



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE PUEBLA



Programa Académico de Maestría en Ingeniería en Automatización de Procesos
Industriales, PNPC-CONACYT

**AMBIENTE DE SIMULACIÓN DE LA DINAMICA DE UN
MANIPULADOR DE 5GDL**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRO EN INGENIERÍA



PRESENTA:

ING. PAOLA BRAVO HERNÁNDEZ

Ingeniero en Electrónica, ITP

DIRECTOR

MC. AZGAD CASIANO RAMOS

DR. ANTONÍO BENÍTEZ RUÍZ



Juan C. Bonilla, Puebla

Enero 2013

Contenido

Índice de tablas	4
Índice de figuras	4
Resumen	5
Introducción.....	5
Capítulo 1. Planteamiento del problema de investigación	5
1.1 Introducción.....	6
1.2 Objetivos	9
1.2.1 Objetivo general.....	9
1.2.2 Objetivos específicos	9
1.3 Justificación.....	10
Capítulo 2. Marco teórico.....	11
2.1 Robot Manipulador	11
2.1.1 Definición	11
2.1.2 Componentes.....	12
2.2 Tipos de articulaciones.....	13
2.3 Volumen de trabajo	15
2.4 Actuadores	16
2.5 Controlador.....	17
2.6 Sensores	17
2.7 Cinemática	17
2.7.1 Cinemática directa	18
2.7.2 Cinemática inversa	19
2.8 Dinámica	20
2.9 Simulación.....	22
Capítulo 3. Modelo cinemático	25
3.1 Algoritmo Denavit-Hartenberg.....	25
3.2 Modelo cinemático directo.....	26
3.3 Modelo cinemático inverso.....	32
Capítulo 4. Modelo dinámico	40
4.1 Algoritmo iterativo de la dinámica Newton-Euler.....	41

4.2 Modelo dinámico directo	42
4.3 Modelo dinámico inverso.....	46
Capítulo 5. Conclusiones y discusión de resultados	64
Referencias	65
Anexos.....	67

Índice de tablas

Tabla 1. Parámetros D-H.....	10
------------------------------	----

Índice de figuras

Figura 1. Proyecto ROMMEL.....	¡Error! Marcador no definido.
Figura 2. Cadena cinemática abierta.....	15
Figura 3. Tipos de articulación.	16
Figura 4. Estructuras típicas.	17
Figura 5. Volumen de trabajo.	18
Figura 6 Cinemática directa e inversa.	21
Figura 7. Sistema base u origen.	¡Error! Marcador no definido.
Figura 8. Parámetros D-H.....	¡Error! Marcador no definido.
Figura 9. Eje z del origen paralelo al eje z del subsecuente.	¡Error! Marcador no definido.
Figura 10. Esquema a bloques del robot de 5GDL.	29
Figura 11. Theta 1	34
Figura 12. Theta 3	35
Figura 13. Theta 2	37
Figura 14. Theta 5	38
Figura 15. Toolbox Robotics.....	43
Figura 16. Coordenadas articulares.	44
Figura 17. Posiciones articulares.....	44
Figura 18. Simulación de las posiciones articulares.	45
Figura 19. Valor de τ	45
Figura 20. Efectos de la gravedad.	46
Figura 21. Graficas efectos de la gravedad.	46
Figura 22. Matriz de transformación.	47
Figura 23. Cinemática directa.	48
Figura 24. Posición Home con cinemática directa.	49
Figura 25. Posición articular deseada con cinemática directa.	50
Figura 26. Algoritmo de generación de la trayectoria.	51
Figura 27. Punto inicial de la trayectoria.	52
Figura 28. Punto final de la trayectoria.....	53
Figura 29. Algoritmo de simulación de la dinámica.	53
Figura 30. Pares generados.....	54

Resumen

La robótica es una área de estudio amplio que da solución al problema del movimiento generado por si mismo. Cada día con el avance de la tecnología los robots han evolucionado en sus componentes siendo más sofisticados y por el cual el incremento de costos también ah sido elevado, el adquirir un equipo completo para el estudio de los robots se ah vuelto difícil por la inversión que ello requiere sin contar el material de reparación cuando este se requiera, hoy en día también por el avance de la tecnología el estudio de los robots ah sido posible a través de la herramienta de simulación que hace aproximaciones del movimiento generado en su comportamiento. Es por ello que el presente trabajo aborda la simulación de la dinámica y cinemática de un manipulador con 5 grados de libertad (GDL) mediante un software implementando una interfaz gráfica en 3D para una mejor interpretación de los resultados y observación de su comportamiento.

Así mismo, se obtiene el modelo dinámico del manipulador haciendo uso de una metodología selecta; se muestra el estudio de la relación matemática entre el movimiento del manipulador y las fuerzas implicadas en el mismo. Con este recurso se hace una simulación de la dinámica de su comportamiento.

La simulación realizada permitirá valorar la dinámica del manipulador y en trabajos posteriores se podrá realizar evaluaciones de algoritmos de control, la ejecución de trayectorias y el análisis del desempeño de controladores; entre otros.

Introducción

La robótica se ha convertido en protagonista de muchos de los avances tecnológicos conseguidos hasta la fecha. Esta rama de la ingeniería brinda la posibilidad de llevar a cabo tareas que de otro modo resultarían arduas y complicadas, cuando no imposibles para un ser humano. La tendencia de la robótica ahora se ha vuelto una necesidad.

Un robot manipulador es una estructura mecánica que consiste en una secuencia de cuerpos rígidos (links) conectados por medio de articulaciones (joints), y se caracteriza por un brazo que asegura movilidad, una muñeca que confiere destreza y un efector final que se encarga de realizar las tareas requeridas. Los grados de libertad (GDL) de un manipulador deben ser debidamente distribuidas a lo largo de la estructura mecánica con el fin para ejecutar una tarea por ejemplo: el posicionamiento y la orientación de un objeto en el espacio tridimensional con respecto a un marco de referencia de coordenadas (Rafael Kelly, 2003).

Uno de los principales inconvenientes con el que se suelen encontrar los grupos de investigación es la imposibilidad de implementar nuevos algoritmos de control sobre las arquitecturas cerradas que presentan los robots del mercado comercial, motivo por el cual el proyecto que se ha planteado es desarrollado desde cero, para ofrecer la ventaja de poseer una arquitectura abierta.

Este trabajo surge como respuesta a la necesidad de disponer en la Universidad Politécnica de Puebla de una plataforma experimental para impulsar el desarrollo de la misma entre sus estudiantes. Esta plataforma será totalmente en arquitectura abierta y empieza con el proyecto del robot manipulador ROMMEL (robot manipulador con ejecución de movimiento en línea).

ROMMEL es un manipulador con 5 grados de libertad (GDL) que se está desarrollando actualmente por académicos del departamento de posgrado, estudiantes de ingeniería y maestría, de los cuales tenemos: por Javier Vega, la instrumentación base e información del sistema en general; por Luis Martínez la comunicación en red (Cruz, 2011) y por Rodolfo Torres el diseño mecánico.

La arquitectura abierta ofrece enorme flexibilidad al momento de implementar los experimentos, evaluar los algoritmos de control, cambiar la configuración o actualizar el hardware; y con ello permitir adaptaciones flexibles del sistema para el desarrollo y mejora constante de la plataforma experimental.

El modelo mecánico seleccionado para que ROMMEL se asemeje a un robot comercial y de investigación de KUKA Robotics en su modelo LWR (Light Weight Robot) (ROBOTICS, 2012).

En el mercado el LWR, desarrollado conjuntamente por KUKA y el Institute of Robotics and Mechatronics del Centro Aeroespacial Alemán (DLR). El LWR fue concebido con la idea de romper las barreras existentes entre los seres humanos y los robots, de manera que ambos compartieran un mismo entorno de trabajo sin que ello supusiera un peligro. El manipulador LWR, cuenta con 7 grados de libertad y posee sensores de torque en las articulaciones, es capaz de manipular cargas de 7 a 14 kg de peso, y su peso es aproximadamente de 15 kg (DLR, 2012).

El modelado en 3D consiste en el desarrollo de una representación visual de un objeto o conjunto de objetos mediante un ordenador para observar el modelo final desde cualquier ángulo. La importancia del modelado en 3D se encuentra en la facilidad que da el programador al usuario para ver el comportamiento cinemático y dinámico del manipulador a estudiar antes de llevarlo a la práctica, logrando detectar anomalías o mejoras que serían difíciles de observar con solo datos numéricos o gráficas.

Para el presente trabajo se representará en un ambiente gráfico la simulación de la dinámica del manipulador de 5 GDL, para ello la interfaz gráfica será en 3D, con las herramientas necesarias para la generación del movimiento simulado del manipulador.

El movimiento simulado del manipulador requiere del análisis del modelo dinámico es por ello que se obtiene el modelo de este manipulador con el objetivo de lograr la simulación de la dinámica del manipulador. Sin embargo, es necesario conocer la cinemática del mismo.

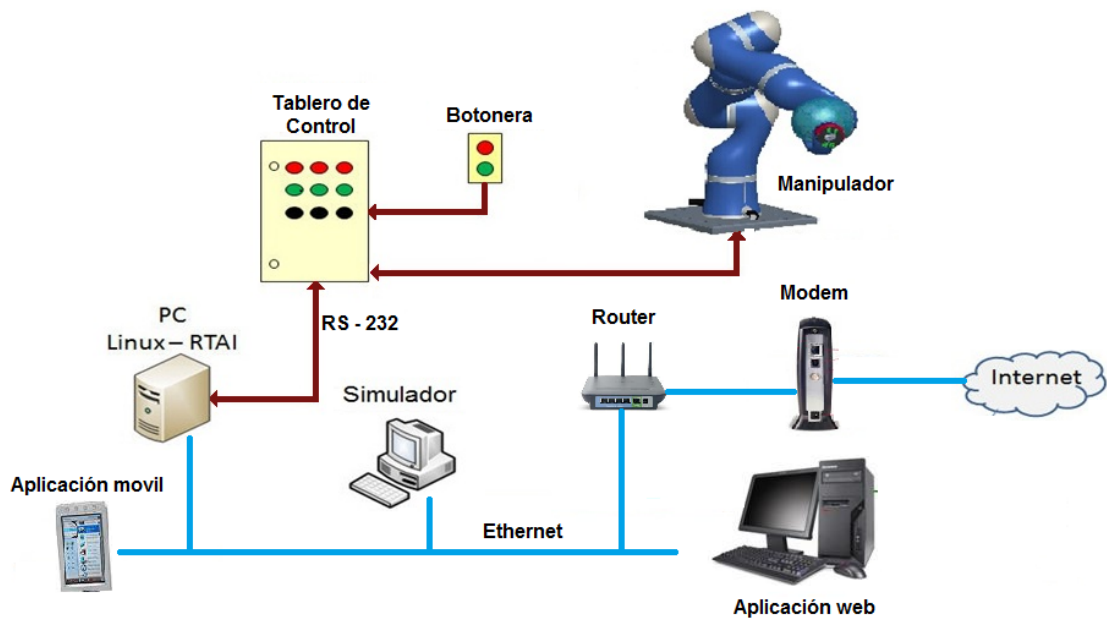


Figura 0-1. Prototipo tecnológico del laboratorio experimental de ROMMEL

Capítulo 1. Planteamiento del problema de investigación

La robótica es la ciencia donde se desarrolla un conjunto de conocimientos teóricos y prácticos que permiten concebir, realizar y automatizar sistemas basados en estructuras mecánicas. También la robótica combina diversas disciplinas como son: la mecánica, la electrónica, la informática, la inteligencia artificial, la ingeniería de control, entre otras (Baturone, 2006)

Una de las áreas de estudio de la robótica es lo relacionado con los robots manipuladores y la representación del comportamiento de un robot de 5 grados de libertad en un software de graficación por computadora mediante el uso del modelo dinámico y proporcionar una herramienta para la plataforma experimental de ROMMEL que sea útil en la investigación y en la práctica industrial con prototipos funcionales en relación al extenso campo de trabajo de la robótica.

Crear un entorno que facilite la programación del manipulador y que no dependa necesariamente del modelo físico durante la programación, que permita el desarrollo de código arbitrario para llevar a cabo aplicaciones cada vez más complejas. La descripción gráfica a través de un modelo tridimensional en el espacio de trabajo de la interfaz dará una visualización de la simulación del modelo dinámico del manipulador práctica para la detección de colisiones.

Adaptar un ambiente gráfico tridimensional para facilitar la visión espacial, anticipar sucesos, predecir hallazgos o analizar fenómenos físicos de sus características cinemáticas y dinámicas, sin la necesidad de la plataforma física.

En el movimiento simulado del manipulador se deben considerar las ecuaciones de movimiento de la cinemática y la dinámica para el análisis de la posición, velocidad y aceleración con respecto al tiempo, en donde intervienen las fuerzas o momentos de torsión aplicados a los actuadores para producir el movimiento.

En la Universidad Politécnica de Puebla, en sus diferentes asignaturas concernientes al estudio del control y la robótica, los estudiantes de maestría y posgrado necesitan

trabajar en una plataforma robótica que les permita realizar el análisis y control de manipuladores, la dinámica y cinemática, así como evaluar y experimentar con los conocimientos adquiridos dentro del salón de clases y con ello estimular, promover actividades de investigación, y reforzar lo ya aprendido.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo general

- Simular la dinámica de un manipulador de 5 GDL a través de un ambiente gráfico.

1.1.2 Objetivos específicos

- Aplicar un método para simular la dinámica directa de un manipulador de 5 GDL.
- Representar en un ambiente gráfico de animación para la simulación dinámica de un manipulador de 5 GDL.

1.3 Justificación

Se colabora con el desarrollo de este tema de investigación para la consolidación del proyecto ROMMEL y beneficiar primordialmente a los estudiantes de la Universidad Politécnica de Puebla, entre otros; justificando así el tema de investigación de forma:

- TECNOLÓGICA para el desarrollo de prototipos tecnológicos, aplicaciones en robots bipedos.
- ACADÉMICA a través de sus distintos campos de estudio, estimulara y promoverá actividades de investigación, permitiendo con ello la formación de investigadores que trabajen en grupos de investigación, permitiendo implementar y probar leyes de control, colaboración con proyecto ROMMEL.

La carencia de robots en la institución, da pauta a trabajar en el desarrollo de una plataforma experimental, celda robótica o modelos didácticos para el análisis y control de manipuladores, y con esto proporcionar una herramienta que permita visualizar al manipulador en su configuración geométrica, evaluar su comportamiento y experimentar con los conocimientos adquiridos para su implementación.

- SOCIAL en la formación de recursos humanos competitivos e introducción de la tecnología en un proceso industrial real.

Capítulo 2. Robótica de manipuladores

2.1 Robot manipulador

2.1.1 Definición

“Un robot manipulador es un brazo mecánico articulado formado de eslabones conectados a través de uniones o articulaciones que permiten un movimiento relativo entre dos eslabones consecutivos” (Baturone, 2006).

Según el instituto norteamericano Robot Industry Association (RIA) es la siguiente:

“Se entiende por robot industrial a un manipulador multifuncional reprogramable, diseñado para desplazar materiales, piezas, herramientas o dispositivos especiales mediante movimientos programados variables que permiten llevar a cabo tareas diversas” (RIA, 2008).

La Swedish Industrial Robot Association (SWIRA) define un robot como:

“Una máquina manipuladora automáticamente controlada, reprogramable, multipropósito con o sin locomoción para uso en aplicaciones industriales de automatización”.

La definición aportada por la Asociación Francesa de Normalización (AFNOR) aprobada en Agosto de 1983. AFNOR define en primer lugar el manipulador y a continuación el robot industrial:

Manipulador.- “Mecanismo compuesto generalmente de elementos en serie, articulados o deslizantes entre si, cuyo objetivo es el agarre y desplazamiento de objetos siguiendo diversos grados de libertad. Es multifuncional y puede ser mandado directamente por un operador humano o por cualquier sistema lógico (levas, lógica neumática, lógica eléctrica cableada o bien programado)”.

Robot industrial.-“Manipulador automático, con servo sistemas de posición reprogramable, polivalente, capaz de posicionar y desplazar materiales, piezas útiles o dispositivos especiales a lo largo de movimientos variables y

programables para la ejecución de tareas variadas. Estas máquinas polivalentes son generalmente concebidas para efectuar la misma función de manera cíclica y pueden ser adaptados a otras funciones sin modificación permanente del material”.

2.1.2 Componentes

La mayoría de robots tienen los siguientes componentes comunes que pueden variar dependiendo de las necesidades de cada trabajo del manipulador:

- Un brazo mecánico con elemento final.
- Un controlador o modulo inteligente.
- Una unidad de potencia.
- Un sistema sensorial.

El brazo manipulador es una serie de miembros rígidos llamados links o eslabones, que están conectados por joints o articulaciones, que al moverse en una de sus articulaciones se mueven también los elementos unidos a ella.

El movimiento se debe a un actuador, que bien puede ir conectado directamente o a través de alguna transmisión mecánica, con el objetivo de producir un par o velocidad o ganancia. El movimiento puede ser traslacional, rotacional o una combinación de ambos. En este tema de investigación se consideran únicamente articulaciones rotacionales.

Se denomina grados de libertad (GDL) del sistema al número de coordenadas independientes necesarias para expresar la posición de todas sus partes. Para efectos prácticos, el número de grados de libertad (GDL) de un robot manipulador se determina por su número de articulaciones.

Las posiciones articulares del manipulador se referirán como q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 , y estas se agrupan para formar el vector de posiciones q :

$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Si cada posición se denota con q entonces cada velocidad articular se denota con \dot{q} ; donde se representa el cambio de posición conforme transcurre el tiempo, es decir:

$$\dot{q} = \frac{d}{dt} q \quad (2)$$

Para el efecto de movimiento de los eslabones en cada articulación del manipulador le corresponde un actuador, dichos actuadores tienen como objetivo generar fuerzas o pares, obteniendo en consecuencia, el movimiento total del manipulador. El conjunto de fuerzas y pares generados por los actuadores del robot son agrupados en el vector de pares, esto es,

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Los manipuladores son, brazos articulados de forma más precisa, es una cadena cinemática abierta (Fig. 2.1) formada por un conjunto de eslabones o elementos de la cadena interrelacionados mediante articulaciones o pares cinemáticos que permiten el movimiento relativo entre los sucesivos eslabones (Cortes, 2011).

