

# Respuesta en frecuencia de osciladores caóticos

Alicia Pano Azucena, *estudiante*; Jesus Manuel Muñoz-Pacheco, *profesor-investigador*

Departamento de Electrónica y Telecomunicaciones  
Universidad Politécnica de Puebla  
Tercer Carril del Ejido “Serrano” San Mateo Cuanalá s/n  
Juan C. Bonilla, Puebla, 72640 MÉXICO  
jpacheco@uppuebla.edu.mx

**Resumen – En este trabajo se presenta un experimento para obtener la respuesta en frecuencia de un oscilador caótico, utilizando equipo de medición para el análisis de espectros de señales. Los resultados experimentales concuerdan con la información teórica y matemática existente. El experimento está enfocado académicamente a diferentes áreas de la ingeniería tanto para estudiantes no-graduados como graduados.**

## I. INTRODUCCIÓN

El caos hace mención a un tipo de comportamiento dinámico complejo el cual posee características especiales tales como alta sensibilidad a pequeñas variaciones en las condiciones iniciales, trayectorias acotadas en el espacio de fase pero con un exponente positivo de Lyapunov, una entropía finita de Kolmogorov-Sinai, un espectro de potencia continuo, dimensión topológica fraccional, etc. [1-5]. En otras palabras el caos es un comportamiento impredecible de un sistema dinámico determinístico a largo término. Debido a sus características no lineales, esta clase de comportamiento es extremadamente complejo en comparación a los sistemas lineales convencionales, por lo que hasta el más simple sistema caótico exhibe una variedad de comportamientos, que sólo pueden ser analizados con la ayuda de software específico de altas prestaciones computacionales [5].

Las señales oscilantes en régimen caótico han sido conocidas desde hace 50 años [1-2], sin embargo, recientemente se ha demostrado que el caos puede ser controlado y además sincronizado [4]. Algunas aplicaciones de los osciladores caóticos son [1-5]:

- Circuitos y sistemas electrónicos de alto rendimiento (moduladores sigma-delta y convertidores de potencia).
- Mezclado de líquidos.
- Reacciones químicas.
- Sistemas biológicos (cerebro humano, corazón y procesos de aprendizaje).
- Criptografía.
- Redes neuronales.
- Toma de decisiones críticas en eventos políticos, militares y económicos.

Por tal motivo, esta nueva área de investigación involucra especialistas de diferentes áreas, incluyendo

ingenieros de sistemas y control, físicos teóricos y experimentales, matemáticos, fisiólogos, y especialistas en circuitos y dispositivos electrónicos.

Enfocándose en la criptografía, la seguridad de los datos es vital en la vida diaria de personas y empresas que realizan operaciones vía internet, bancarias, llamadas telefónicas, etc. [3]. Recientemente, la encriptación basada en osciladores caóticos se ha postulado como una solución al problema de comunicaciones seguras [3-4]. Por ejemplo, una configuración común de un sistema de comunicaciones seguras tiene como núcleo básico un oscilador caótico construido con circuitos electrónicos, el cual funciona como transmisor y receptor. En el receptor, la información confidencial (voz y/o datos) es sumada a la señal osciladora caótica; posteriormente, utilizando algún tipo de modulación, es enviada por un canal de transmisión público, donde los datos originales se encuentran enmascarados y protegidos por la señal caótica. Finalmente, en el receptor se recupera la señal original por medio de operaciones de filtrado sobre la señal caótica portadora.

De esta manera, en este trabajo se presenta un experimento para verificar experimentalmente la respuesta en frecuencia de un oscilador caótico.

