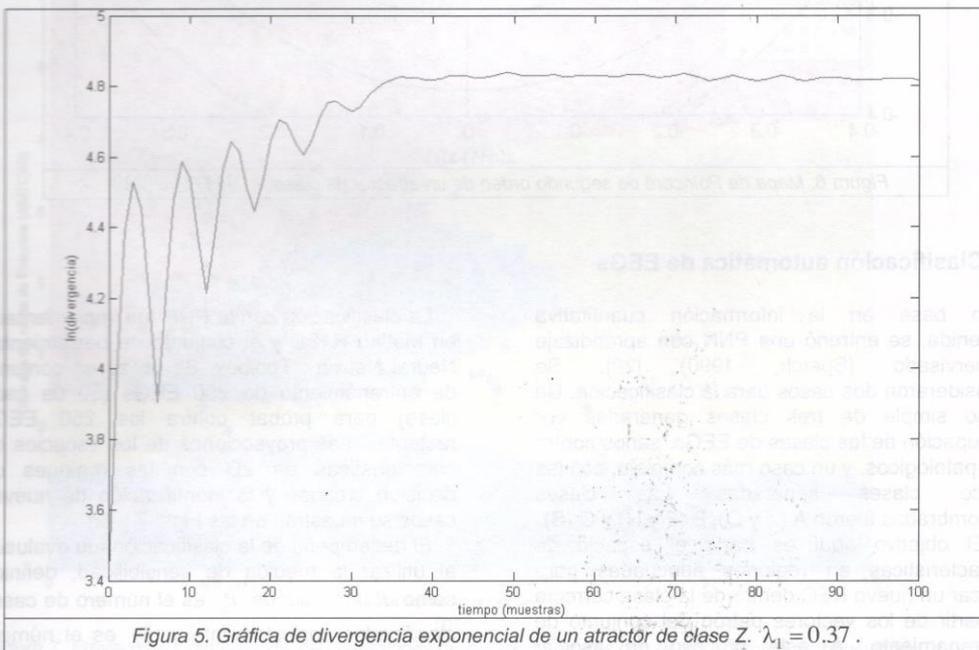
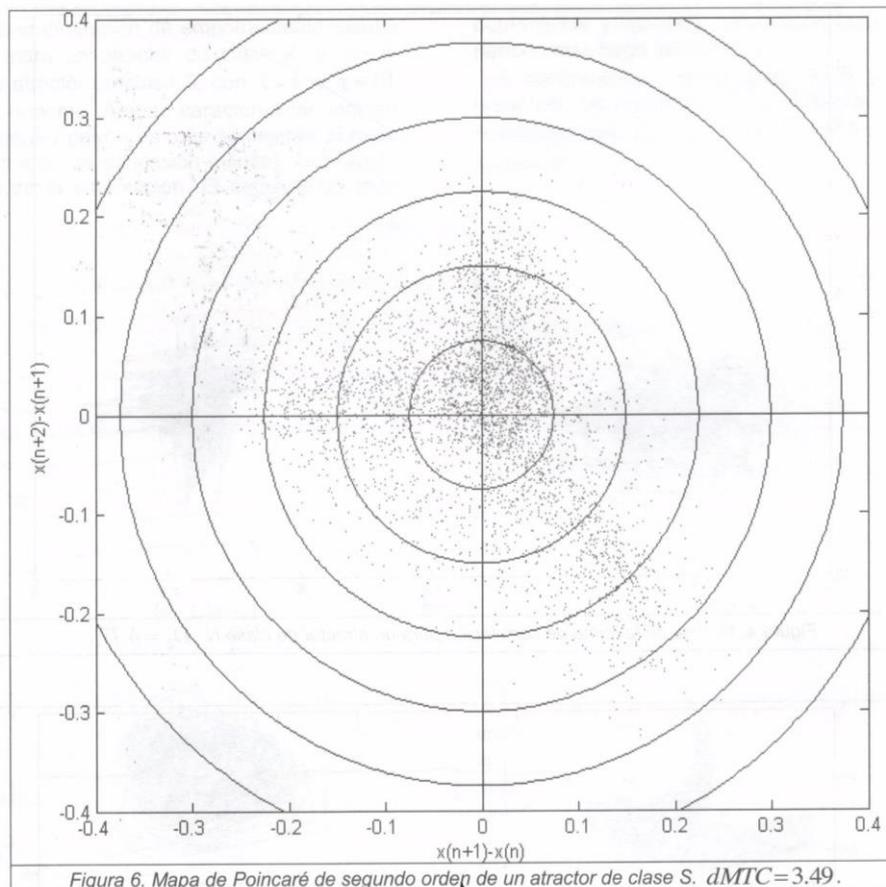


Figura 5. Gráfica de divergencia exponencial de un atractor de clase  $Z$ .  $\lambda_1 = 0.37$ .