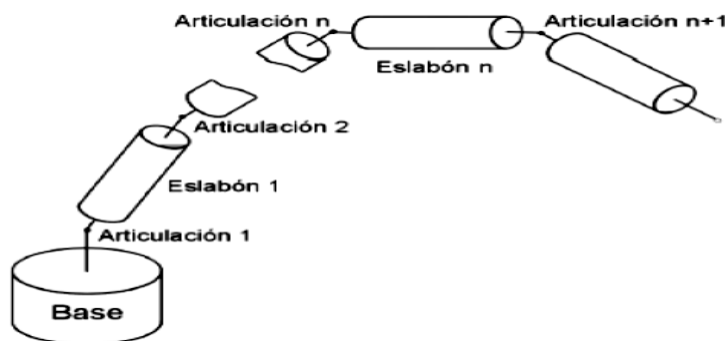


Figura 0-2.1 Cadena cinemática abierta

2.2 Tipos de articulaciones

Existen diferentes tipos de articulaciones. Las más utilizadas en robótica son las que se indican en la figura 3 (K S Fu, 1987).

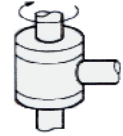
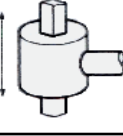
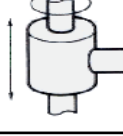
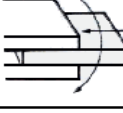

ESQUEMA	ARTICULACIÓN	GDL	DESCRIPCIÓN
	Rotación	1	Rotación alrededor del eje de la articulación.
	Prismática	1	Traslación a lo largo del eje de la articulación.
	Cilíndrica	2	Existen 2 grados de libertad que son: 1 es rotación y el otro es traslación
	Planar	2	Se caracteriza por el movimiento de desplazamiento en un plano, existiendo 2 grados de libertad.
	Esférica (Rotula)	3	Combinan 3 giros en 3 direcciones perpendiculares al espacio.

Figura 2. 1 Tipos de articulación.

Para mover el manipulador a cualquier punto hacen falta mínimo tres ejes, por lo que existen cuatro tipos de sistemas de coordenadas para mover el robot según el tipo de las articulaciones. Se pueden observar los sistemas o configuraciones en la figura 4.

Estas estructuras tienen diferentes propiedades en cuanto a espacio de trabajo y accesibilidad de posiciones determinadas (Baturone, 2006).

- a) Configuración cartesiana. Tiene 3 articulaciones prismáticas (3D ó PPP). Las especificaciones de la posición de un punto se efectúa mediante coordenadas cartesianas (X, Y, Z).
- b) Configuración cilíndrica. Tiene 2 articulaciones prismáticas y una de rotación (2D 1G), la primera articulación es normalmente de rotación (estructura RPP), la posición se especifica de forma natural en coordenadas cilíndricas.

- c) Configuración polar. Esta configuración se caracteriza por 2 articulaciones de rotación y una prismática (2G 1D ó RRP) en este caso, las variables articulares expresan la posición del extremo del tercer enlace en coordenadas polares.
- d) Configuración angular. Es una estructura con 3 articulaciones de rotación (3G ó RRR). La posición del extremo final se especifica de forma natural con coordenadas angulares.

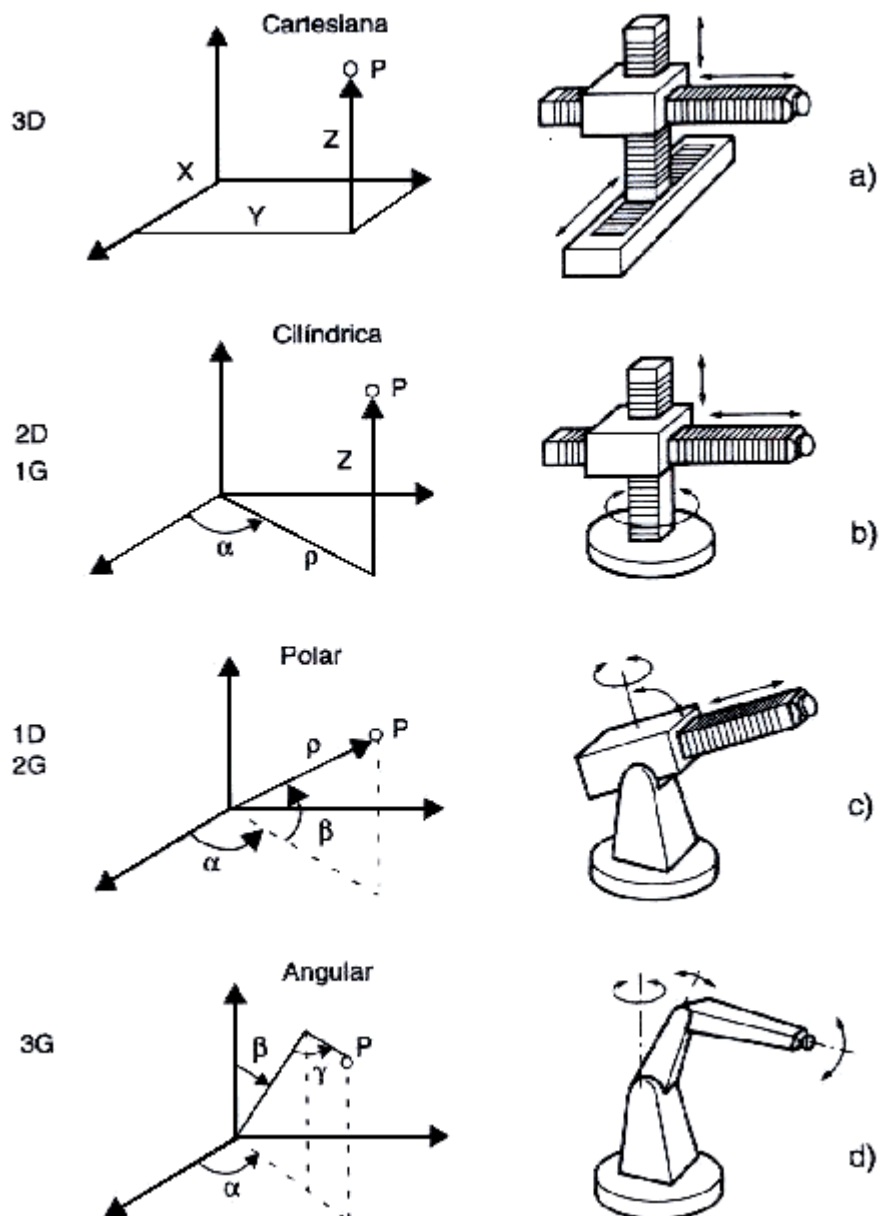


Figura 2.2 Estructuras típicas del espacio de trabajo.

2.3 Volumen de trabajo

Es el espacio de trabajo sobre la que el robot se puede mover, es decir el conjunto de puntos donde se puede situar el extremo del robot. Para el cálculo del espacio del robot se tiene en cuenta el final de la muñeca y no la herramienta, porque esta no siempre es fija. En definitiva, el volumen de trabajo del robot está determinado por las siguientes características físicas:

- Configuración física del manipulador.
- Tamaño de los componentes del brazo.
- Los límites de movimiento de las articulaciones.

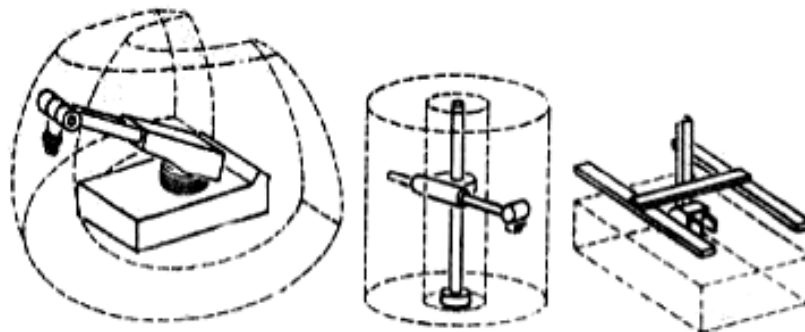


Figura 2.3 Volumen de trabajo de un robot: polar, cilíndrico y cartesiano .

2.4 Actuadores

Son los dispositivos que proporcionan la fuerza motriz para las articulaciones de los robots. Pueden ser de tres tipos según la fuente de energía: eléctricos, hidráulicos y neumáticos (Craig, 2006).

Los eléctricos son cada vez más empleados, porque tienen una gran controlabilidad con un mínimo de mantenimiento. Dentro de las diferentes variedades, los más comunes son los servomotores de corriente continua, el motor paso a paso y los servomotores de corriente alterna.

Los hidráulicos están accionados por un fluido en movimiento, generalmente aceite a presión. Se asocia con robots grandes porque proporciona una mayor fuerza.

Los neumáticos hacen uso de un fluido altamente compresible. El fluido es el aire que está disponible y no es inflamable. Son adaptados a dispositivos de pistón para proporcionar un movimiento de translación en robots pequeños.

2.5 Controlador

El controlador es el dispositivo que proporciona la inteligencia necesaria para que actúe conforme al operador. Esencialmente consiste en:

- Una memoria para almacenar datos.
- Un secuenciador para interpretar los datos.
- Un CPU para realizar los cálculos.
- Una interfaz para obtener los datos sensados.
- Una interfaz para enviar datos al actuador.
- Una interfaz para la comunicación de dispositivos externos.

2.6 Sensores

La utilización de mecanismos sensores externos permite a un robot interactuar con su entorno de una manera flexible, el uso de la tecnología sensorial es para dotar al robot con un cierto grado de inteligencia al tratar con su entorno. Los sensores utilizados pueden dividirse en dos clases:

- a) Sensores internos.- Son los dispositivos usados para medir la posición, velocidad o aceleración de las articulaciones del robot y/o del elemento final.
- b) Sensores externos.- Son los dispositivos usados para monitorear la relación geométrica y/o dinámica con su entorno (Craig, 2006).

Los sensores permiten la adquisición de la información necesaria para el control del robot. Existen diferentes portadores de información basados en principios físicos y químicos. Así, entre los principios y parámetros involucrados cabe mencionar:

- Mecánica: posición, velocidad, tamaño, fuerza....
- Electricidad: voltaje, intensidad, resistencia....
- Química: concentración, estructura cristalina....

En la actualidad, se emplea el procesamiento electrónico. Para su empleo es necesario traducir las magnitudes a señales eléctricas. En numerosas aplicaciones, además de las propias magnitudes, interesa conocer sus derivadas en el espacio o en el tiempo (Baturone, 2006).

2.7 Cinemática

La cinemática del robot trata con el estudio analítico de la geometría del movimiento de un robot con respecto a un sistema de coordenadas de referencia fijo, como una función del tiempo, sin considerar las fuerzas/momentos que originan dicho movimiento. En el estudio cinemático de un robot se abordan 2 problemas:

- 1.- El modelo directo.
- 2.-Modelado inverso.

La cinemática directa parte de los ángulos de las articulaciones para obtener la posición/orientación del efector final, mientras que la cinemática inversa se obtiene los ángulos de las articulaciones requeridos para que el efector quede en una posición/orientación deseada (Barrientos, 2007) (Fig. 2.4).

2.7.1 Cinemática directa

Se utiliza fundamentalmente el álgebra vectorial y matricial para representar y describir la localización de un objeto en el espacio tridimensional con respecto a un sistema de referencia fijo. Dado que un robot puede considerarse como una cadena cinemática formada por objetos rígidos o eslabones unidos entre sí mediante articulaciones, se puede establecer un sistema de referencia fijo situado en la base del robot y describir la localización de cada uno de los eslabones con respecto a dicho sistema de referencia (Rainer Bischoff, 2010).

De esta forma, el problema cinemático directo se reduce a encontrar una matriz homogénea de transformación T que relacione la posición y orientación del extremo del

robot respecto del sistema de referencia fijo situado en la base del mismo. Esta matriz T será función de las coordenadas articulares.

La solución del problema inverso permite hallar las variables articulares conocida la posición y orientación del extremo de la cadena cinemática. Para la resolución de estos problemas se utiliza la representación de Denavit-Hartenberg y las matrices de transformación homogénea.

La matriz de transformación homogénea tiene la siguiente estructura

$$T = \begin{bmatrix} \text{matriz de rotación} & \text{vector de posición} \\ f_{1 \times 3} & \text{escalado} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & p_x \\ n_y & s_y & a_y & p_y \\ n_z & s_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

Donde los vectores n, s, a, son vectores ortogonales unitarios y p_x, p_y, p_z es un vector que describe la posición x, y, z del origen del sistema actual respecto del sistema de referencia.

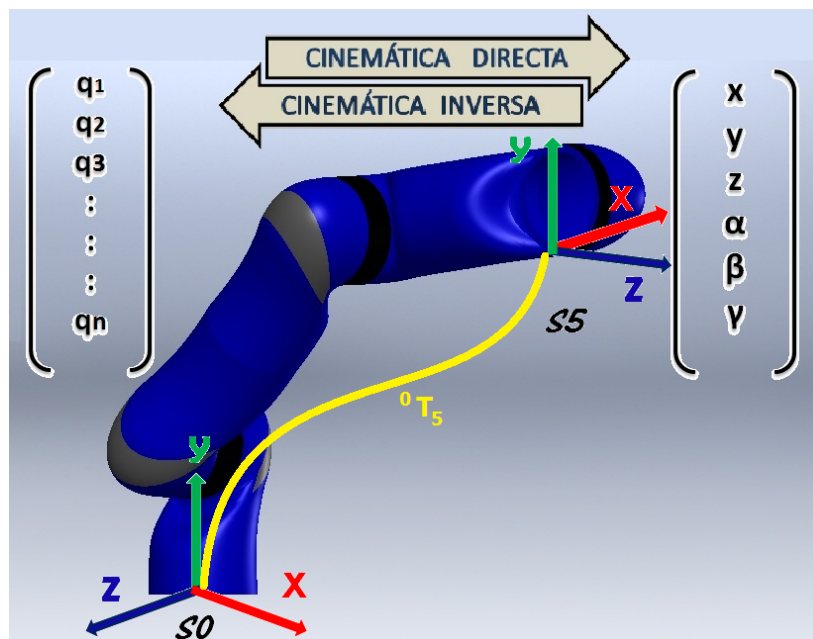


Figura 2.4 Relación entre cinemática directa e inversa.

2.7.2 Cinemática Inversa

La cinemática inversa consiste en hallar los valores de las coordenadas articulares del robot $q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T$ conocida la posición y orientación del extremo del robot.

La resolución de la cinemática inversa que pueden ser implementados en computadora, suele ser habitual la resolución por medio de métodos geométricos. La mayor parte de los robots suelen tener cadenas cinemáticas relativamente sencillas, que facilitan la utilización de los métodos geométricos.

Para muchos robots, si se consideran sólo los tres primeros grados de libertad, se tiene una estructura planar. Este hecho facilita la resolución del problema. Asimismo los últimos tres grados de libertad suelen usarse para la orientación de la herramienta, lo cual permite una resolución geométrica

1. Desacoplada de la posición de la muñeca del robot y de la orientación de la herramienta. En muchas aplicaciones, el problema cinemático inverso ha de resolverse en tiempo real (por ejemplo, en el seguimiento de una determinada trayectoria). Una solución de tipo iterativo no garantiza tener la solución en el momento adecuado.
2. Al contrario de lo que ocurría en el problema cinemático directo, con cierta frecuencia la solución del problema cinemático inverso no es única; existiendo diferentes coordenadas articulares que posicionan y orientan el extremo del robot de mismo modo. En estos casos una solución cerrada permite incluir determinadas reglas o restricciones que aseguren que la solución obtenida sea la más adecuada posible (Cortes, 2011).

No obstante, a pesar de las dificultades comentadas, la mayor parte de los robots poseen cinemáticas relativamente simples que facilitan en cierta medida la resolución de su problema cinemático inverso (KUKA-DLR, 2012).

2.8 Dinámica

El modelo dinámico debe ser resuelto entonces de manera iterativa mediante la utilización de un procedimiento numérico. El problema de la obtención del modelo

dinámico de un robot es, por lo tanto, uno de los aspectos más complejos de la robótica, lo que ha llevado a ser obviado en numerosas ocasiones. Sin embargo, el modelo dinámico es imprescindible para conseguir los siguientes fines:

1. Simulación del movimiento del robot.
2. Diseño y evaluación de la estructura mecánica del robot.
3. Dimensionamiento de los actuadores.
4. Diseño y evaluación del control dinámico del robot.

Es importante hacer notar que el modelo dinámico completo de un robot debe incluir no solo la dinámica de sus elementos (barras o eslabones) sino también la propia de sus sistemas de transmisión, de los actuadores y sus equipos electrónicos de mando. Estos elementos incorporan al modelo dinámico nuevas inercias, rozamientos, saturaciones de los circuitos electrónicos, etc. Aumentando aun más su complejidad (Bruno Siciliano, 2011).

Se tiene así que del planteamiento del equilibrio de fuerzas y pares que intervienen sobre el robot se obtienen los denominados modelos dinámicos directo e inverso:

- **Modelo dinámico directo:** expresa la evolución temporal de las coordenadas articulares del robot en función de las fuerzas y pares que intervienen.
- **Modelo dinámico inverso:** expresa las fuerzas y pares que intervienen en función de la evolución de las coordenadas articulares y sus derivadas.

El planteamiento del equilibrio de fuerzas en un robot real de 5 o 6 grados de libertad, es mucho más complicado. Debe tenerse en cuenta que junto con las fuerzas de inercia y gravedad, aparecen fuerzas de Coriolis debidas al movimiento relativo existente entre los diversos elementos, así como de fuerzas centrípetas que dependen de la configuración instantánea del manipulador (Li, 1988).

La obtención del modelo dinámico de un robot ha sido y es objeto de estudio e investigación. Numerosos investigadores han desarrollado formulaciones alternativas, basadas fundamentalmente en la mecánica Newtoniana y Lagrangiana, con el objeto de

obtener modelos manejables por los sistemas de cálculo de una manera más eficiente (Pradeep K. Khosla, 1987).

Para manipuladores por lo general se presentan modelos dinámicos de hasta 3 GDL, debido a que las manipulaciones algebraicas se vuelven tediosas conforme en número de grados de libertad aumenta. Uno de los manipuladores que se le ha desarrollado el modelo dinámico para 6 GDL es el robot PUMA el cual presenta el modelo dinámico completo en su forma cerrada (Charles P. Neuman, 1987).

La determinación de la posición del manipulador se expresa en términos del marco de referencia coordenado cartesiano (x,y,z) colocado en la base del manipulador. El modelo cinemática directo, describe la relación entre la posición articular q y la posición en coordenadas cartesianas del manipulador. En otras palabras el modelo cinemática se relaciona de la siguiente forma (Craig, 2006):

$$x = f(q) \tag{7}$$

Es importante conocer la cinemática del sistema, ya que a partir de esta se puede determinar el denominado modelo dinámico, que relaciona matemáticamente:

1. La ubicación del sistema a estudiar, por ejemplo el péndulo definido por sus variables articulares y sus derivadas: velocidad (\dot{q}) y aceleración \ddot{q} .
2. Las fuerzas o pares (T) aplicados en las articulaciones.
3. Los parámetros dimensionales del sistema, como longitud, masa e inercias de sus elementos.