## II. ANTECEDENTES

El sistema de variables de estado mostrado en (1), el cual genera atractores caóticos unidimensionales, se puede sintetizar con amplificadores operacionales (opamps) como se muestra más adelante. La ecuación (1) tiene la representación de diagrama de bloques mostrado en la Fig. 1, conteniendo tres bloques integradores; donde cada bloque se puede sintetizar con opamps [1], mientras que el operador (+) se realiza mediante la adición de corrientes en un nodo utilizando la ley de corrientes de Kirchhoff. Notar que, la serie de funciones saturadas en corriente, mostrada en (1b) y previamente introducida en [1], es usada en esta realización debido a que es necesario realizar operaciones de sumas de corrientes. De esta manera, el circuito electrónico analógico para el sistema en (1a) se muestra en la Fig. 2, tomando los elementos valores determinados por (2) y (3). Por lo tanto, se obtiene  $a = b = c = d = 0.7$ ,  $k = 1$ ,  $h = 1$ ,  $\alpha = 6.4e-3$ ,  $p = q = 1$ . Para más información revisar [1].

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y \\ \dot{y} &= z \\ \dot{z} &= -ax - by - cz + df(x; k, h, p, q) \end{aligned} \quad (1a)$$

$$f(x; \alpha, k, h, p, q) = \begin{cases} (2q+1)k \\ k/\alpha(x-ih) + 2ik \\ (2i+1)k \\ -(2p+1)k \end{cases} \quad (1b)$$

$$\begin{aligned} x &> qh + \alpha \\ |x - ih| &\leq \alpha, -p \leq i \leq q \\ ih + \alpha < x < (i+1)h - \alpha, -p \leq i \leq q-1 \\ x &< -ph - \alpha \end{aligned}$$

$$C = 1/0.7Rix \quad Rx = Ry = Rz = 1/0.7C \quad Rp = 1/C \quad (2)$$

$$k = RixIsat, \quad Isat = \frac{Vsat}{Rc}, \quad \alpha = \frac{Ri|Vsat|}{Rf}, \quad h = \frac{Ei}{\left(1 + \frac{Ri}{Rf}\right)} \quad (3)$$

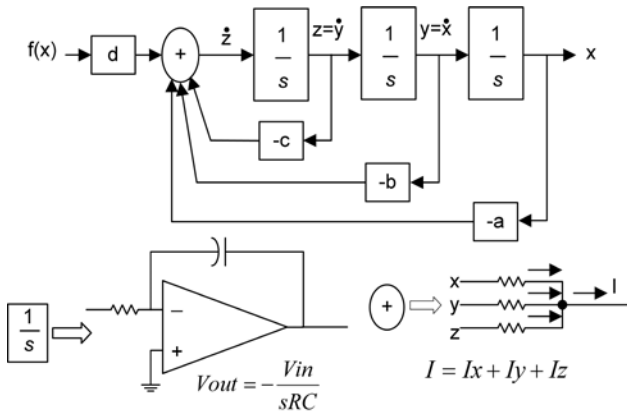


Figura 1. Diagrama a bloques para el sistema caótico en (1)

### III. REALIZACIÓN EXPERIMENTAL

La síntesis a nivel circuito electrónico se muestra en la Fig. 2. La respuesta en frecuencia dependerá de los valores elegidos para los elementos dinámicos presentes en el circuito. La frecuencia central de operación se determina por la siguiente ecuación:

$$f_{os} = \frac{1}{2\pi R_p C} \quad (4)$$

Notar que la respuesta en frecuencia del oscilador caótico de la Fig. 2 está condicionada por el ancho de banda máximo del dispositivo activo. Para este caso, el uso de opamps restringe una frecuencia de oscilación de baja intensidad. Para mejorar la respuesta en frecuencia, una opción es utilizar otro dispositivo activo para realizar la síntesis

electrónica del sistema caótico en (1), tales como; amplificadores operacionales retroalimentados en corriente (CFOA's) y amplificadores operaciones de transconductancia (OTA's); mientras que otra opción es emplear tecnología de circuitos integrados CMOS para integrar el sistema caótico en (1).