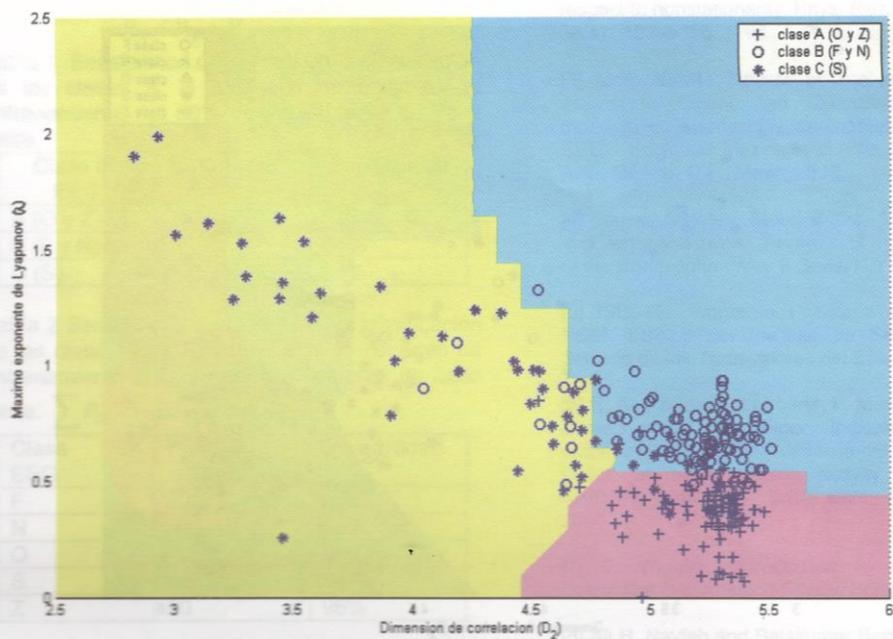
## 6. Clasificación automática de EEGs

Con base en la información cuantitativa obtenida, se entrenó una PNN con aprendizaje supervisado (Spetch, 1990) [20]. Se consideraron dos casos para la clasificación. Un caso simple de tres clases generadas por agrupación de las clases de EEGs sanos contra los patológicos, y un caso más complejo, con las cinco clases separadas. Las clases renombradas fueron A (Z y O), B (F y N) y C (S).

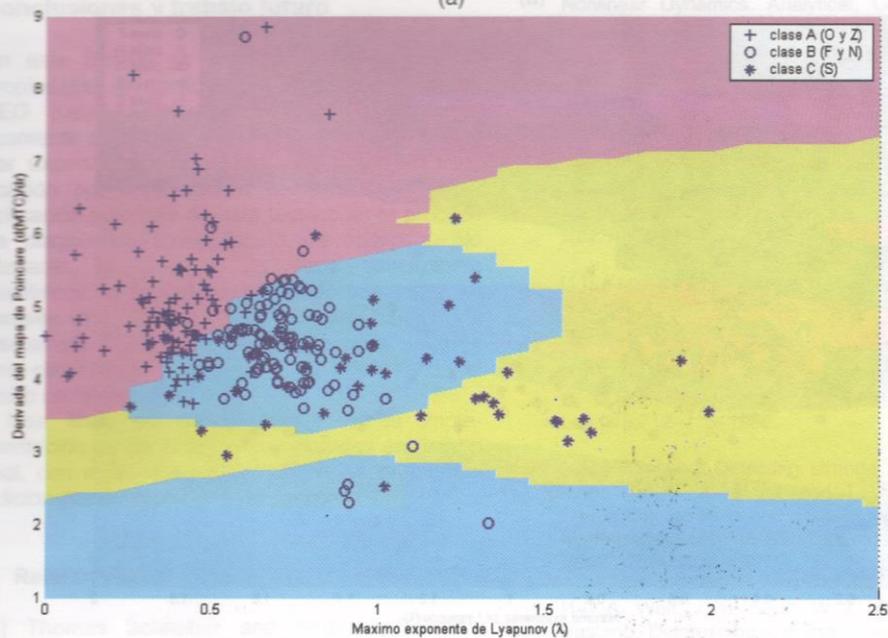
El objetivo aquí es partir el espacio de características en regiones adecuadas para ubicar un nuevo EEG dentro de la clase correcta a partir de los vectores patrón del conjunto de entrenamiento. A este proceso de asociar nuevos vectores de características al espacio de características se le conoce como *clasificación de patrones*.