La obtención del modelo dinámico ha sido y es objeto de estudio e investigación. Se han desarrollado formulaciones alternativas, basadas fundamentalmente en la mecánica Newtoniana y Lagrangiana, con el objeto de obtener modelos manejables por los sistemas de cálculo de una manera más eficiente. El modelo dinámico consiste en una ecuación diferencial (ordinaria) vectorial de las posiciones, ya sean articulares q o cartesianas x , pudiéndose expresar como (Craig, 2006):

$$f(q, \dot{q}, \ddot{q}; \tau) = 0 \tag{8}$$

$$f(x, \dot{x}, \ddot{x}; \tau) = 0 \tag{9}$$

El modelo dinámico (8) recibe el nombre de modelo dinámico articular, mientras que (9) es el modelo dinámico cartesiano.

Es importante hacer notar que el modelo dinámico completo de un sistema debe incluir no solo la dinámica de sus elementos sino también la propia de sus sistemas de transmisión, de los actuadores y sus equipos electrónicos de mando. Estos elementos incorporan al modelo dinámico nuevas inercias, rozamientos, saturaciones de los circuitos electrónicos, etc. Aumentando aun más su complejidad.

El modelo dinámico es imprescindible para conseguir los siguientes fines:

1. Simulación del movimiento del sistema.
2. Diseño y evaluación de la estructura mecánica del sistema.
3. Diseño y evaluación del control dinámico del sistema.

El modelo dinámico de un manipulador puede obtenerse a partir de las ecuaciones de movimiento de Newton (Craig, 2006).

2.9 Simulación

Un simulador es una técnica numérica que aproxima de buena forma eventos que pueden ocurrir en sistemas reales, por lo anterior un simulador nos permite estudiar y analizar sistemas reales sin necesidad de contar con el sistema físico, luego entonces, un simulador es diferente de una animación, la cual es una técnica que tiene por finalidad dar la sensación de movimientos de forma visual a objetos dentro de un equipo de computo. En este contexto la simulación tiene la intención de imitar el comportamiento de un sistema a través de la cual es posible hacer investigación sin tener acceso al sistema físico.

La simulación por computadora consiste en generar un ambiente virtual, el cual representa situaciones de la vida real; los objetos que están dentro del ambiente y cómo se comportan e interactúan en el mundo real. Por esto, la simulación virtual de robots ha adquirido importancia con el paso del tiempo.

Por lo tanto la simulación se define como “una técnica numérica para conducir experimentos en una computadora digital. Estos experimentos comprenden ciertos tipos de relaciones matemáticas y lógicas, las cuales son necesarias para describir el comportamiento y la estructura de sistemas complejos del mundo real a través de largos periodos de tiempo”. Sin embargo, dicha definición está incompleta en nuestros días, debido a que el simulador además de lo anterior debe tomar en cuenta el diseño del ambiente grafico que permite transmitir la información de forma amigable, donde se pueden observar en forma virtual el comportamiento del sistema real y de las principales variables que lo componen.

Para ello es importante desarrollar estrategias de simulación las cuales reproduzcan fielmente el comportamiento del modelo dinámico del sistema en cuestión, el cual es una aproximación debido a todos los factores que intervienen dentro del mismo; como lo son los cambios en parámetro físicos por desgaste, valores de las constantes de fricción las cuales pueden no ser exactas, entre otros factores que impiden alcanzar una reproducción fiel, pero mediante esta herramienta de simulación se puede lograr un buen funcionamiento del sistema real. En este contexto un simulador es una técnica numérica que involucra el conocimiento de varias áreas, las cuales están presentes en el modelo que representa la dinámica del sistema.

No se debe confundir un simulador con un programa de animación, debido a que este último corresponde a una técnica para dar sensación de movimiento a imágenes o dibujos. Para realizar animación existen numerosas técnicas que van más allá de los familiares dibujos animados. Los cuadros se pueden generar dibujando, pintando, o fotografiando los minúsculos cambios hechos repetidamente a un modelo de la realidad o a un modelo tridimensional virtual, lo cual no describe el comportamiento de ningún sistema, simplemente transmite la sensación de movimiento de un objeto en la pantalla de un equipo de computo.

La diferencia entre una animación y una simulación radica en que la primera es la manipulación de la realidad a voluntad y la segunda es la interpretación de la realidad mediante valores físicos reales.

Recientes avances en las metodologías de simulación y la gran disponibilidad de software que actualmente existe en el mercado, han hecho que la técnica de simulación sea una de las herramientas más ampliamente usadas en el análisis de sistemas, donde se presentan las siguientes ventajas:

- A través de un estudio de simulación
- Una observación detallada del sistema
- La simulación de sistemas complejos
- La técnica de simulación

Con todo lo anterior encontramos que la simulación juega un papel muy importante en nuestros días, como herramienta de estudio en análisis de sistemas, lo que permite entre otras cosas, la investigación y desarrollo a bajo costo, ofreciendo buenos resultados en distintas áreas donde se utiliza la técnica de simulación (Antonio Benitez, 2012).

CAPITULO 3. Modelo Cinemático.

La cinemática estudia el movimiento del robot con respecto a un sistema de referencia seleccionado. Se realiza el estudio de las relaciones existentes entre la posición y orientación del extremo final y con los valores de las coordenadas articulares.

3.1 Algoritmo Denavit-Hartenberg

Denavit-Hartenberg propusieron en 1955 un método matricial que permite establecer de manera sistemática un sistema de coordenadas (S_i) ligado a cada eslabón i de una

cadena articulada, pudiéndose determinar a continuación las ecuaciones cinemáticas de la cadena completa (Craig, 2006).

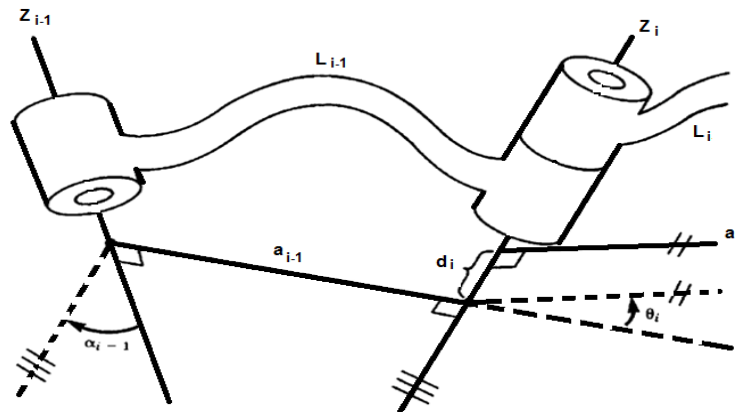


Figura 3.1 Sistema de coordenadas para los parámetros D-H.

En la representación D-H, escogiendo adecuadamente los sistemas de coordenadas asociados para cada eslabón, será posible pasar de uno al siguiente mediante 4 transformaciones básicas que dependen exclusivamente de las características geométricas del eslabón.

Estas transformaciones básicas consisten en una sucesión de rotaciones y traslaciones que permitan relacionar el sistema de referencia del elemento i con el sistema del elemento $i-1$. Las transformaciones en cuestión son las siguientes:

1. Rotación alrededor del eje Z_{i-1} un ángulo θ_i .
2. Traslación a lo largo de Z_{i-1} una distancia d_i ; vector $d_i (0,0, d_i)$.
3. Traslación a lo largo de X_i una distancia a_i ; vector $a_i (0,0, a_i)$.
4. Rotación alrededor del eje X_i , un ángulo α_i .

Dado que el producto de matrices no es conmutativo, las transformaciones se han de realizar en el orden indicado. De este modo se tiene que:

$${}^{i-1}A_i = T(z, \theta_i)T(0,0, d_i)T(a_i, 0,0)T(x, \alpha_i) \quad (5)$$

Y realizando el producto de matrices (Craig, 2006):

$$\begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ S\theta_i C\alpha_{i-1} & C\theta_i C\alpha_{i-1} & -S\alpha_i & -S\alpha_i d_i \\ S\theta_i S\alpha_{i-1} & C\theta_i S\alpha_{i-1} & C\alpha_{i-1} & C\alpha_{i-1} d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

Donde $\theta_i, \alpha_i, a_i, d_i$, son los parámetros D-H del eslabón i . De este modo, basta con identificar los parámetros $\theta_i, \alpha_i, a_i, d_i$, para obtener matrices A y relacionar así todos y cada uno de los eslabones del robot.

Al definir las relaciones cinemáticas de un robot no se suelen considerar los aspectos dinámicos, en la realidad cuando se quiere diseñar un robot existe una relación causa-efecto entre la cinemática y la dinámica. Resulta que al pensar en las dimensiones de un robot, la longitud de un brazo afecta al cuadrado la inercia de los eslabones y por lo tanto el peso del robot y la potencia requerida en los actuadores.

Las relaciones entre eslabones no consecutivos vienen dadas por las matrices T que se obtienen como producto de un conjunto de matrices A. Obtenida la matriz T, esta expresara la orientación (submatriz (3x3) de rotación) y posición (submatriz (3x1) de traslación) del extremo del robot en función de sus coordenadas articulares, con lo que quedara resuelto el problema cinemático directo.

3.1 Modelo cinemático directo.

El esquema de bloques que muestra los sistemas de referencia adyacentes a cada eslabón se puede ver en la figura 7.

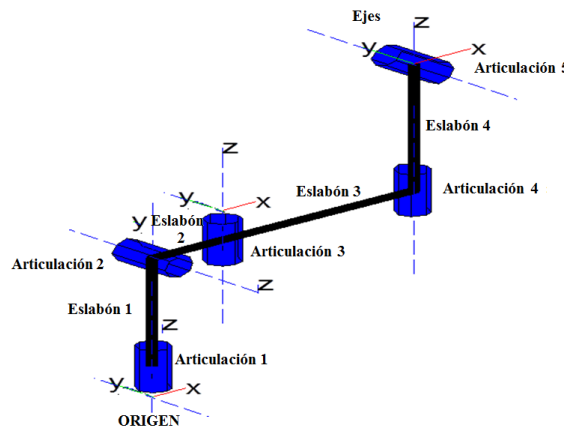


Figura 3.2 Esquema a bloques del robot de 5GDL.

Para la resolución del problema cinemático directo se localiza la referencia fija a la base inmóvil a la cual se le colocara el número 0, después se colocará el 1 al primer eslabón de la cadena cinemática sucesivamente hasta el eslabón n correspondiente al último eslabón.

El paso siguiente es el de situar los ejes z_i sobre eje de articulación $i + 1$, considerando que estos son los ángulos alcanzados por el servomotor que dará movimiento a cada articulación, es fundamental establecer las normales comunes desde el origen que define la articulación hasta el siguiente.

Se determinan las distancias y ángulos recorridos por los ejes para pasar de un eslabón a otro, sucesivamente hasta determinar por completo todas las articulaciones, por esta razón es necesario contemplar las distancias en las que se encuentran los ejes de las respectivas articulaciones.

Los parámetros D-H obtenidos se encuentran resumidos para el robot de 5GDL en la tabla. 1. que es parte del estudio del trabajo de investigación y que será analizado mediante la herramienta computacional de MATLAB.

Tabla 2. Parámetros D-H

Articulación i	Rotación α_{i-1}	Longitud a_{i-1}	Angulo θ_i	Longitud d_1
1	-90°	0	$\theta_1 + 180^\circ$	$l_0 + l_{1y}$
2	90°	l_{1x}	$\theta_2 + 90^\circ$	0
3	0°	l_2	$\theta_3 + 90^\circ$	0
4	90°	0	θ_4	$l_3 + l_4$
5	-90°	0	θ_5	0

Con los parámetros de la tabla 1, se obtienen las matrices de transformación homogénea de cada eslabón:

$${}^0A_1 = T_{(0,0,d)} = \begin{bmatrix} -c\theta_1 & s\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_0 + l_{1y} \\ s\theta_1 & c\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$${}^1A_2 = R_{z(01)}T_{(l_1,0,0)} = \begin{bmatrix} -s\theta_2 & -c\theta_2 & 0 & l_{1x} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ c\theta_2 & -s\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$${}^2A_3 = R_{z(02)}T_{(l_2,0,0)} = \begin{bmatrix} -s\theta_3 & -c\theta_3 & 0 & l_2 \\ c\theta_3 & -s\theta_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$${}^3A_4 = R_{z(03)}T_{(l_3,0,0)} = \begin{bmatrix} c\theta_4 & -s\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -l_3 + l_4 \\ s\theta_4 & c\theta_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$${}^4A_5 = R_{z(04)}T_{(l_4,0,0)} = \begin{bmatrix} c\theta_5 & -s\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -s\theta_5 & -c\theta_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Donde $c = \cos$ y $s = \sen$.

Con las matrices 0A_1 , 1A_2 , 2A_3 , 3A_4 y 4A_5 , se puede obtener la matriz de transformación total del robot manipulador por medio del desarrollo de la siguiente ecuación:

$${}^0A_5 = {}^0A_1 {}^1A_2 {}^2A_3 {}^3A_4 {}^4A_5 \quad (15)$$

$${}^0A_5 = \begin{bmatrix} A_{00} & A_{01} & A_{02} & A_{03} \\ A_{10} & A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{20} & A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{30} & A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix} \quad (16)$$

Donde:

$$A_{00} = c\theta_1 c\theta_4 c\theta_5 c\theta_{23} - s\theta_1 s\theta_4 c\theta_5 - s\theta_5 c\theta_1 s\theta_{23} \quad (17)$$

$$A_{10} = -c\theta_4 c\theta_5 s\theta_{12} - s\theta_5 c\theta_{23} \quad (18)$$

$$A_{20} = s\theta_1 c\theta_4 c\theta_5 c\theta_{23} - c\theta_1 s\theta_4 c\theta_5 + s\theta_1 s\theta_5 s\theta_{23} \quad (19)$$

$$A_{30} = 0 \quad (20)$$

$$A_{01} = -s\theta_5 c\theta_1 c\theta_4 c\theta_{12} - s\theta_1 s\theta_4 s\theta_5 - c\theta_1 c\theta_5 s\theta_{23} \quad (21)$$

$$A_{11} = s\theta_5 c\theta_4 s\theta_{23} - c\theta_5 c\theta_{23} \quad (22)$$

$$A_{21} = s\theta_1 c\theta_4 c\theta_{23} - s\theta_4 s\theta_5 c\theta_1 + s\theta_1 c\theta_5 s\theta_{23} \quad (23)$$

$$A_{31} = 0 \quad (24)$$

$$A_{02} = -s\theta_4 c\theta_1 c\theta_{23} - s\theta_1 c\theta_4 \quad (25)$$

$$A_{12} = s\theta_4 s\theta_{23} \quad (26)$$

$$A_{22} = s\theta_1 s\theta_4 c\theta_{23} - c\theta_1 c\theta_4 \quad (27)$$

$$A_{32} = 0 \quad (28)$$

$$A_{03} = l_3 c\theta_1 s\theta_{23} + l_2 s\theta_2 c\theta_1 - l_1 c\theta_1 \quad (29)$$

$$A_{13} = l_3 c\theta_{23} + l_2 c\theta_2 + l_0 \quad (30)$$

$$A_{23} = -l_3 s\theta_1 s\theta_{23} - l_2 s\theta_1 s\theta_2 + l_1 s\theta_1 \quad (31)$$

$$A_{33} = 1 \quad (32)$$

Comparando el resultado con la matriz:

$$T = \begin{bmatrix} n & o & a & p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (33)$$

Se observa que las coordenadas del efector final estarán dadas por:

$$p_x = l_3 s\theta_2 c\theta_1 c\theta_3 c\theta_5 - l_3 s\theta_5 c\theta_2 c\theta_3 + l_3 s\theta_3 c\theta_1 c\theta_2 c\theta_5 + l_3 s\theta_2 s\theta_3 s\theta_5 + l_2 s\theta_2 c\theta_1 c\theta_5 - l_2 s\theta_5 c\theta_2 - l_1 c\theta_1 c\theta_5 - l_0 s\theta_5 \quad (34)$$

$$p_y = -l_3 s\theta_1 s\theta_2 c\theta_3 - l_3 s\theta_1 s\theta_3 c\theta_2 - l_2 s\theta_1 s\theta_2 + l_1 s\theta_1 \quad (35)$$

$$p_z = -l_3 s\theta_2 s\theta_5 c\theta_1 c\theta_3 - l_3 c\theta_2 c\theta_3 c\theta_5 - l_3 s\theta_3 s\theta_5 c\theta_1 c\theta_2 + l_3 s\theta_2 s\theta_3 c\theta_5 - l_2 s\theta_2 s\theta_5 c\theta_1 - l_2 c\theta_2 c\theta_5 + l_1 s\theta_5 c\theta_1 - l_0 c\theta_5 \quad (36)$$

Donde las ecuaciones anteriores forman la posición del modelo cinemático directo del robot manipulador. Finalmente, la orientación de la pinza con respecto al marco de referencia fijo se expresa con la función arco tangente de dos argumentos descritos como:

$$\tan^{-1} \frac{n_x}{n_y} \quad (37)$$

Así con la expresión anterior queda definida la orientación del efector final y el modelo cinemático directo.

3.2 Modelo cinemático inverso.

La obtención del modelo cinemático inverso nos permite obtener mediante el conocimiento de la posición y orientación deseadas para el efector final el valor que deben tener los ángulos entre los eslabones del mecanismo (K S Fu, 1987).

Para la obtención del modelo cinemático inverso no existe una manera sistemática de obtener una solución, siendo este dependiente de la configuración del robot, para el robot de 5GDL se obtendrá la resolución por métodos geométricos.

Se aplican cálculos geométricos simples al analizar el movimiento en un plano en vez de analizarlo en el espacio, para obtener los valores de los ángulos θ , se van referenciando con los valores definidos en cada una de las figuras correspondientes.

El modelo cinemático inverso consiste en obtener los valores de las coordenadas articulares para llegar a un punto determinado, se aplica el método geométrico en la figura 8, donde se relaciona la primera coordenada articular con el punto destino.

El ángulo θ_1 es calculado desde la proyección de posición del sistema S_0 a S_4 sobre el plano x-z, los puntos en el eje x y el eje z, son fácilmente encontrados a través de la matriz de transformación homogénea obtenida en la cinemática directa.