Una vez construido el circuito de la Fig. 2, se requiere conectar las fuentes de polarización de corriente directa (CD) al pin conector denominado como "vdd" y "vss" en todos los opamps. Luego conectar el analizador de espectros en el nodo "y", marcado con un círculo de color azul en la Fig. 2 y observar la respuesta en frecuencia del oscilador caótico en la pantalla del analizador de espectros. Es posible conectar el analizador de espectros a otros nodos para observar las variables de estado "x" o "z". Si evaluamos la ecuación (4) con  $R_p=7 \text{ K}\Omega$  y  $C=2.2\text{nF}$ , se obtiene una frecuencia central de oscilación de  $f=10.3 \text{ KHz}$ . Seleccionando otro valor para el capacitor, por ejemplo;  $C=800\text{pF}$ , se obtiene una nueva frecuencia central de oscilación de  $f=22 \text{ KHz}$ . El circuito y los resultados experimentales se muestran en la Fig.3.

### IV. CONCLUSIÓN

Se ha presentado un experimento de laboratorio para verificar la respuesta en frecuencia de un oscilador caótico de 3 enrollamientos. Además, se demostró que los cálculos teóricos concuerdan con los obtenidos de forma experimental. Por lo tanto, se concluye que este experimento de laboratorio es valioso para que los estudiantes graduados y no-graduados obtengan conocimiento y entrenamiento sobre sistemas generadores de caos y al mismo tiempo puedan emplear este tipo de sistemas en aplicaciones de encriptado de información. Finalmente, se remarca que el experimento de laboratorio es fácilmente reproducible desde que utiliza equipo de medición y componentes electrónicos de propósito general.

### AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen por el soporte a través de proyecto PROMEP: UPPUE-PTC-033 y al Laboratorio de Electrónica de la UPPue por la facilidades prestadas para la realización satisfactoria del trabajo.

### REFERENCIAS

- [1] J.M. Muñoz-Pacheco, E. Tlelo-Cuautle, Electronic design automation of multi-scroll chaos generators, Dubai, UAE: Bentham Sciences Publishers, 2010. ISBN: 978-1-60805-165-6
- [2] J. Lu, G. Chen, Generating multiscroll chaotic attractors: theories, methods and applications, Int. J. Bifurcat. Chaos, vol. 16, no. 4, pp. 775-858, 2006.
- [3] F. Dachselt and W. Schwarz, Chaos and Cryptography, IEEE Transactions on CAS-I, vol. 48, no. 12, (december 2001).R. Trejo-Guerra et al., "Chaotic communication system using Chua's oscillators realized with CCI+s", Int. J. Bifurcat. Chaos, 19(12):4217-4226, 2009.
- [4] J.M. Muñoz-Pacheco, E. Tlelo-Cuautle, V.H. Carbajal-Gómez, A CAD-Tool for the Design of n-Scrolls Chaotic Systems from Behavioral Modeling, INDS'09, pp. 198-202, Austria, July 20-21, 2009.