La clasificación con la PNN fue implementada en Matlab R13® y el conjunto de herramientas Neural Network Toolbox. Se utilizó un conjunto de entrenamiento de 250 EEGs (50 de cada clase) para probar contra los 250 EEGs restantes. Las proyecciones de los espacios de características en 2D con las regiones de decisión creadas y la identificación de nuevos casos se muestran en las Figs. 7 y 8P

El desempeño de la clasificación fue evaluado al utilizar la medida de sensibilidad, definida como  $P_C / P_T$ , donde  $P_C$  es el número de casos clasificados correctamente y  $P_T$  es el número de casos en cada clase [21]. A partir de la Tabla 1, la precisión de la clasificación actual puede calcularse como:

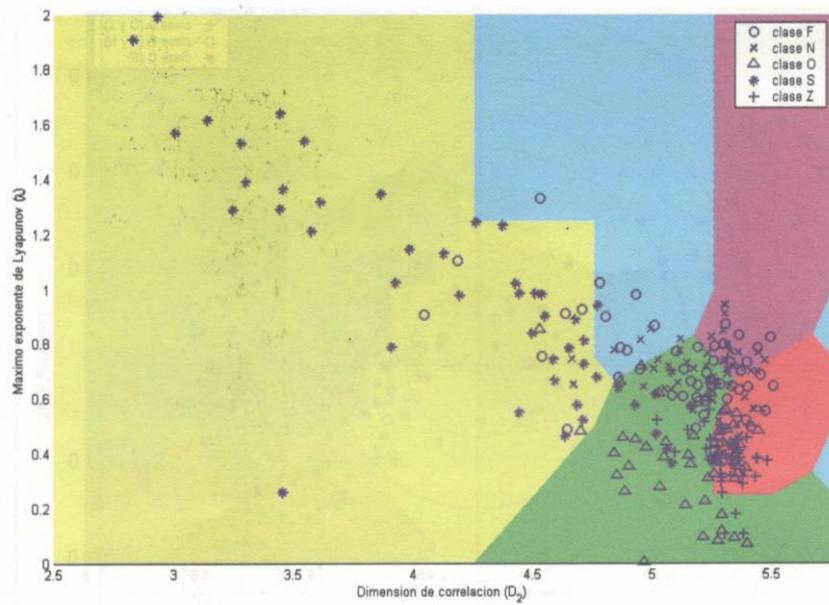


(a)

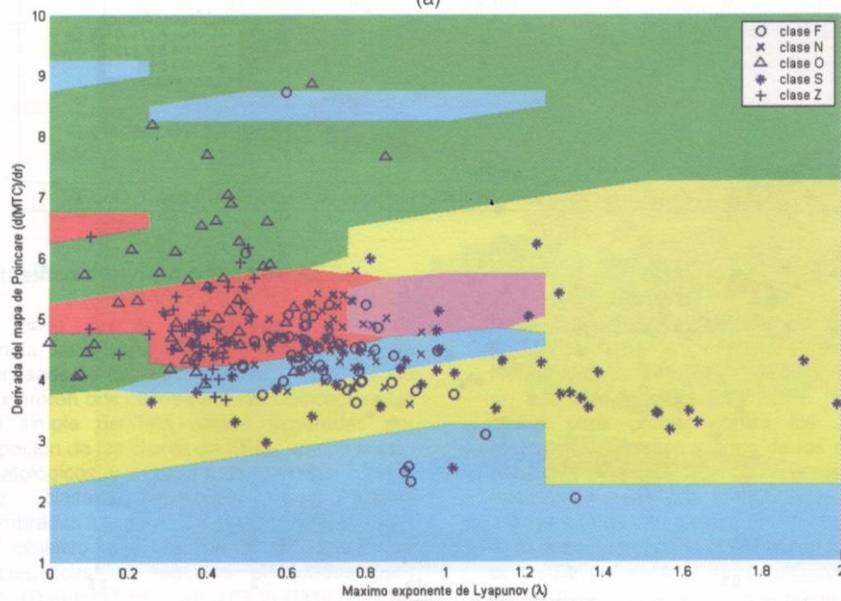


(b)

Figura 7. Proyección bidimensional de las regiones de decisión creadas con la red neuronal probabilística para el caso de tres clases, mostrando la comprobación con vectores de prueba (a) ( $\lambda_1$  vs  $D_2$ ) y (b) ( $dMTC$  vs  $\lambda_1$ ).