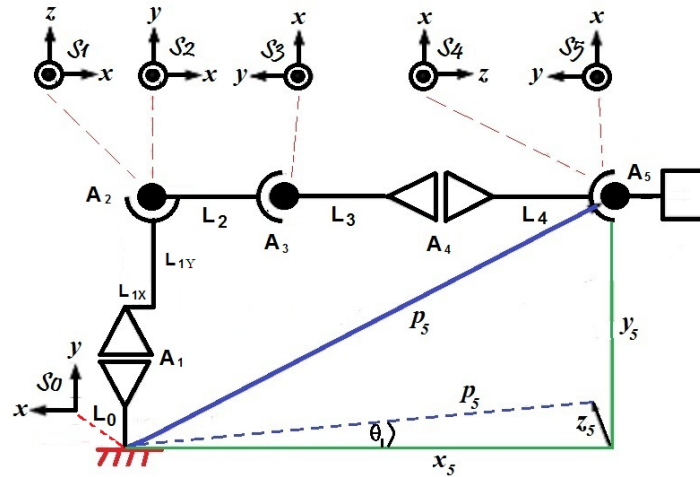
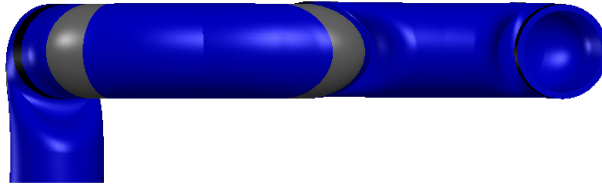


Figura 3.3 Coordenada articular Theta 1

Se analiza sobre el plano x-z en la figura 3.4 la relación del ángulo formado con cada eje coordenado del plano y las funciones trigonométricas.

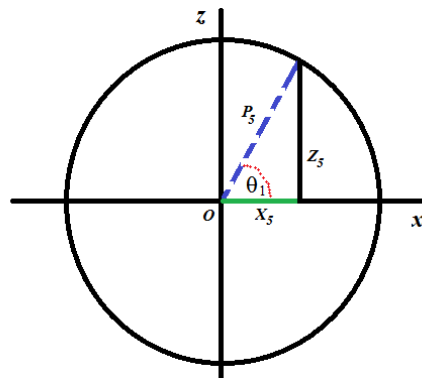


Figura 3.4 Obtención de coordenada articular Theta 1.

Se deduce que:

$$x_5 = \cos \theta_1$$

$$z_5 = \text{sen } \theta_1$$

Por lo tanto:

$$\tan \theta_1 = \frac{\text{sen } \theta_1}{\cos \theta_1} = \frac{z_5}{x_5}$$

Entonces:

$$\theta_1 = \tan^{-1} \frac{z_5}{x_5} = \arctan \frac{z_5}{x_5}$$

Frecuentemente se calculan ángulos en la base que pueden variar sobre un giro completo de 360° , la función \tan^{-1} es una función arco tangente de un argumento, para el intervalo de $-\frac{\pi}{2}$ a $\frac{\pi}{2}$, para lograr evaluar en los 4 cuadrantes se hace uso de la función arco tangente 2, que hace distinción del anterior porque utiliza los signos de los dos argumentos a evaluar en el intervalo de $-\pi$ a π (Sullivan, 2006) .

Con lo anterior se obtienen dos diferentes soluciones para el primer ángulo θ_1 .

$$\theta_1 = \arctan2(-z_5, x_5) \quad (38)$$

$$\theta_1 = \arctan2(-z_5, x_5) + \pi \quad (39)$$

Para encontrar el ángulo θ_3 , se dibuja al robot en la configuración de la figura 3.5, se trazan los vectores \vec{P}_1 , \vec{P}_4 y \vec{P}_5 , y se dibuja la ubicación de los ángulos φ y θ_3 .

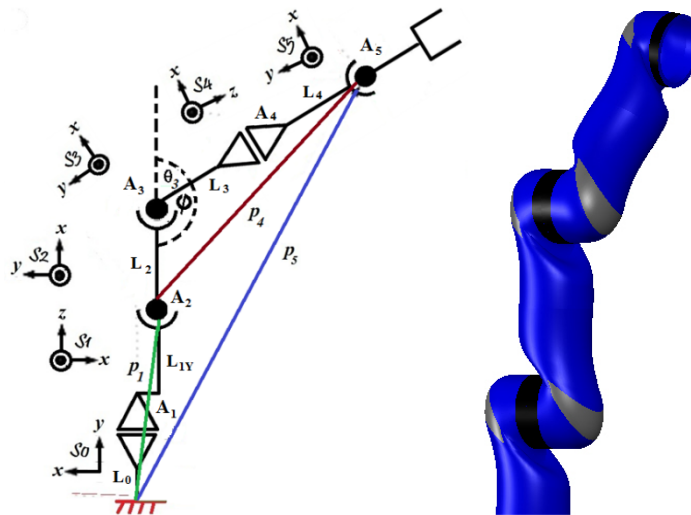


Figura 3.5 Theta 3

Por definición

$$\vec{P}_5 = \vec{P}_4 + \vec{P}_1 \quad (40)$$

Se conocen las coordenadas de \vec{P}_5 en la matriz de transformación homogénea 0A_5 extrayendo el vector de posición, también se conocen las coordenadas de \vec{P}_1 en la matriz de transformación homogénea 0A_1 ubicado en el vector de posición, con lo cual se puede obtener el vector \vec{P}_4 .

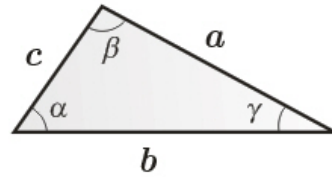
$$\vec{P}_4 = \vec{P}_5 - \vec{P}_1 \quad (40)$$

Geométricamente se forma un triángulo oblicuo y que puede ser resuelto por la ley de cosenos :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$



De esta forma el cuadrado de un lado del triángulo es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados menos el doble de su producto multiplicado por el coseno del ángulo incluido (Sullivan, 2006).

Como se ve en la figura 3.5 la magnitud del vector \vec{P}_4 es el lado mayor y el eslabón dos (L_2) junto con la suma del eslabón 3 y el eslabón 4 ($L_3 + L_4$), son los dos lados menores para establecer la ecuación con la ley de cosenos.

$$|\vec{P}_4|^2 = L_2^2 + (L_3 + L_4)^2 - 2(L_2)(L_3 + L_4) \cos \varphi$$

Se despeja el ángulo φ para encontrar su valor:

$$\varphi = \arccos \left(\frac{l_2^2 + (l_3 + l_4)^2 - |\vec{P}_4|^2}{2l_2(l_3 + l_4)} \right) \quad (41)$$

Se observa en la figura 3.5 que la suma de los ángulos φ y θ_3 es igual a π . Por lo tanto hallando el valor de φ obtenemos los siguientes valores para θ_3 en un intervalo de 0 a 2π que corresponde a los cuatro cuadrantes del plano.

$$\theta_3 = \pi - \varphi \quad (42)$$

$$\theta_3 = \pi + \varphi \quad (43)$$

$$\theta_3 = -(\pi - \varphi) \quad (44)$$

$$\theta_3 = -(\pi + \varphi) \quad (45)$$

Para encontrar el ángulo θ_2 , se dibuja al robot en la configuración de la figura 3.6, se traza el vector \vec{P}_4 y se dibuja la ubicación de los ángulos $\theta_2, \beta_1, \beta_2$. La configuración de la posición del robot es alternativa de tal forma que se facilite el análisis de la figura geométrica.

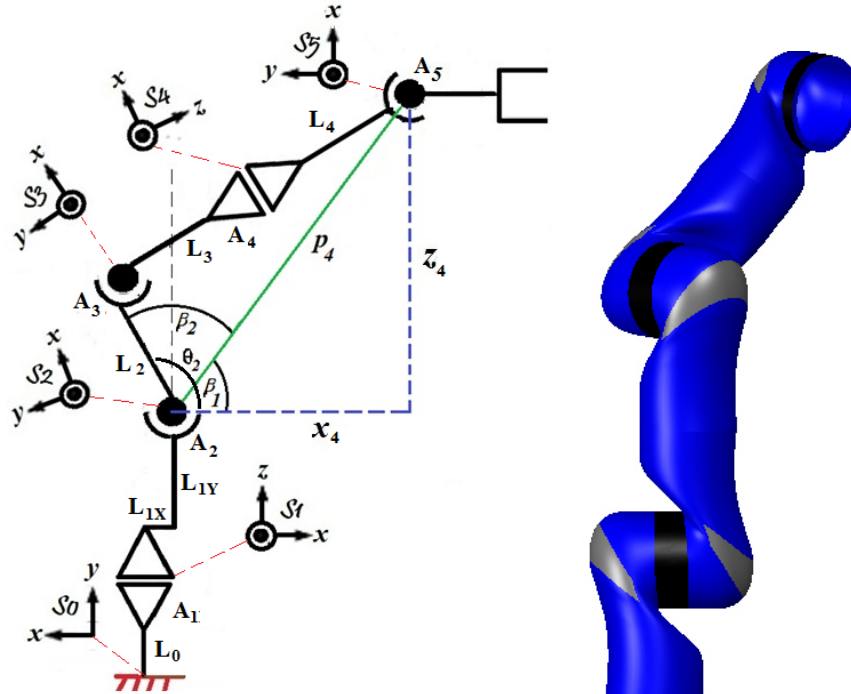


Figura 3.6 Theta 2

Se observa con facilidad que β_1 es encontrada a partir del teorema de Pitágoras, tomando como referencia al sistema S_1 nos ubicamos en el plano x-z y tenemos que el vector \vec{P}_4 esta conformado por sus componentes en el eje x y el eje z. Anteriormente ya se había encontrado las coordenadas del vector \vec{P}_4 , entonces:

$$\tan \beta_1 = \frac{\text{sen } \beta_1}{\text{cos } \beta_1} = \frac{z_4}{x_4}$$

Entonces:

$$\beta_1 = \tan^{-1} \frac{z_4}{x_4} = \arctan \frac{z_4}{x_4}$$

$$\beta_1 = \arctan(z_4, x_4) \quad (46)$$

Para encontrar β_2 hacemos uso nuevamente de la ley de cosenos y obtenemos:

$$(L_3 + L_4)^2 = L_2^2 + |\vec{P}_4|^2 - 2(L_2)|\vec{P}_4|^2 \cos \beta_2$$

Despejamos β_2 para calcular su valor:

$$\beta_2 = \arccos\left(\frac{l_2^2 + |\vec{P}_4|^2 - (l_3 + l_4)^2}{2l_2|\vec{P}_4|}\right) \quad (47)$$

De la figura 3.6 se observa que la suma de los ángulos β_1 y β_2 será igual a θ_2 en un intervalo de 0 a π . Por lo tanto se deducen las ecuaciones para calcular θ_2 .

$$\theta_2 = -(\beta_1 + \beta_2) \quad (48)$$

$$\theta_2 = -(\beta_1 - \beta_2) \quad (49)$$

$$\theta_2 = \beta_1 + \beta_2 \quad (50)$$

$$\theta_2 = \beta_1 - \beta_2 \quad (51)$$

Para calcular el ángulo θ_5 se relaciona la configuración del robot como la mostrada en la figura 3.7.

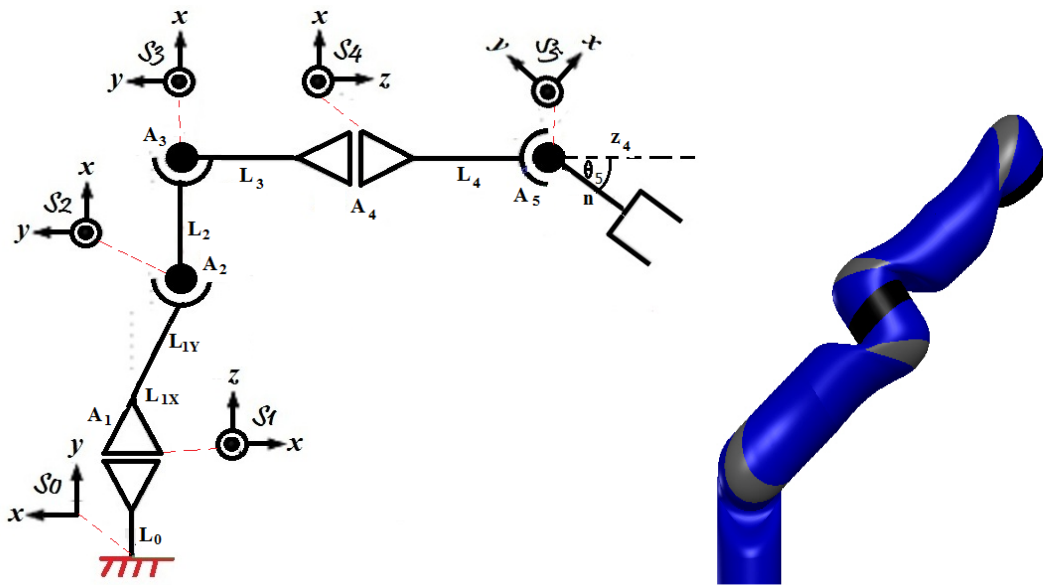


Figura 3.7 Theta 5

Se observa que el ángulo θ_5 está formado por el vector unitario de la normal \vec{n} y el vector unitario \vec{z}_4 , de la definición del producto escalar de dos vectores tenemos que:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| |\vec{v}| \cos \delta$$

Donde \vec{u} y \vec{v} son vectores unitarios, δ es el ángulo formado entre ellos. Para nuestro caso entonces:

$$\vec{n} \cdot \vec{z}_4 = |\vec{n}| |\vec{z}_4| \cos \theta_5$$

Considerando que un vector unitario tiene una magnitud igual a 1, queda la anterior ecuación como:

$$\vec{n} \cdot \vec{z}_4 = \cos \theta_5$$

Por lo tanto se deducen las posibles soluciones para el ángulo θ_5 :

$$\theta_5 = \arccos(\vec{z}_4, \vec{n}) \quad (53)$$

$$\theta_5 = -\arccos(\vec{z}_4, \vec{n}) \quad (54)$$

El ángulo θ_4 afecta al efector final en su orientación mas no en su posición, de lo anteriormente calculado tenemos que

$${}^0R_5 = {}^0R_4 {}^4R_5$$

La matriz de rotación 0R_4 la tenemos calculada en la matriz de transformación homogénea 0A_4 , nos falta calcular 4R_5 de tal forma que:

$${}^4R_5 = ({}^0R_5)^{-1} {}^0R_5 = {}^4R_0 {}^0R_5 \quad (55)$$

Se aplica la regla para una matriz ortogonal siendo la inversa de 0R_4 su transpuesta. Con esto se calculan las matrices de transformación con las soluciones posibles.

$$\theta_4 = \text{atan2}({}^0R_{5y}, {}^0R_{5x}) \quad (56)$$

$$\theta_4 = \text{atan2}({}^0R_{5y}, {}^0R_{5x}) + \pi \quad (57)$$

Donde ${}^0R_{5y}$, ${}^0R_{5x}$ son las componentes de la matriz de rotación en la coordenada x y la coordenada y respectivamente.

CAPITULO 4. DINÁMICA

Resolver las ecuaciones dinámicas de movimiento para el robot no es una tarea simple debido al número de grados de libertad del manipulador y los sistemas no lineales que se generan.

La dinámica estudia el movimiento de los cuerpos debido a fuerzas externas e internas de los mismos que se requieren para generar el movimiento. Para este estudio es indispensable hacer uso de las ecuaciones dinámicas del movimiento.

Con la dinámica de un manipulador se desean resolver dos problemas:

1. Se nos proporciona un punto de trayectoria, $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$ y deseamos encontrar el vector requerido de momentos de torsión de articulación, τ .
2. Se calcula como se moverá el mecanismo bajo la aplicación de un conjunto de momentos de torsión de articulación. Esto es útil para simular el manipulador.

. Una vez conocida la dinámica del robot, se pueden utilizar en las siguientes tareas:

- Simulación del movimiento del robot
- Diseño y evaluación de la estructura mecánica
- Dimensionamiento de los actuadores
- Diseño y evaluación de controladores

Para este trabajo de investigación el estudio de las ecuaciones dinámicas del movimiento nos servirá para el análisis del conjunto de funciones del momento de torsión responsable del movimiento de cada articulación y para la simulación del robot en un entorno virtual por software.

Resulta fundamental que para este análisis se debe tener a disposición las características dinámicas del robot (masa, momentos de inercia y centro de gravedad). Al igual que en el análisis cinemático, existen dos tipos: el inverso y el directo. Siendo los pares para este caso de tipo rotatorios y siempre estarán involucrados el torque, la posición, velocidad y aceleración de cada articulación.

En dinámica se definen las fuerzas generalizadas como:

$$\tau = \left\{ \begin{array}{l} n_i \text{ si la articulación es rotativa} \\ f_i \text{ si la articulación es prismática} \end{array} \right\}$$

donde n_i es un par y f_i es una fuerza, ambos ejercidos por un actuador sobre la articulación. Las ecuaciones de movimiento para un manipulador de N GDL pueden ser descritas por la representación:

$$\tau = M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) \quad (58)$$

donde $q(t) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de coordenadas generalizadas y describe la configuración del manipulador, $\dot{q}(t) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de las velocidades de las articulaciones; $\ddot{q}(t)$ es el vector de aceleraciones de las articulaciones; M es la matriz de inercia o el tensor de inercia del manipulador; C describe los efectos de las fuerzas centrípetas y de Coriolis; G es el vector de fuerza de gravedad; y $\tau(t) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de fuerzas generalizadas asociado con las coordenadas generalizadas $q(t)$

El modelo dinámico de un robot se basa en el equilibrio de fuerzas establecido en la segunda ley de Newton o su equivalente para movimientos de rotación, la ley de Euler

$$\sum F = m\dot{v} \quad (59)$$

$$\sum T = I\dot{\omega} + \omega \times (I\omega) \quad (60)$$

El planteamiento utilizado en el presente trabajo es el de Newton-Euler. Se parte del equilibrio de fuerzas y pares para cada elemento. Se utiliza por poseer un algoritmo recursivo con un orden de complejidad, donde esa complejidad depende directamente del número de grados de libertad. Con este planteamiento se obtienen las fuerzas y los pares actuantes sobre un eslabón i , con referencia a la base del robot.

El algoritmo se basa en operaciones vectoriales, que son más eficientes en comparación a las operaciones matriciales necesarias en la formulación Lagrangiana.

Es importante mencionar que el modelo dinámico directo, determina el comportamiento en el tiempo de las coordenadas articulares del robot en función de las fuerzas y torques aplicadas, y el modelo dinámico inverso, determina explícitamente los torques y fuerzas en función de las coordenadas articulares y sus derivadas.

4.1. Algoritmo iterativo de la dinámica Newton-Euler

El método recursivo de Newton-Euler (RNE), calcula las fuerzas generalizadas requeridas en las uniones para un conjunto de coordenadas, velocidades y aceleraciones generalizadas. La recursión directa propaga información cinemática (como velocidades

angulares, aceleraciones angulares, aceleraciones lineales) desde el marco base (eslabón 0) hasta el efector final. La recursión inversa propaga las fuerzas y los momentos que se encuentran en los eslabones, desde el efector final hasta el marco base.