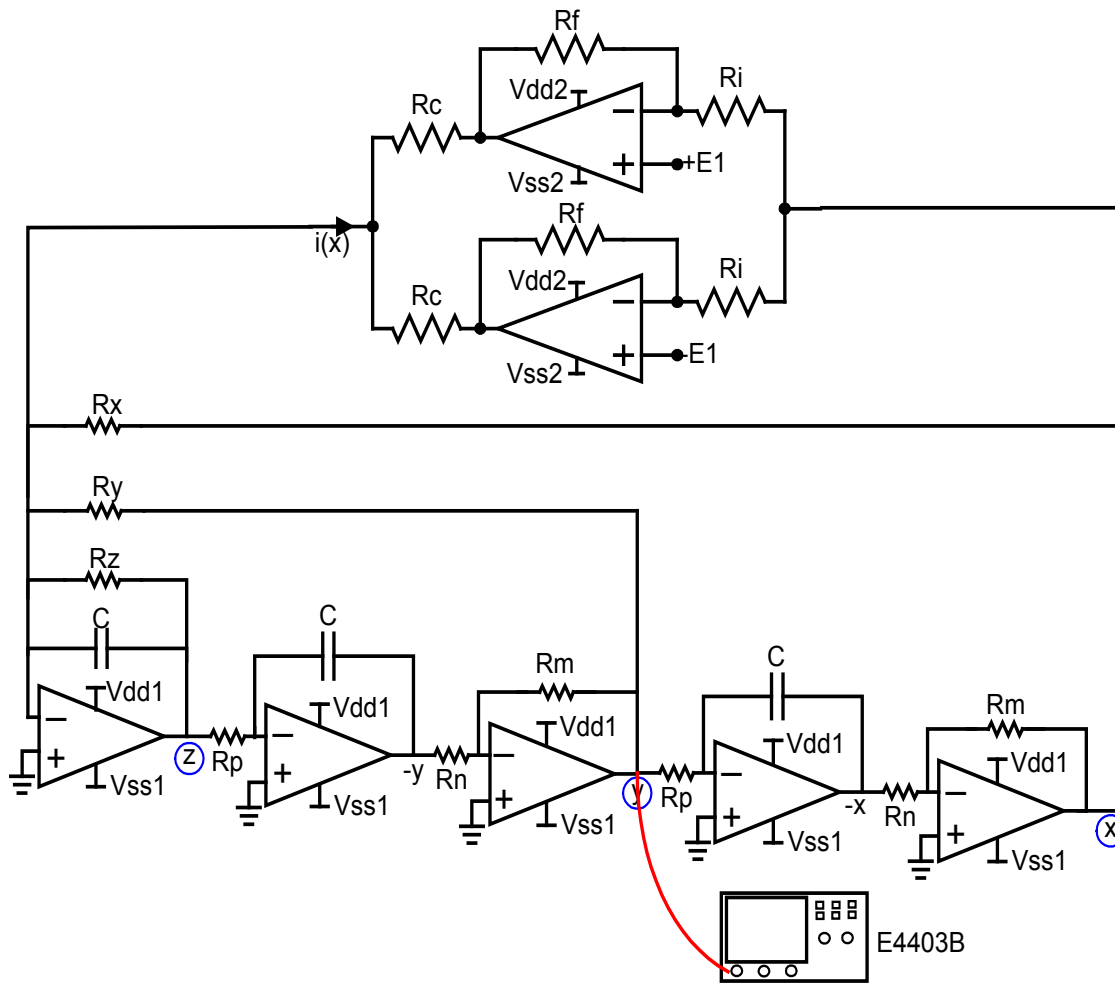


Figura 2. Circuito basado en opamps del oscilador caótico en (1).

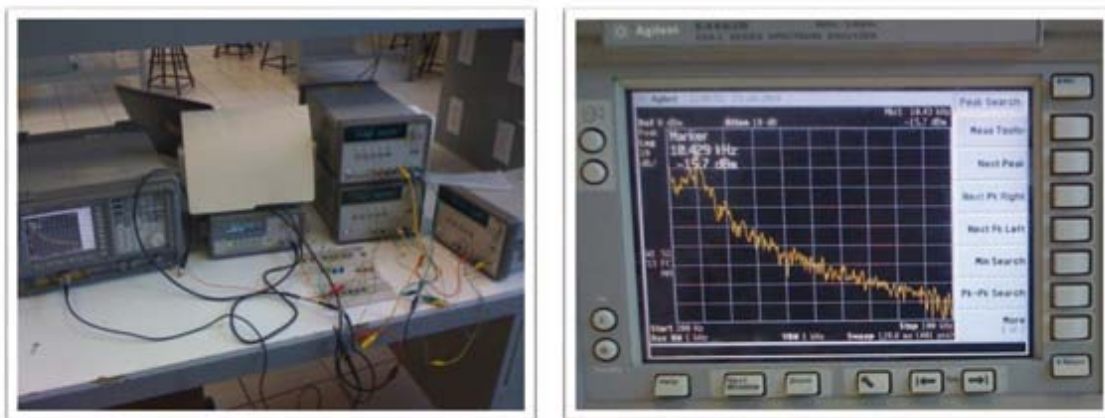


Figura 3. Propuesta del experimento de laboratorio y pantalla del equipo analizador de espectros