(a)



(b)

Figura 8. Proyección bidimensional de las regiones de decisión creadas con la red neuronal probabilística para el caso de cinco clases, mostrando la comprobación con vectores de prueba (a) ( $\lambda_1$  vs  $D_2$ ) y (b) ( $dMTC$  vs  $\lambda_1$ ).

$$\frac{P_{CA} + P_{CB} + P_{CC}}{P_{TA} + P_{TB} + P_{TC}} = 88.8\%$$

Tabla 1. Sensibilidad de la PNN en la clasificación de las clases A, B y C con un conjunto de entrenamiento del 50% de los vectores de cada clase.

Clase de EEG	Nuevos casos	Sensibilidad
A (O y Z)	100	94%
B (F y N)	100	84%
C (S)	50	88%

Tabla 2 Sensibilidad de la PNN en la clasificación de las clases F, N, O, S y Z con un conjunto de entrenamiento del 50% de los vectores de cada clase.  $\sum P_c / \sum P_t = 66.4\%$ .

Clase de EEG	Nuevos casos	Sensibilidad
F	50	38%
N	50	56%
O	50	48%
S	50	94%
Z	50	96%

### Conclusiones y trabajo futuro

En este trabajo se realizó el análisis de las propiedades de caoticidad de diversas señales de EEG para caracterizar e identificar automáticamente patrones de epilepsia definidos a priori por expertos humanos. Una precisión de clasificación por computadora del 88.8% refleja la aplicación potencial de esta técnica en el proceso de diagnóstico automatizado de epilepsia. No obstante, la inclusión de otros descriptores numéricos de la señal, incluyendo lineales y no lineales (e.g. potencia relativa entre bandas de frecuencia, PIM), puede probarse para llegar a una clasificación más precisa, y equilibrando el costo computacional.

Una línea de trabajo futuro es la implementación de las técnicas presentadas en tiempo real, con miras a su aplicación a los problemas adicionales de predicción de crisis.

### 8. Referencias

[1] Thomas Schreiber and Andreas Schmitz. Improved surrogate data for nonlinearity tests. *Phys. Rev. Letters*, 77(4):635–638, 1996.

[2] J. Timmer. Power of surrogate data testing with respect to nonstationarity. *Phys. Rev. E*, 58(4):5153–5156, 1998.

[3] Marc Nuwer. Review of Technical and Scientific Topics in Digital and Quantitative EEG. Curso monográfico internacional de análisis computarizado del EEG - Sociedad Mexicana de Neurofisiología Clínica, A.C., México. D.F., Mayo, 2005.

[4] Franco Angeleri, Stuart Butler, Salvatore Giaquinto, and Jerzy Majkowski. *Analysis of the Electrical Activity of the Brain*. John Wiley & Sons, N.Y., 1996.

[5] ISSSTE. Programa Prioritario de Epilepsia, CD-ROM. Edición del Instituto de Seguridad Social al Servicio de los Trabajadores del Estado, México, 2001.

[6] R. Andrzejak, K. Lehnertz, F. Mormann, C. Rieke, P. David, and C. E. Elger. Indications of nonlinear deterministic and finite dimensional structures in time series of brain electric activity: Dependency on recording region and brain state. *Phys. Rev. E*, 64, 2001.

[7] S. Wiggins. *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos*. Springer-Verlag, 1990.

[8] Ali H. Nayfeh and Balakumar Balachandran. *Applied Nonlinear Dynamics. Analytical, Computational, and Experimental Methods*. John Wiley & Sons, N.Y., 1995.

[9] D. S. Broomhead and G. P. King. Extracting qualitative dynamics from experimental data. *Physica D*, 20:217–236, 1986.

[10] M. B. Kennel, R. Brown, and H. D. I. Abarbanel. Determining embedding dimension for phase space reconstruction using a geometrical construction. *Phys. Rev. A*, 45(6):3403–3411, 1992.

[11] Thomas S. Parker and Leon O. Chua. *Practical Numerical Algorithms for Chaotic Systems*. Springer-Verlag, New York, 1989.

[12] N. H. Packard, J. P. Crutchfield, J. D. Farmer, and R. S. Shaw. Geometry from a time series. *Phys. Rev. Lett.*, 45:712–716, 1980.