El algoritmo para el cálculo de los momentos de torsión se realiza en dos partes. Primero se calcula en forma iterativa del vinculo 1 al vinculo 5 las velocidades y aceleraciones; las fuerzas y los momentos de torsión del actuador son calculados en forma recursiva, desde el vinculo 5 hasta el vinculo 1. Las ecuaciones que se muestran son para el caso en que todas las articulaciones son giratorias:

$$i: 0 \rightarrow 5$$

$${}^{i+1}\omega_{i+1} = {}^{i+1}R^i \dot{\omega}_i + \dot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}\hat{Z}_{i+1}$$

$${}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} = {}^{i+1}R^i \ddot{\omega}_i + {}^{i+1}R^i \omega_i \times \dot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}\hat{Z}_{i+1} + \ddot{\theta}_{i+1} {}^{i+1}\hat{Z}_{i+1}$$

$${}^{i+1}\dot{v}_{i+1} = {}^{i+1}R^i (\dot{\omega}_i \times {}^i P_{i+1} + \omega_i \times (\omega_i \times {}^i P_{i+1})) + \dot{v}_i$$

$${}^{i+1}\dot{v}_{c_{i+1}} = {}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} \times {}^{i+1}P_{c_{i+1}} + \omega_{i+1} \times (\omega_{i+1} \times {}^{i+1}P_{c_{i+1}}) + \dot{v}_{i+1}$$

$${}^{i+1}F_{i+1} = m_{i+1} {}^{i+1}\dot{v}_{c_{i+1}}$$

$${}^{i+1}N_{i+1} = {}^{c_{i+1}}I_{i+1} {}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} + \omega_{i+1} \times {}^{c_{i+1}}I_{i+1} \omega_{i+1}$$

$$i: 5 \rightarrow 1$$

$${}^i f_i = {}^{i+1}R^i f_{i+1} + {}^i F_i$$

$${}^i n_i = {}^i N_i + {}^{i+1}R^i n_{i+1} + {}^i P_{c_i} \times {}^i F_i$$

$$\tau_i = {}^i n_i^T {}^i \hat{Z}_i$$

La formulación computacional determina el modelo dinámico inverso fundamentado en la unión de dos iteraciones: las iteraciones hacia delante se realiza transformando las variables cinemáticas desde la base hasta el efector final del robot, mientras que en la iteración hacia atrás se desarrolla en las transformaciones de las fuerzas y momentos del efector final hasta la base.

4.2. Modelo dinámico directo

La simulación es el proceso de diseñar un modelo de un sistema real y llevar a término experiencias con él, con la finalidad de comprender el comportamiento del sistema o evaluar nuevas estrategias para un mejor desempeño del sistema. El objetivo de simular

es entender el movimiento del mecanismo para la predicción del comportamiento del robot sin la necesidad de usar el prototipo físicamente.

Para lograr este objetivo se hace uso del Toolbox de Robótica implementado en MATLAB [CORKE,1996] que fue desarrollado con el fin de trabajar fácilmente con la notación usada en el algoritmo D-H.

Es necesario conocer la matriz de inercias para cada eslabón para simular la dinámica inversa. Las matrices de inercia son propiedades físicas que dependen del diseño mecánico del robot, por el momento se ingresan al modelo valores aproximados para tener una idea del comportamiento dinámico del mismo.

En el entorno de MATLAB se hace uso del comando *link* para definir cada uno de los eslabones con la convención D-H, *drivebot* para imprimir los resultados gráficos de la ubicación del robot permitiendo modificar los valores de las articulaciones y con ello modificar la posición y orientación del efector final.

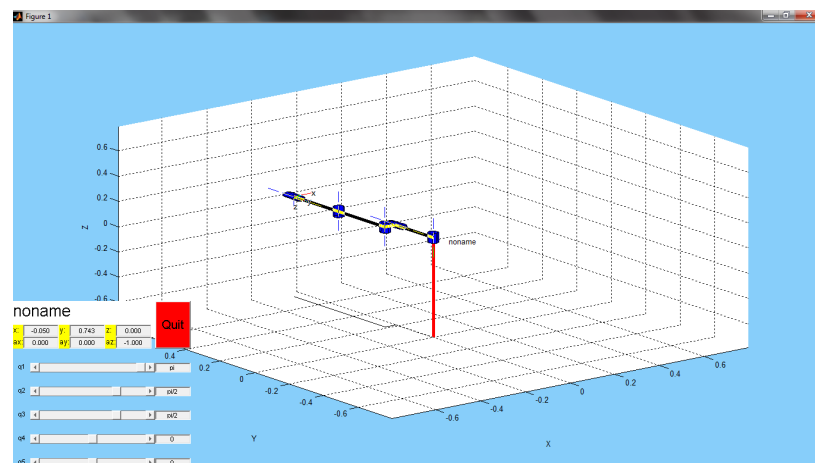


Figura 0-3. Toolbox Robotics

Se revisa la cinemática directa e inversa con los comandos *fkine* e *ikine* demostrando que son los mismos resultados encontrados anteriormente.

```
>> Cinematica_Directa=fkine(r,[pi pi/2 pi/2 0 0])
>> Cinematica_Inversa=ikine(r,Cinematica_Directa,[pi pi/2 pi/2 0 0])

Cinematica_Directa =

    1.0000    0.0000    0.0000   -0.0500
    0.0000   -1.0000    0.0000    0.7430
    0.0000   -0.0000   -1.0000    0.0000
         0         0         0         1.0000

Cinematica_Inversa =

    3.1416    1.5708    1.5708    0.0000    0.0000
```

Se conoce que el sistema es no lineal debido a las funciones trigonométricas existentes entre las coordenadas articulares y la ubicación del robot, tienen una complejidad por la presencia de ángulos múltiples. Se presenta la simulación de una trayectoria de izquierda a derecha tomando para la primera coordenada articular una velocidad constante.

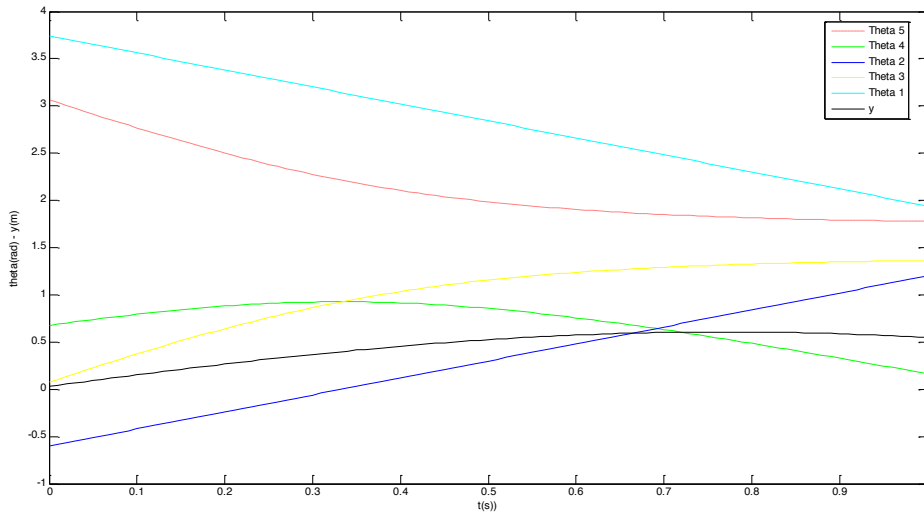


Figura 0-4. Coordenadas articulares.

Ahora con las matrices definidas para el modelo dinámico general del robot, se aplican parámetros dinámicos dimensionales propuestos para la evaluación de la velocidad y aceleración en cada articulación. Se muestra la simulación del movimiento del robot desde el reposo con una fuerza de cero aplicado a las articulaciones

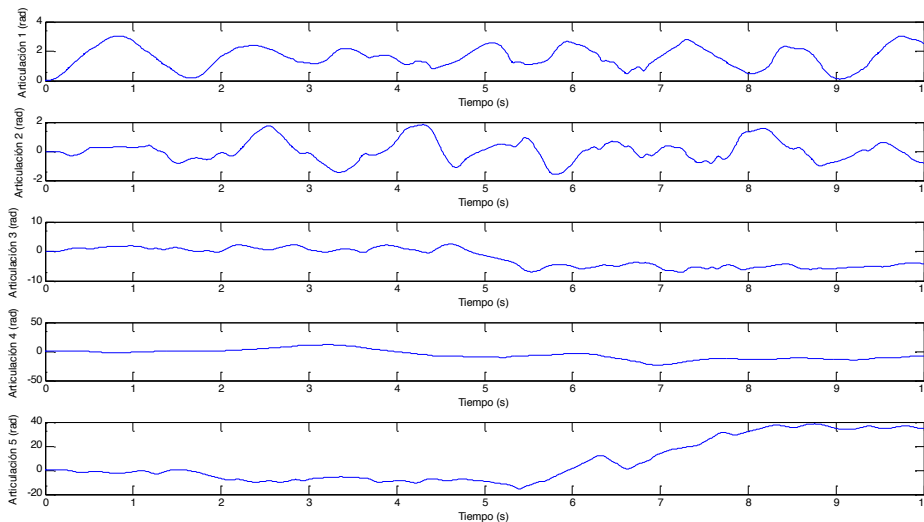


Figura 0-5. Posiciones articulares.

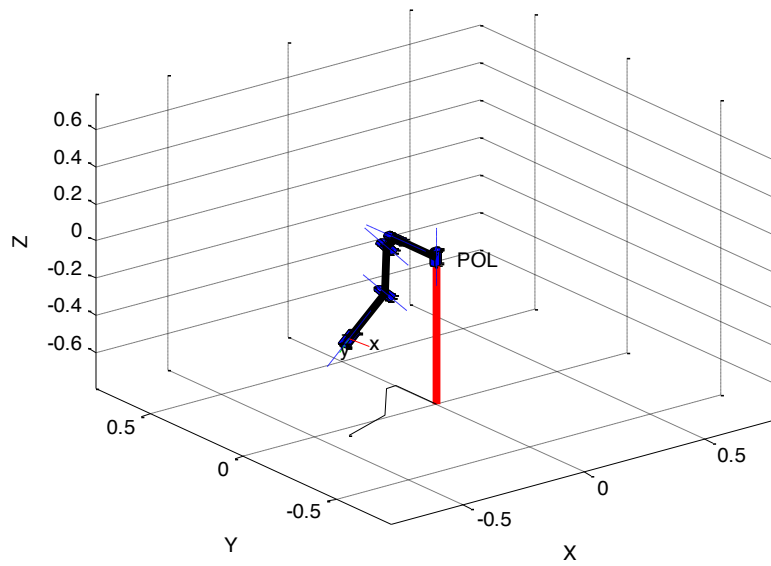


Figura 0-6. Simulación de las posiciones articulares.

A continuación se calcula para cada punto en una trayectoria de coordenadas articulares la velocidad y aceleración obteniéndose:

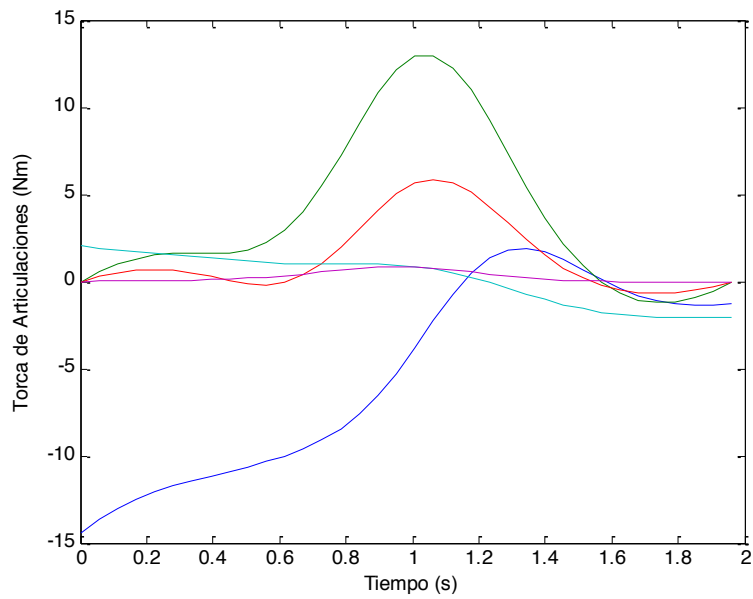


Figura 0-7. Valor de τ

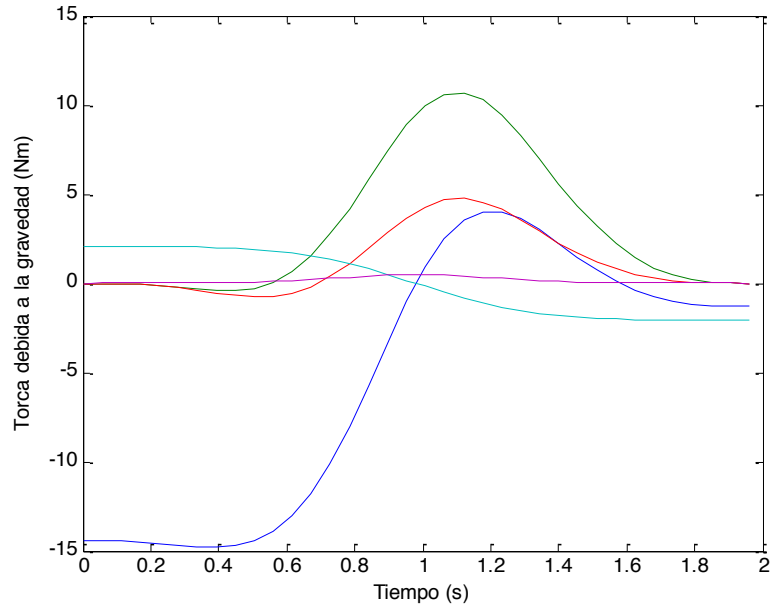


Figura 0-8. Efectos de la gravedad.

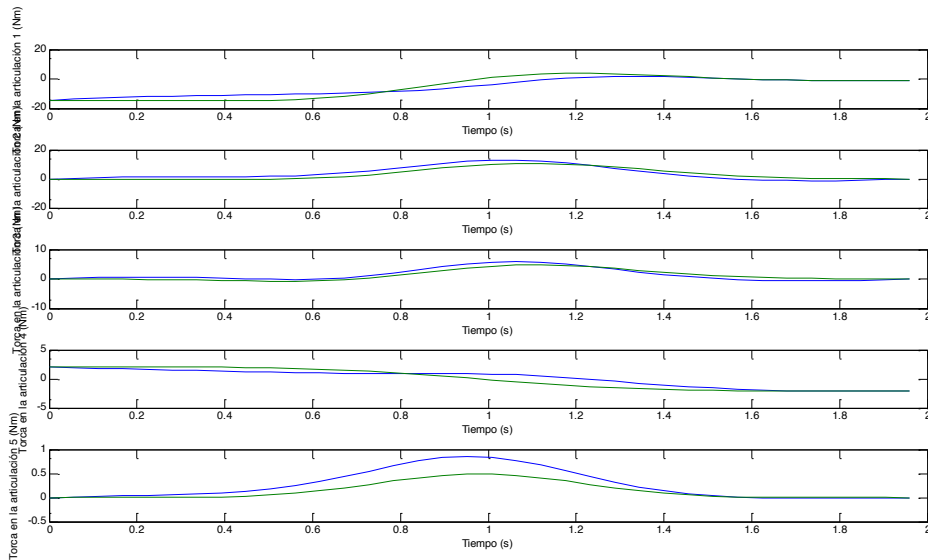


Figura 0-9. Graficas efectos de la gravedad.

4.3. Modelo dinámico inverso

La implementación del algoritmo de Newton-Euler se encuentra expresada en el código del programa 8. Con el código desarrollado se hallan las fuerzas generalizadas que son necesarias para que el sistema se mueva según una trayectoria definida para sus coordenadas generalizadas y es expresado explícitamente en función del tiempo.

CAPITULO 5. DISCUSION DE RESULTADOS

El software utilizado para la simulación es MATLAB donde primero se obtiene la matriz de transformación homogénea. Ver Anexos Programa 1.

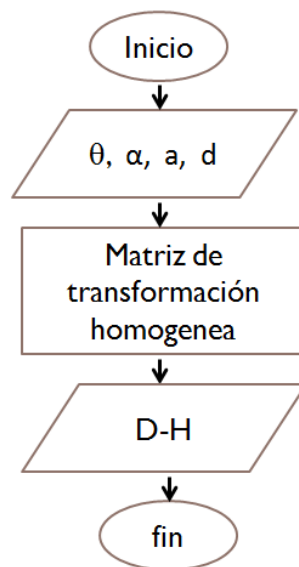


Figura 0-10. Matriz de transformación.

Una vez obtenida la matriz de transformación para cada articulación se obtiene la final para resolver la cinemática directa, encontrando el punto (x,y,z) . Ver Anexos Programa 2.

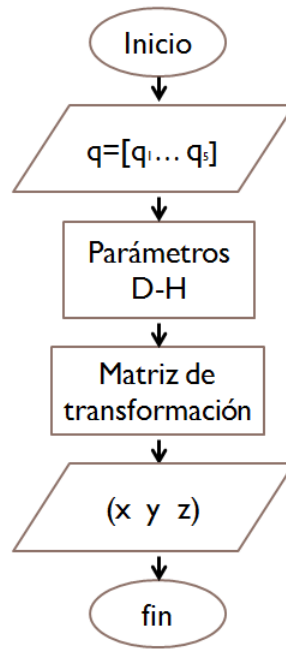


Figura 0-11. Cinemática directa.

Se grafican los resultados en tres dimensiones para una inspección visual de los resultados. Ver Anexos Programa 3.

L0+L1y: 215 cm Theta 1: 0°

L1x: 50 cm Theta 2: 0°

L2: 270 cm Theta 3: 0°

L3+L4: 258 cm Theta 4: 0°

Theta 5: 0°

Posicion_final_X_Y_Z =

-0.0500 0.7430 0.0000

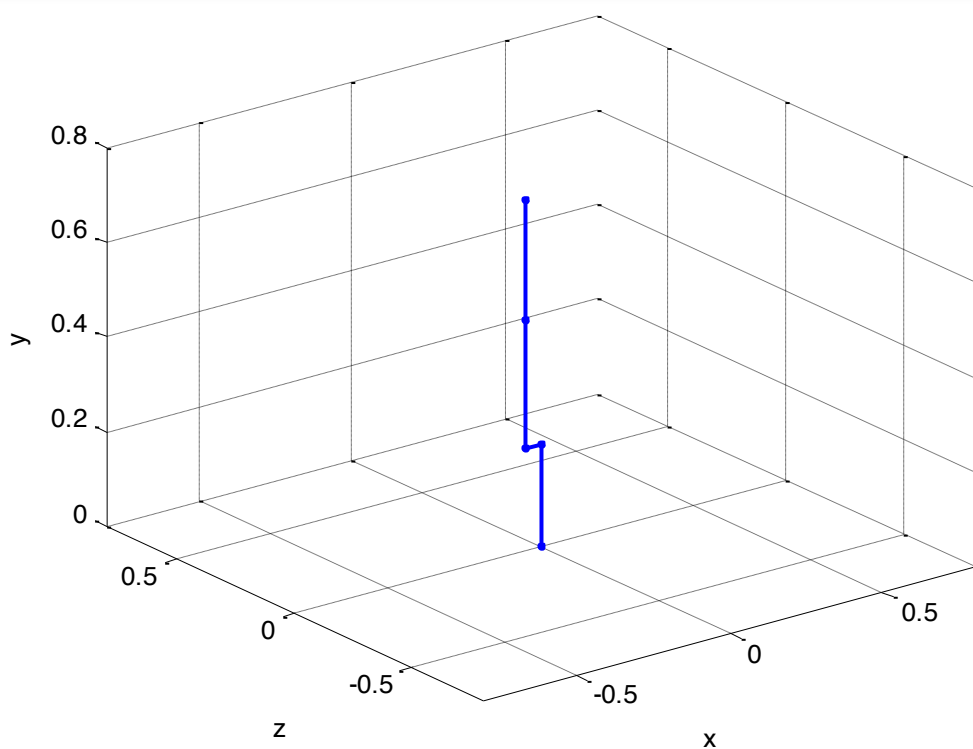


Figura 0-12. Posición Home con cinemática directa.

L0+L1Y: 215

Theta 1: 22.5°

L1X: 50

Theta 2: 39°

L2: 270

Theta 3: 17.3°

L3+L4: 258

Theta 4: 31°

Theta 5: 8.6°

Posicion_final_X_Y_Z =

0.3097 0.5672 -0.1285

T =

0.1212 -0.7969 -0.5918 0.3097

-0.7888 -0.4393 0.4300 0.5672

-0.6026 0.4147 -0.6818 -0.1285

0 0 0 1.0000

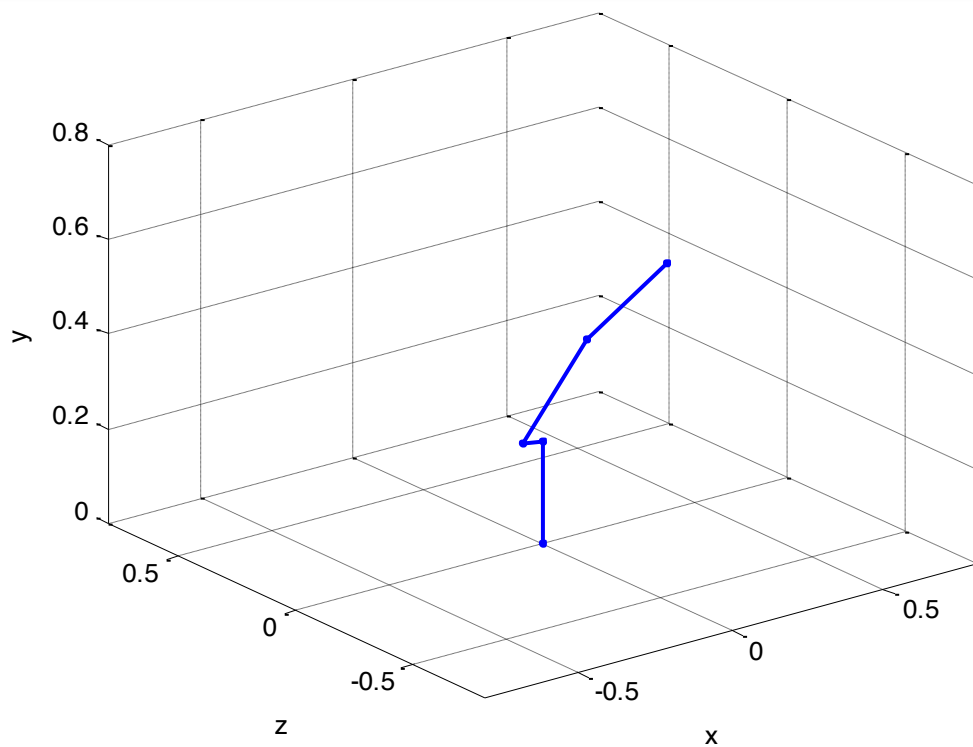


Figura 0-13. Posición articular deseada con cinemática directa.

Si ahora queremos saber las coordenadas articulares que adoptara el manipulador (Ver

```
>> T=[0.1212 -0.7969 -0.5918 0.3097;  
-0.7888 -0.4393 0.4300 0.5672;  
-0.6026 0.4147 -0.6818 -0.1285;  
0 0 0 1];  
  
>> cineinv(T)  
  
0.3933  
0.6830  
0.3015  
0.5407  
0.1514  
Theta 1: 22.5° Theta 2: 39° Theta 3:
```

Anexos Programa 4.) tenemos que:

Para observar que el robot sigue una trayectoria rectilínea con ayuda de la solución de la cinemática directa e inversa tenemos que generar un vector de soluciones para 100 puntos conformando la trayectoria a seguir (Ver Anexos Programa 5.).

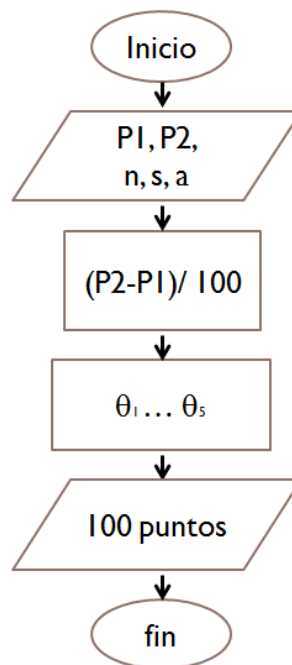


Figura 0-14. Algoritmo de generación de la trayectoria.

```

>> p1=[0.3097 0.5672 -0.1285]';
>> p2=[0.3290 0.5672 -0.0644]';
>> n=[.2387 -0.7890 -0.5662]';
>> s=[-.8634 -0.4393 0.2481]';
>> a=[-.4444 0.4296 -0.7861]';
>> mat_q=cinetray(p1,p2,n,s,a,100);

```

Una vez que se tienen los 100 puntos de solución se realiza una simulación del movimiento del robot y se dibuja la trayectoria de inicio a fin que deberá seguir. Ver Anexos Programa 6

```

>> animacine(mat_q)
>> hold on
>> plot3([p1(1) p2(1)],-[p1(3) p2(3)],[p1(2) p2(2)])

```

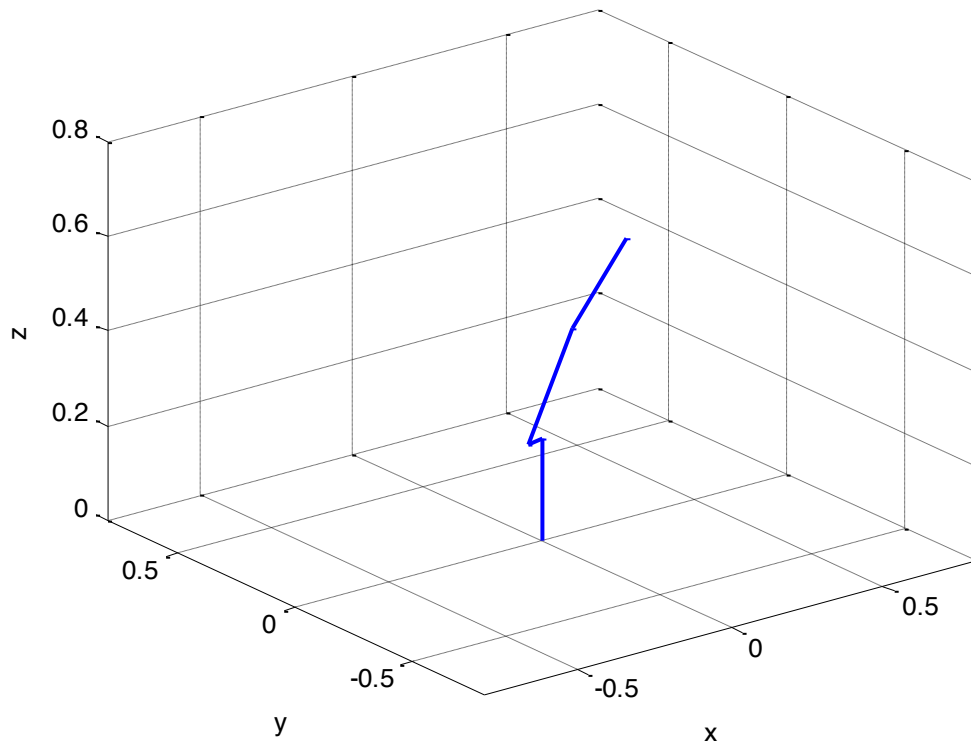


Figura 0-15. Punto inicial de la trayectoria.

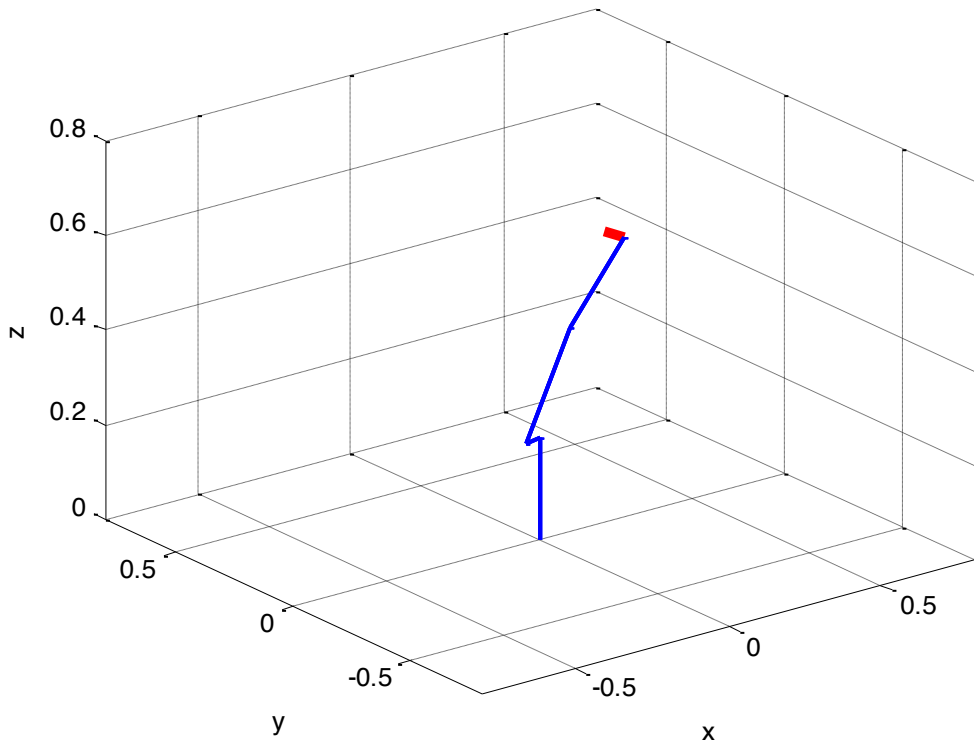


Figura 0-16. Punto final de la trayectoria.

Hasta el momento se ha simulado la cinemática del robot de 5 GDL, enseguida se simula la dinámica con parámetros dinámicos propuestos que serán utilizados para la evaluación de las ecuaciones dinámicas del movimiento hasta ahora generado.

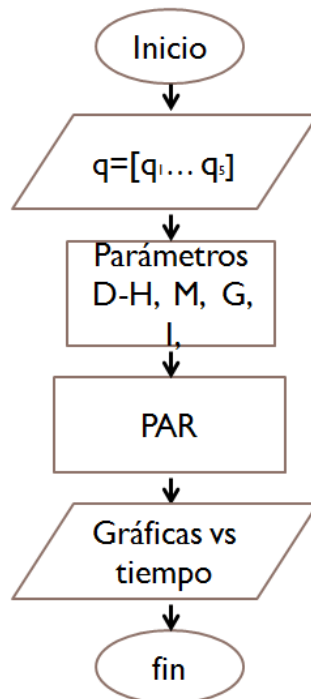


Figura 0-17. Algoritmo de simulación de la dinámica.

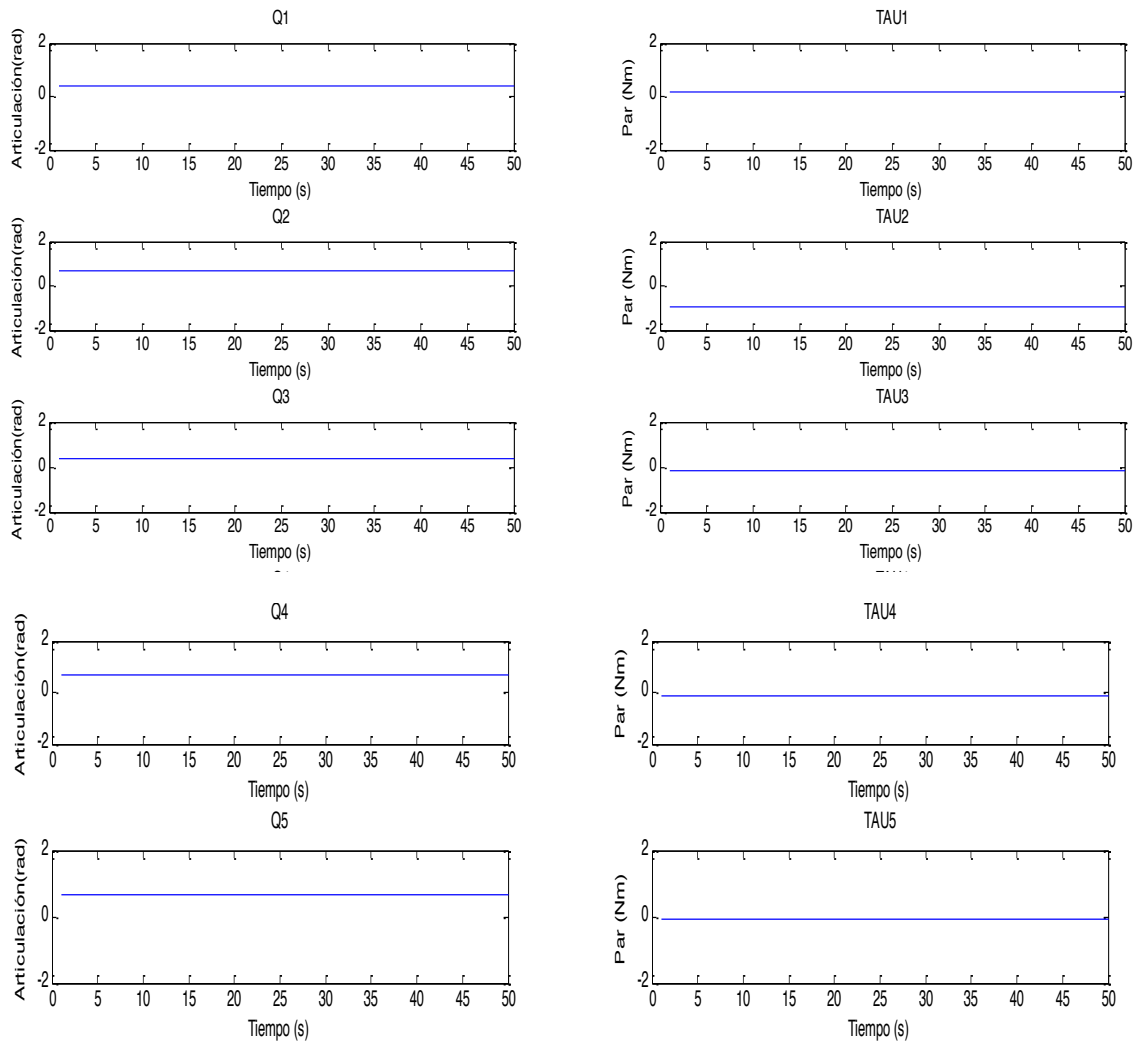


Figura 0-18. Pares generados.

CAPITULO 6. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha elaborado las implementaciones en MATLAB para trabajar las ecuaciones de movimiento de un robot articular de 5 grados de libertad como proyecto a un proyecto multidisciplinario de diseño de una celda robótica.

El resultado de la modelación matemática sirve para definir los parámetros para lograr que el robot cumpla con el comportamiento deseado ya que se obtiene la información del torque requerido en los motores, que sirve a su vez como una señal de referencia.

El método aplicado en la obtención del modelo matemático está basado en los algoritmos de Denavit -Hartenberg y de Newton-Euler, estos métodos permiten que MATLAB pueda ser utilizado para simulaciones de movimiento del robot.

El desarrollo computacional facilita el estudio de los cuerpos rígidos, aplicado en este caso a la robótica, y así poder evaluar las características dinámicas en el mecanismo.

El uso de matlab para realizar los cálculos es eficiente aunque el entorno poco amigable hace no atractivo el programa porque trabaja con líneas de comandos, en una versión mejorada se sugiere llevar el programa a un entorno con lenguaje C.

El eje que contiene mayor torque es el 1 debido al peso que debe mover, y se deden considerar una velocidad y aceleración adecuadas para realizar el movimiento.

REFERENCIAS

- Antonio Benitez, I. H. (2012). PUMA 560: Robot Prototype with Graphic Simulation Environment. *Advances in Mechanical Engineering* , 2, No. 1, 444.
- Baturone, A. O. (2006). *Robótica: manipuladores y robots móviles*. Marcombo.
- Bruno Siciliano, L. S. (2011). *Robotics: Modelling, Planning and Control*. Springer.
- Charles P. Neuman, J. J. (1987). The complete Dynamic model and Customized Algorithms of Puma Robot. *IEEE Transactions on Systems, man, and Cybernetics* . , smc-17 No. 4, 635-644.
- Cortes, F. R. (2011). *Robótica - Control de robots manipuladores*. Mexico: Alfaomega.
- Craig, J. J. (2006). *Robótica*. Pearson Education.
- Cruz, L. E. (2011). *Desarrollo de una arquitectura abierta para el control de movimiento de un robot articulado 5R*. Puebla: Universidad Politecnica de Puebla.
- DLR. (1 de Enero de 2012). *DLR Robotik und Mechatronik Zentrum*. Recuperado el 24 de Enero de 2012, de DLR.de: <http://www.dlr.de/rm/desktopdefault.aspx/tabid-8016/>
- K S Fu, R. G. (1987). *Robotics: Control, Sensing, Vision and Intelligent*. USA: McGraw-Hill.
- KUKA-DLR. (1 de Enero de 2012). *KUKA Arm Tutorial 2*. Recuperado el 4 de Junio de 2012, de kuka-robotics: http://www.kuka-robotics.com/en/products/software/educational_framework/arm_tutorials/PS_Content_Arm2.htm
- Li, C. J. (1988). A new method of Dynamics for Robot Manipulators. *IEEE Transactions on Systems, man, and Cybernetics* , 18 No. 1, 105-114.
- Pradeep K. Khosla, S. R. (1987). A comparative analysis of the hardware requeriments for the Lagrange-Euler and Newton-Euler Dynamics Formulations. *IEEE CH2555* , 291-296.
- Rafael Kelly, V. S. (2003). *Control de movimiento de robots manipuladores*. Prentice Hall.
- Rafael M Iñigo, J. S. (1991). Simulation of the Dynamics of an Industrial Robot. *IEEE Transactions on Education* , 34. No.1., 89-99.
- Rainer Bischoff, J. K.-S. (2010). The KUKA-DLR Lightweight Robot arm - a new reference platform fro robotics research and manufacturing. *VDE VERLAG GMBH* , 741-748.
- RIA. (1 de Enero de 2008). *ROBOTICS ONLINE*. Recuperado el 12 de Febrero de 2012, de robotics.org: <http://www.robotics.org/product-catalog-detail.cfm?productid=2953>
- ROBOTICS, K. (24 de Enero de 2012). *KUKA Industrial Robots*. Recuperado el 24 de Enero de 2012, de kuka-robotics: <http://www.kuka-robotics.com/en/company/>

TekkotsuRobotics (Dirección). (2009). *Denavit-Hartenberg Reference Frame Layout* [Película].