[13] F. Takens. Detecting strange attractors in turbulence. In D. A. Rand and L. S. Young, editors, *Dynamical Systems and Turbulence, Lecture Notes in Mathematics*, volume 898, pages 366–381. Springer-Verlag, New York, 1981.

[14] A. Wolf, J. B. Swift, W. L. Swinney, and J. A. Vastano. Determining lyapunov exponents from a time series. *Physica D*, 16:285–317, 1985. A. Casiano & H.G. González-Hernández / Numerical Analysis of Chaos in EEG Signals . . .

[15] Peter Grassberger and Itamar Procaccia. Characterization of strange attractors. *Physical Review Letters*, 50(5):346–349, 1983.

[16] Maurice E. Cohen and Donna L. Hudson. EEG analysis based on chaotic evaluation of variability. *Proc. of the IEEE Annual EMBS Int. Conf.*, 23:3827–3830, 2001.

[17] Michael T. Rosenstein, James J. Collins, and Carlo J. De Luca. A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets. *Physica D*, 65:117, 1993.

[18] Julien Clinton Sprott. *Chaos and Time-Series Analysis*. Oxford University Press, New York, 2003.

[19] R. Hornero, D. E. Abasolo, N. Jimeno, and P. Espino. Applying approximate entropy and central tendency measure to analyze time series generated by schizophrenic patients. *Proc. of the IEEE Annual Int. Conf. of the EMBS*, 25:2447–2450, 2003.

[20] Donald F. Specht. Probabilistic neural networks. *Neural Networks*, 3(1):281–302, 1990.

[21] Donna L. Hudson and Maurice E. Cohen. *Neural Networks and Artificial Intelligence for Biomedical Engineering*. IEEE Press, N.Y., 2000.

INstituto Politécnico de Esporão, CD-ROM Fórum de Estado de Esporão, 2001. Desenvolvido por: Universidade do Estado de São Paulo.

R. A. Azeiteiro, K. Takiguchi, F. Monteiro, C. R. R. Lima, and C. E. R. Lima. Indicators for nonlinear dynamics and time-varying structures in time series of brain activity: Dependency on learning region and data size. *Phys. Rev. E*, 64:036107, 2001.

M. S. Vidyut, *Industria de Aplicados Nonlinear Dynamical Systems and Control*. Springer-Verlag, 1990.

J. A. M. Amato and B. Kuznetsov. *Applied Dynamical Systems: Analytical, Computational and Experimental Methods*. John Wiley & Sons, N.Y., 1992.

A. J. S. Chaves, G. V. F. Lima, and E. M. B. Lopes. *Nonlinear Dynamical Systems: An Introduction*. Physics B, 2001, 2002, 2003.

M. T. H. Chiou, S. H. Chen, and H. C. Chen. *Nonlinear Dynamical Systems: An Introduction*. Springer-Verlag, 2001.

J. A. M. Amato and B. Kuznetsov. *Applied Dynamical Systems: Analytical, Computational and Experimental Methods*. John Wiley & Sons, N.Y., 1992.

J. A. M. Amato and B. Kuznetsov. *Applied Dynamical Systems: Analytical, Computational and Experimental Methods*. John Wiley & Sons, N.Y., 1992.

J. A. M. Amato and B. Kuznetsov. *Applied Dynamical Systems: Analytical, Computational and Experimental Methods*. John Wiley & Sons, N.Y., 1992.

J. A. M. Amato and B. Kuznetsov. *Applied Dynamical Systems: Analytical, Computational and Experimental Methods*. John Wiley & Sons, N.Y., 1992.

Classe	Subclasse	Descrição
1	1.1	1.1.1
2	2.1	2.1.1
3	3.1	3.1.1
4	4.1	4.1.1
5	5.1	5.1.1
6	6.1	6.1.1
7	7.1	7.1.1
8	8.1	8.1.1
9	9.1	9.1.1
10	10.1	10.1.1

Conclusões e trabalhos futuros

Este trabalho teve como objetivo principal a análise de sistemas dinâmicos não lineares, com ênfase na identificação de estruturas caóticas em séries temporais. Para isso, foram empregados métodos baseados em teoria do caos, como o cálculo de expoentes de Lyapunov e a análise de atratores estranhos. Os resultados obtidos demonstram a eficácia desses métodos na detecção de não linearidade e caos em dados reais, como os registros de EEG analisados. Como trabalhos futuros, sugere-se a aplicação de técnicas de inteligência artificial, como redes neurais, para a classificação automática de padrões caóticos em grandes volumes de dados.