ANEXOS

Programa 1. Matriz de transformación homogénea.

function dh=denavit(teta, d, a, alfa)

```
dh=[cos(teta)      -sin(teta)      0      a      ;  
    sin(teta)cos(alfa)  cos(teta)cos(alfa) -sin(alfa) -dsin(alfa);  
    sin(teta)sin(alfa)  cos(teta)sin(alfa)  cos(alfa)  dcos(alfa);  
      0              0              0              1      ];
```

Programa 2. Implementación de la solución para la cinemática directa

```
function A05 = cinedir(q)

% Parámetros Denavit-Hartenberg del robot
teta = [q(1)+pi q(2)+pi/2 q(3)+pi/2 q(4) q(5) ];
d = [.215 0 0 .258 0 ];
a = [0 .050 .270 0 0 ];
alfa = [-pi/2 pi/2 0 pi/2 -pi/2 ];

% Matrices de transformación homogénea entre sistemas de coordenadas consecutivos
A01 = denavit(teta(1), d(1), a(1), alfa(1));
A12 = denavit(teta(2), d(2), a(2), alfa(2));
A23 = denavit(teta(3), d(3), a(3), alfa(3));
A34 = denavit(teta(4), d(4), a(4), alfa(4));
A45 = denavit(teta(5), d(5), a(5), alfa(5));

% Matriz de transformación del primer al último sistema de coordenadas
A01;
A02=A01 A12;
A03=A01 A12 A23;
A04=A01 A12 A23 A34;
A05 = A01 A12 A23 A34 A45;

% Posición cartesiana del efector final
Posicion_final_X_Y_Z = [A05(1,4) A05(2,4) A05(3,4)]

% Matriz de rotación del penúltimo al último
A04R =A04(1:3,1:3);
A04RT=A04R';
A05R =A05(1:3,1:3);
A45R =A04RTA05R;
A45T =A04'A05;

% Ángulo teta dos posibilidades
atan2(A45R(2,3),A45R(1,3));
atan2(A45R(2,3),A45R(1,3))+pi;
p14=A05(1:3,3)-A02(1:3,3);

% Ángulo de orientación
raiz1=sqrt(A05(1,1)A05(1,1)+A05(2,1)A05(2,1));
pitch=atan2(-A05(3,1),raiz1);
if pitch==pi/2
    roll=0;
    yaw=atan2(A05(1,2),A05(2,2));
else
    if pitch==-pi/2
        roll=0;
        yaw=-atan2(A05(1,2),A05(2,2));
    else
        roll=atan2(A05(3,2),A05(3,3));
        yaw=atan2(A05(2,1),A05(1,1));
    end
end
end
% Ángulo de orientación del efector final
orientacion=[pitch roll yaw];
```

Programa 3. Implementación de la solución gráfica del modelo cinemático directo

```
function robot3d(q)

% Parámetros Denavit-Hartenberg del robot
teta = [q(1)+pi q(2)+pi/2 q(3)+pi/2 q(4) q(5) ];
d = [.215 0 0 .258 0 ];
a = [0 .050 .270 0 0 ];
alfa = [-pi/2 pi/2 0 pi/2 -pi/2 ];

% Matrices de transformación homogénea entre sistemas de coordenadas consecutivos
A01 = denavit(teta(1), d(1), a(1), alfa(1));
A12 = denavit(teta(2), d(2), a(2), alfa(2));
A23 = denavit(teta(3), d(3), a(3), alfa(3));
A34 = denavit(teta(4), d(4), a(4), alfa(4));
A45 = denavit(teta(5), d(5), a(5), alfa(5));

% Matrices de transformación del primer sistema al correspondiente
A02 = A01 A12;
A03 = A02 A23;
A04 = A03 A34;
A05 = A04 A45;

% Vector de posición (x, y, z) de cada sistema de coordenadas
x0 = 0; y0 = 0; z0 = 0;
x1 = A01(1,4); y1 = A01(2,4); z1 = A01(3,4);
x2 = A02(1,4); y2 = A02(2,4); z2 = A02(3,4);
x3 = A03(1,4); y3 = A03(2,4); z3 = A03(3,4);
x4 = A04(1,4); y4 = A04(2,4); z4 = A04(3,4);
x5 = A05(1,4); y5 = A05(2,4); z5 = A05(3,4);

% Se dibuja el robot
x = [x0 x1 x2 x3 x4 x5];
z = [z0 z1 z2 z3 z4 z5];
y = [y0 y1 y2 y3 y4 y5];

plot3(x,z,y,'-','LineWidth',1.5);

xlabel('x');
ylabel('y');
zlabel('z');

% Se coloca una rejilla a los ejes
grid;
rotate3d;

% Se establecen los límites de los ejes
axis([-0.8 0.8 -0.8 0.8 0 0.8]);
```


Programa 4. Implementación de la solución para la cinemática inversa

```
function q = cineinv(T)

% Inicialización de las variables articulares a calcular
q(1) = 0;
q(2) = 0;
q(3) = 0;
q(4) = 0;
q(5) = 0;

% Parámetros Denavit-Hartenberg del robot
d = [.215  0  0  .258  0 ];
a = [0  .050  .270  0  0 ];
alfa = [-pi/2  pi/2  0  pi/2  -pi/2 ];

% Posición de la mano del manipulador
p = T(1:3,4);

% Solución de la primera articulación: q1
p04k0(1)=p(1);
p04k0(2)=p(2);
p04k0(3)=p(3);
p04k0(4)=1;

q1 = (atan2(-p04k0(3),p04k0(1) ));
q1a = atan2(-p04k0(3),p04k0(1))+pi;

% Solución de la tercera articulación: q3
T02 = denavit(q1+pi, d(1), a(1), alfa(1));
T12 = denavit(pi/2, d(2), a(2), alfa(2));
T01=T02T12;

p14k0(1)=p04k0(1)-T01(1,4);
p14k0(2)=p04k0(2)-T01(2,4);
p14k0(3)=p04k0(3)-T01(3,4);
p14k0(4)=1;

p14BetQuad=p14k0(1)p14k0(1)+p14k0(2)p14k0(2)+p14k0(3)p14k0(3);
help3=(a(3)a(3)+d(4)d(4)-p14BetQuad)/(2abs(a(3))abs(d(4)));
phi=acos(help3);

q3=pi-phi;
q3a=-q3;
q3b=pi+phi;
q3c=-q3b;

% Solución de la segunda articulación: q2
T02(1:3,4)=0;
T11=T02;
T10=T11';
T10(1:3,3);
```

```

p14k1=T10p14k0';

help2=(a(1,3)a(1,3)+p14BetQuad-d(1,4)d(1,4))/(2abs(a(1,3))sqrtm(p14BetQuad));
beta1=atan2(p14k1(1),p14k1(3));
beta2=acos(help2);

q2=-(beta1+beta2);
q2b=-(beta1-beta2);
q2c=-q2;
q2d=-q2b;

% Solución de la quinta articulación: q5
A0_4a = [q1+pi q2+pi/2    q3+pi/2    0  ];
A0_4b = [pi q2+pi/2  q3+pi/2  q3b];

% Matrices de transformación homogénea entre sistemas de coordenadas consecutivos
A01_4S1 = denavit(A0_4a(1), d(1), a(1), alfa(1));
A12_4S1 = denavit(A0_4a(2), d(2), a(2), alfa(2));
A23_4S1 = denavit(A0_4a(3), d(3), a(3), alfa(3));
A34_4S1 = denavit(A0_4a(4), d(4), a(4), alfa(4));
A04_4S1 = A01_4S1A12_4S1A23_4S1A34_4S1;

A04_4S1R=A04_4S1(1:3,1:3);
A04_4S1RT=A04_4S1R';
T05=T(1:3,1:3);
A45R=A04_4S1RTT05;

help5S1=abs(A45R(3,2));
q5=acos(help5S1);

A01_4S2 = denavit(A0_4b(1), d(1), a(1), alfa(1));
A12_4S2 = denavit(A0_4b(2), d(2), a(2), alfa(2));
A23_4S2 = denavit(A0_4b(3), d(3), a(3), alfa(3));
A34_4S2 = denavit(A0_4b(4), d(4), a(4), alfa(4));

% Solución de la cuarta articulación: q4
q4=atan2(abs(A45R(2,2)),abs(A45R(1,2)))+pi;

% Vector de coordenadas articulares
q = [q1 q2 q3 q4 q5]';

```

Programa 5. Implementación de la solución gráfica para una trayectoria

```
function mat_q = cinetray(p1, p2, n, s, a, npuntos)

% Cálculo del vector unitario
u = p2-p1;
mu = sqrt(u(1)^2+u(2)^2+u(3)^2);
u = (1/mu)u;

% Cálculo de la distancia entre puntos
d = mu/(npuntos+1);
for i=0:(npuntos+1)

% Cálculo de la posición cartesiana actual de la mano del manipulador
p = p1+(i*d)u;
T = [n s a p];

% Cálculo de las coordenadas articulares
q = cineinv(T);
mat_q(:,i+1) = q;
end
```

Programa 6. Implementación de la simulación gráfica

```
function animacine(mat_q)

% Parámetros Denavit-Hartenberg del robot
d = [.215  0      0      .258  0 ];
a = [0     .050   .270   0     0];
alfa = [-pi/2 pi/2    0     pi/2  -pi/2 ];

% Vector de posición (x, y, z) del sistema de coordenadas de referencia
x0 = 0; y0 = 0; z0 = 0;

% Se dibuja el sistema de coordenadas de referencia.
p = plot3(x0,z0,y0,'EraseMode','xor','LineWidth',2);

% Se asigna una rejilla a los ejes
grid;

% Se establecen los límites de los ejes
axis([-0.8 0.8 -0.8 0.8 0 0.8]);

% Mantiene el gráfico actual
hold on;

% Número de columnas de la matriz
n = size(mat_q,2);

% Se dibuja la disposición del robot correspondiente a cada columna
for i=1:n

% Variables articulares del brazo robot
teta(1) = mat_q(1,i)+pi;
teta(2) = mat_q(2,i)+pi/2;
teta(3) = mat_q(3,i)+pi/2;
teta(4) = mat_q(4,i);
teta(5) = mat_q(5,i);

% Matrices de transformación homogénea entre sistemas de coordenadas consecutivos
A01 = denavit(teta(1), d(1), a(1), alfa(1));
A12 = denavit(teta(2), d(2), a(2), alfa(2));
A23 = denavit(teta(3), d(3), a(3), alfa(3));
A34 = denavit(teta(4), d(4), a(4), alfa(4));
A45 = denavit(teta(5), d(5), a(5), alfa(5));

% Matrices de transformación del primer sistema al correspondiente
A02 = A01 A12;
A03 = A02 A23;
A04 = A03 A34;
A05 = A04 A45;

% Vector de posición (x, y, z) de cada sistema de coordenadas
x1 = A01(1,4); y1 = A01(2,4); z1 = A01(3,4);
x2 = A02(1,4); y2 = A02(2,4); z2 = A02(3,4);
```

```
x3 = A03(1,4); y3 = A03(2,4); z3 = A03(3,4);  
x4 = A04(1,4); y4 = A04(2,4); z4 = A04(3,4);  
x5 = A05(1,4); y5 = A05(2,4); z5 = A05(3,4);
```

```
% Se dibuja el robot
```

```
x = [x0 x1 x2 x3 x4 x5];
```

```
y = [y0 y1 y2 y3 y4 y5];
```

```
z = [z0 z1 z2 z3 z4 z5];
```

```
set(p,'XData',x,'YData',-z,'ZData',y)
```

```
xlabel('x');
```

```
ylabel('y');
```

```
zlabel('z');
```

```
% Se fuerza a MATLAB a actualizar la pantalla
```

```
drawnow;
```

```
end
```

Programa 7. Implementación de la solución de la dinámica directa

```
clear L

q1=0;
q2=0;
q3=0;
q4=0;
q5=0;

L{1}=link([-pi/2 0 q1+pi 0.215 0],'modified');
L{2}=link([pi/2 0.05 q2+pi/2 0 0],'modified');
L{3}=link([0 0.27 q3+pi/2 0 0],'modified');
L{4}=link([pi/2 0 q4 0.258 0],'modified');
L{5}=link([-pi/2 0 q5 0 0],'modified');

%Masa de cada eslabon
L{1}.m=1;
L{2}.m=1;
L{3}.m=1;
L{4}.m=1;
L{5}.m=0.5;

%Centro de gravedad
L{1}.r=[0.1 0 0];
L{2}.r=[0.115 0 0];
L{3}.r=[0.2 0 0];
L{4}.r=[0.158 0 0];
L{5}.r=[0.1 0 0];

%Vector que representa la matriz inercia
L{1}.I=[0 0 0 0 0];
L{2}.I=[0 0 0 0 0];
L{3}.I=[0 0 0 0 0];
L{4}.I=[0 0 0 0 0];
L{5}.I=[0 0 0 0 0];

%Inercia de cada motor
L{1}.Jm=0;
L{2}.Jm=0;
L{3}.Jm=0;
L{4}.Jm=0;
L{5}.Jm=0;

%Relacion de engranes
L{1}.G=1;
L{2}.G=1;
L{3}.G=1;
L{4}.G=1;
L{5}.G=1;

%Friccion viscosa
L{1}.B=0;
```

```

L{2}.B=0;
L{3}.B=0;
L{4}.B=0;
L{5}.B=0;

%Friccion de coulomb
L{1}.Tc=0;
L{2}.Tc=0;
L{3}.Tc=0;
L{4}.Tc=0;
L{5}.Tc=0;

qz=[0 0 0 0 0];
qr=[pi pi/2 pi/2 0 0];
pol=robot(L,'POL','UDB','parametros');

clear L
pol.name='POL';
pol.manuf='UDB';

tau=rne(pol,[0 1 1 1 1],[5 5 5 5 5],[1 1 1 1 1])

accel(pol, [0 1 1 1 1], [5 5 5 5 5], [5 12 23 15 13])
tic, [t q qd] = fdyn(nofriction(pol), 0, 10); toc
subplot(5,1,1)
plot(t,q(:,1))
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Articulación 1 (rad)')
subplot(5,1,2)
plot(t,q(:,2))
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Articulación 1 (rad)')
ylabel('Articulación 2 (rad)')
subplot(5,1,3)
plot(t,q(:,3))
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Articulación 3 (rad)')
subplot(5,1,4)
plot(t,q(:,4))
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Articulación 4 (rad)')
subplot(5,1,5)
plot(t,q(:,5))
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Articulación 5 (rad)')
clf
plot(pol,q)

t = [0:.056:2];
[q,qd,qdd] = jtraj(qz, qr, t);
tau = rne(pol, q, qd, qdd);
plot(t, tau(:,1:5))
xlabel('Tiempo (s)');

```

```

ylabel('Torca de Articulaciones (Nm)')
taug = gravload(pol, q);
plot(t, taug(:,1:5))
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Torca debida a la gravedad (Nm)')
subplot(5,1,1)
plot(t,[tau(:,1) taug(:,1)])
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Torca en la articulación 1 (Nm)')
subplot(5,1,2)
plot(t,[tau(:,2) taug(:,2)])
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Torca en la articulación 2 (Nm)')
subplot(5,1,3)
plot(t,[tau(:,3) taug(:,3)])
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Torca en la articulación 3 (Nm)')
subplot(5,1,4)
plot(t,[tau(:,4) taug(:,4)])
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Torca en la articulación 4 (Nm)')
subplot(5,1,5)
plot(t,[tau(:,5) taug(:,5)])
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Torca en la articulación 5 (Nm)')

```


Programa 8. Implementación de la solución de la dinámica inversa por newton euler

```
%
%   ALGORITMO DE DENAVIT-HARTENBERG + DINAMICA NEWTON EULER
%

clear all
clc

%DEFINICION DEL NUMERO DE ESLABONES Y ARTICULACIONES
No_eslabones_moviles=5;
T_No_eslabones=No_eslabones_moviles+1;
No_articulaciones=5;

%PARAMETROS DINAMICOS DEL ROBOT
g=9.8;
m1=1; m2=.2; m3=.5; m4=.2; m5=.1;
l0=0.1; l1y=0.115; l1x=0.05; l2=0.27; l3=0.158; l4=0.1;
l1xx=0; l1yy=0; l1zz=0; l1xy=0; l1xz=0; l1yz=0;
l2xx=0; l2yy=0; l2zz=0; l2xy=0; l2xz=0; l2yz=0;
l3xx=0; l3yy=0; l3zz=0; l3xy=0; l3xz=0; l3yz=0;
l4xx=0; l4yy=0; l4zz=0; l4xy=0; l4xz=0; l4yz=0;
l5xx=0; l5yy=0; l5zz=0; l5xy=0; l5xz=0; l5yz=0;

% DEFINICION SIMBOLICA DE LA POSICION
t1=sym('0.3933');
t2=sym('0.6468');
t3=sym('1.4541');
t4=sym('0.1218');
t5=sym('0.9909');

% DEFINICION SIMBOLICA DE LA VELOCIDAD
vth1=diff(t1,'t');
vth2=diff(t2,'t');
vth3=diff(t3,'t');
vth4=diff(t4,'t');
vth5=diff(t5,'t');

% DEFINICION SIMBOLICA DE LA ACELERACION
ath1=diff(vth1,'t');
ath2=diff(vth2,'t');
ath3=diff(vth3,'t');
ath4=diff(vth4,'t');
ath5=diff(vth5,'t');

vp00t=[0,g,0];

% PASO 3. RESTABLECIMIENTO DE LAS CONDICIONES INICIALES.
w00=[0,0,0]';           %Velocidad angular de la base respecto al marco DH_0.
wp00=[0,0,0]';         %Aceleracion angular de la base respecto al marco DH_0.
v00=[0,0,0]';         %Velocidad angular de la base respecto al marco DH_0.
vp00=(vp00t).';       %Aceleracion lineal de la base.
fext=[0,0,0]';        %Fuerza externa ejercida en el efector final.
```

```

next=[0,0,0]';          %Par externo ejercido en el efector final.
Ruxtu=[0,0,0;0,0,0;0,0,0]; %Matriz de rotacion del extremo del robot a la carga externo
Rextu=[0,0,0;0,0,0;0,0,0];
zii=[0,0,1]';

%DEFINICION DEL TIEMPO t DE SIMULACION
for tk=1:1:50;
    t=(tk-1)/10;

    th1=eval(t1);
    th2=eval(t2);
    th3=eval(t3);
    th4=eval(t4);
    th5=eval(t5);

    Q1(tk)=th1;
    Q2(tk)=th2;
    Q3(tk)=th3;
    Q4(tk)=th4;
    Q5(tk)=th5;

    th1p=eval(vth1);
    th2p=eval(vth2);
    th3p=eval(vth3);
    th4p=eval(vth4);
    th5p=eval(vth5);

    th1pp=eval(ath1);
    th2pp=eval(ath2);
    th3pp=eval(ath3);
    th4pp=eval(ath4);
    th5pp=eval(ath5);

% PASO 1. OBTENCION DE LOS PARAMETROS DE D-H.(DENAVID - HATENBERG)
    DH = [th1+pi  l0+l1y  0  -pi/2;
          th2+pi/2  0  l1x  pi/2;
          th3+pi/2  0  l2  0 ;
          th4  l3+l4  0  pi/2;
          th5  0  0  -pi/2];

% PASO 2. OBTENCION DE LAS MATRICES DE ROTACION  $i-1R_i$  Y SUS INVERSAS  $iR_{i-1}$ 
for i=1:No_articulaciones;

a=[cos(DH(i,1))      -sin(DH(i,1))      0      ];
b=[sin(DH(i,1))*cos(DH(i,4)) cos(DH(i,1))*cos(DH(i,4)) -sin(DH(i,4))];
c=[sin(DH(i,1))*sin(DH(i,4)) cos(DH(i,1))*sin(DH(i,4)) cos(DH(i,4))];

if T_No_eslabones>1 & i==1
    R01=[a; b; c];
    R10=(R01).';
elseif T_No_eslabones>2 & i==2
    R12=[a; b; c];    R21=(R12).';    R02=R01*R12;    R20=(R02).';
elseif T_No_eslabones>3 & i==3

```

```

R23=[a; b; c];    R32=(R23).';    R13=R12*R23;    R31=(R13).';
R03=R01*R13;    R30=(R03).';
elseif T_No_eslabones>4 & i==4
    R34=[a; b; c];    R43=(R23).';    R24=R23*R34;    R42=(R24).';
    R14=R13*R34;    R41=(R14).';    R04=R03*R34;    R40=(R04).';
elseif T_No_eslabones>5 & i==5
    R45=[a; b; c];    R54=(R45).';    R15=R14*R45;    R51=(R15).';
    R25=R24*R45;    R52=(R25).';    R53=R51*R13;    R35=(R53).';
    R05=R02*R25;    R50=(R05).';
end
end

```

%coordenadas del origen del sistema Si respecto al sistema Si-1.

```

for i=1:No_articulaciones;
    if T_No_eslabones>1 & i==1
        p01=[DH(i,3); DH(i,2)*sin(DH(i,4)); DH(i,2)*cos(DH(i,4))];
    elseif T_No_eslabones>2 & i==2
        p12=[DH(i,3); DH(i,2)*sin(DH(i,4)); DH(i,2)*cos(DH(i,4))];
    elseif T_No_eslabones>3 & i==3
        p23=[DH(i,3); DH(i,2)*sin(DH(i,4)); DH(i,2)*cos(DH(i,4))];
    elseif T_No_eslabones>4 & i==4
        p34=[DH(i,3); DH(i,2)*sin(DH(i,4)); DH(i,2)*cos(DH(i,4))];
    elseif T_No_eslabones>5 & i==5
        p45=[DH(i,3); DH(i,2)*sin(DH(i,4)); DH(i,2)*cos(DH(i,4))];
    end
end

```

%Ubicacion del centro de masa del eslabon i respecto al sistema Si.

```

Pc=[l0    0    0;
    l1y   0    0;
    l2    0    0;
    l3    0    0;
    l4    0    0];

```

```

Datos=[I1xx I1yy I1zz I1xy I1xz I1yz m1;
        I2xx I2yy I2zz I2xy I2xz I2yz m2;
        I3xx I3yy I3zz I3xy I3xz I3yz m3;
        I4xx I4yy I4zz I4xy I4xz I4yz m4;
        I5xx I5yy I5zz I5xy I5xz I5yz m5];

```

%Matriz de inercia del eslabon i respecto al centro de masa. Toda la masa esta concentrada en el CM.

```

I11=[Datos(1,1) Datos(1,4) Datos(1,5); Datos(1,4) Datos(1,2) Datos(1,6); Datos(1,5) Datos(1,6)
Datos(1,3) ];
m1=[Datos(1,7)];
I22=[Datos(2,1) Datos(2,4) Datos(2,5); Datos(2,4) Datos(2,2) Datos(2,6); Datos(2,5) Datos(2,6)
Datos(2,3) ];
m2=[Datos(2,7)];
I33=[Datos(3,1) Datos(3,4) Datos(3,5); Datos(3,4) Datos(3,2) Datos(3,6); Datos(3,5) Datos(3,6)
Datos(3,3) ];
m3=[Datos(3,7)];
I44=[Datos(4,1) Datos(4,4) Datos(4,5); Datos(4,4) Datos(4,2) Datos(4,6); Datos(4,5) Datos(4,6)
Datos(4,3) ];

```

```

m4=[Datos(4,7)];
I55=[Datos(5,1) Datos(5,4) Datos(5,5); Datos(5,4) Datos(5,2) Datos(5,6); Datos(5,5) Datos(5,6)
Datos(5,3) ];
m5=[Datos(5,7)];

```

% PASO 4. VELOCIDADES ANGULARES DEL SISTEMA Si

```

w11=(R10*w00)+(th1p*zii);
w22=(R21*w11)+(th2p*zii);
w33=(R32*w22)+(th3p*zii);
w44=(R43*w33)+(th4p*zii);
w55=(R54*w44)+(th5p*zii);

```

% PASO 5. ACELERACIONES ANGULARES DEL SISTEMA Si

```

wp11=R10*wp00+cross(R10*w00,th1p*zii)+th1pp*zii;
wp22=R21*wp11+cross(R21*w11,th2p*zii)+th2pp*zii;
wp33=R32*wp22+cross(R32*w22,th3p*zii)+th3pp*zii;
wp44=R43*wp33+cross(R43*w33,th4p*zii)+th4pp*zii;
wp55=R54*wp44+cross(R54*w44,th5p*zii)+th5pp*zii;

```

% PASO 6. ACELERACIONES LINEALES DEL SISTEMA Si

```

vp11=R10*(cross(wp00,p01)+cross(w00,cross(w00,p01))+vp00);
vp22=R21*(cross(wp11,p12)+cross(w11,cross(w11,p12))+vp11);
vp33=R32*(cross(wp22,p23)+cross(w22,cross(w22,p23))+vp22);
vp44=R43*(cross(wp33,p34)+cross(w33,cross(w33,p34))+vp33);
vp55=R54*(cross(wp44,p45)+cross(w44,cross(w44,p45))+vp44);

```

% PASO 7. ACELERACIONES LINEAL DEL CENTRO DE GRAVEDAD DEL ESLABON i

```

vcp11=cross(wp11,Pc(1,:))'+cross(w11,cross(w11,Pc(1,:)))'+vp11;
vcp22=cross(wp22,Pc(2,:))'+cross(w22,cross(w22,Pc(2,:)))'+vp22;
vcp33=cross(wp33,Pc(3,:))'+cross(w33,cross(w33,Pc(3,:)))'+vp33;
vcp44=cross(wp44,Pc(4,:))'+cross(w44,cross(w44,Pc(4,:)))'+vp44;
vcp55=cross(wp55,Pc(5,:))'+cross(w55,cross(w55,Pc(5,:)))'+vp55;

```

% PASO 8. OBTENCION DE LA FUERZA Y PAR SALIENTE

```

Fs11=m1*vcp11;
Fs22=m2*vcp22;
Fs33=m3*vcp33;
Fs44=m4*vcp44;
Fs55=m5*vcp55;
Ns11=I11*wp11+cross(w11,(I11*w11));
Ns22=I22*wp22+cross(w22,(I22*w22));
Ns33=I33*wp33+cross(w33,(I33*w33));
Ns44=I44*wp44+cross(w44,(I44*w44));
Ns55=I55*wp55+cross(w55,(I55*w55));

```

% PASO 9. OBTENCION DE LA FUERZA EJERCIDA SOBRE EL ESLABON i Iteraciones entrantes:

5->1

```

f55=Ruext*fext+Fs55;
f44=R45*f55+Fs44;

```

```
f33=R34*f44+Fs33;
f22=R23*f33+Fs22;
f11=R12*f22+Fs11;
```

% PASO 10. OBTENCION DEL PAR EJERCIDO SOBRE EL ESLABON i

```
n55=Ns55+Ruext*next+cross((Pc(5,:).'),Fs55)+cross(p45,Rextu*fext);
n44=Ns44+R45*n55+cross((Pc(4,:).'),Fs44)+cross(p45,R45*f55);
n33=Ns33+R34*n44+cross((Pc(3,:).'),Fs33)+cross(p34,R34*f44);
n22=Ns22+R23*n33+cross((Pc(2,:).'),Fs22)+cross(p23,R23*f33);
n11=Ns11+R12*n22+cross((Pc(1,:).'),Fs11)+cross(p12,R12*f22);
```

% PASO 1x1. FUERZA O PAR APLICADO A LA ARTICULACION i

% Tao es el par o fuerza efectiva(par motor menos pare rozamiento o perturbacion

```
% Tao1=vpa((n11.)*zii,5);
% Tao2=vpa((n22.)*zii,5);
% Tao3=vpa((n33.)*zii,5);
% Tao4=vpa((n44.)*zii,5);
% Tao5=vpa((n55.)*zii,5);
%
```

```
Tao1=(n11.)*zii;
Tao2=(n22.)*zii;
Tao3=(n33.)*zii;
Tao4=(n44.)*zii;
Tao5=(n55.)*zii;
```

```
PARES(1,tk)=Tao1;
PARES(2,tk)=Tao2;
PARES(3,tk)=Tao3;
PARES(4,tk)=Tao4;
PARES(5,tk)=Tao5;
```

end

```
figure(1);
clf
subplot(5,2,1),plot(Q1),title('Q1')
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Articulación(rad)')
subplot(5,2,2),plot(PARES(1,:)),title('TAU1')
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Par (Nm)');
subplot(5,2,3),plot(Q2),title('Q2')
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Articulación(rad)')
subplot(5,2,4),plot(PARES(2,:)),title('TAU2')
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Par (Nm)');
subplot(5,2,5),plot(Q1),title('Q3')
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Articulación(rad)')
subplot(5,2,6),plot(PARES(3,:)),title('TAU3')
```

```
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Par (Nm)');
subplot(5,2,7),plot(Q2),title('Q4')
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Articulación(rad)')
subplot(5,2,8),plot(PARES(4,:)),title('TAU4')
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Par (Nm)');
subplot(5,2,9),plot(Q2),title('Q5')
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Articulación(rad)')
subplot(5,2,10),plot(PARES(5,:)),title('TAU5')
xlabel('Tiempo (s)');
ylabel('Par (Nm)');
text(70,2750,'NE')
```

Programa 9. Implementación de la obtención de la ecuaciones dinámicas por newton euler

```
%
%   ALGORITMO DE DENAVIT-HARTENBERG + DINAMICA NEWTON EULER
%

clear all
clc

% DEFINICION SIMBOLICA DE LA POSICION
syms th1 th2 th3 th4 th5 l0 l1x l1y l2 l3 l4 t
syms g m1 m2 m3 m4 m5
syms th1p th2p th3p th4p th5p th1pp th2pp th3pp th4pp th5pp
syms I1xx I1yy I1zz I1xy I1xz I1yz I2xx I2yy I2zz I2xy I2xz I2yz
syms I3xx I3yy I3zz I3xy I3xz I3yz I4xx I4yy I4zz I4xy I4xz I4yz
syms I5xx I5yy I5zz I5xy I5xz I5yz

% DEFINICION SIMBOLICA DE LA POSICION
th1=sym('th1(t)');
th2=sym('th2(t)');
th3=sym('th3(t)');
th4=sym('th4(t)');
th5=sym('th5(t)');

% DEFINICION SIMBOLICA DE LA VELOCIDAD
th1p=diff(th1,'t');
th2p=diff(th2,'t');
th3p=diff(th3,'t');
th4p=diff(th4,'t');
th5p=diff(th5,'t');

% DEFINICION SIMBOLICA DE LA ACELERACION
th1pp=diff(th1p,'t');
th2pp=diff(th2p,'t');
th3pp=diff(th3p,'t');
th4pp=diff(th4p,'t');
th5pp=diff(th5p,'t');

%DEFINICION DEL NUMERO DE ESLABONES Y ARTICULACIONES
No_eslabones_moviles=5;
T_No_eslabones=No_eslabones_moviles+1;
No_articulaciones=5;

%Ubicacion de la aceleracion lineal de la base.
vp00t=[0,g,0];

% PASO 1. OBTENCION DE LOS PARAMETROS DE D-H.(DENAVIT - HATENBERG)
DH = [th1+pi l0+l1y 0 -pi/2;
      th2+pi/2 0 l1x pi/2;
      th3+pi/2 0 l2 0 ;
      th4 l3+l4 0 pi/2;
      th5 0 0 -pi/2];
```

```
% PASO 2. OBTENCION DE LAS MATRICES DE ROTACION  $i-1R_i$  Y SUS INVERSAS  $iR_{i-1}$ 
for i=1:No_articulaciones;
```

```

a=[cos(DH(i,1))      -sin(DH(i,1))      0      ];
b=[sin(DH(i,1))*cos(DH(i,4)) cos(DH(i,1))*cos(DH(i,4)) -sin(DH(i,4))];
c=[sin(DH(i,1))*sin(DH(i,4)) cos(DH(i,1))*sin(DH(i,4)) cos(DH(i,4))];

if T_No_eslabones>1 & i==1
    R01=[a; b; c];
    R10=(R01).';
elseif T_No_eslabones>2 & i==2
    R12=[a; b; c];    R21=(R12).';    R02=R01*R12;    R20=(R02).';
elseif T_No_eslabones>3 & i==3
    R23=[a; b; c];    R32=(R23).';    R13=R12*R23;    R31=(R13).';
    R03=R01*R13;    R30=(R03).';
elseif T_No_eslabones>4 & i==4
    R34=[a; b; c];    R43=(R23).';    R24=R23*R34;    R42=(R24).';
    R14=R13*R34;    R41=(R14).';    R04=R03*R34;    R40=(R04).';
elseif T_No_eslabones>5 & i==5
    R45=[a; b; c];    R54=(R45).';    R15=R14*R45;    R51=(R15).';
    R25=R24*R45;    R52=(R25).';    R53=R51*R13;    R35=(R53).';
    R05=R02*R25;    R50=(R05).';
end
end
```

```
% PASO 3. RESTABLECIMIENTO DE LAS CONDICIONES INICIALES.
```

```

w00=[0,0,0]';    %Velocidad angular de la base respecto al marco DH_0.
wp00=[0,0,0]';    %Aceleracion angular de la base respecto al marco DH_0.
v00=[0,0,0]';    %Velocidad angular de la base respecto al marco DH_0.
vp00=(vp00t).';    %Aceleracion lineal de la base.
fext=[0,0,0]';    %Fuerza externa ejercida en el efector final.
next=[0,0,0]';    %Par externo ejercido en el efector final.
Ruext=[0,0,0;0,0,0;0,0,0]; %Matriz de rotacion del extremo del robot a la carga externo
Rextu=[0,0,0;0,0,0;0,0,0];
zii=[0,0,1]';
```

```
%coordenadas del origen del sistema  $S_i$  respecto al sistema  $S_{i-1}$ .
```

```

for i=1:No_articulaciones;
    if T_No_eslabones>1 & i==1
        p01=[DH(i,3); DH(i,2)*sin(DH(i,4)); DH(i,2)*cos(DH(i,4))];
    elseif T_No_eslabones>2 & i==2
        p12=[DH(i,3); DH(i,2)*sin(DH(i,4)); DH(i,2)*cos(DH(i,4))];
    elseif T_No_eslabones>3 & i==3
        p23=[DH(i,3); DH(i,2)*sin(DH(i,4)); DH(i,2)*cos(DH(i,4))];
    elseif T_No_eslabones>4 & i==4
        p34=[DH(i,3); DH(i,2)*sin(DH(i,4)); DH(i,2)*cos(DH(i,4))];
    elseif T_No_eslabones>5 & i==5
        p45=[DH(i,3); DH(i,2)*sin(DH(i,4)); DH(i,2)*cos(DH(i,4))];
    end
end
```

```
%Ubicacion del centro de masa del eslabon  $i$  respecto al sistema  $S_i$ .
```



```
Pc=[l0 0 0;
l1y 0 0;
l2 0 0;
l3 0 0;
l4 0 0];
```

```
Datos=[l1xx l1yy l1zz l1xy l1xz l1yz m1;
l2xx l2yy l2zz l2xy l2xz l2yz m2;
l3xx l3yy l3zz l3xy l3xz l3yz m3;
l4xx l4yy l4zz l4xy l4xz l4yz m4;
l5xx l5yy l5zz l5xy l5xz l5yz m5];
```

%Matriz de inercia del eslabon i respecto al centro de masa. Toda la masa esta concentrada en el CM.

```
I11=[Datos(1,1) Datos(1,4) Datos(1,5); Datos(1,4) Datos(1,2) Datos(1,6); Datos(1,5) Datos(1,6)
Datos(1,3) ];
m1=[Datos(1,7)];
I22=[Datos(2,1) Datos(2,4) Datos(2,5); Datos(2,4) Datos(2,2) Datos(2,6); Datos(2,5) Datos(2,6)
Datos(2,3) ];
m2=[Datos(2,7)];
I33=[Datos(3,1) Datos(3,4) Datos(3,5); Datos(3,4) Datos(3,2) Datos(3,6); Datos(3,5) Datos(3,6)
Datos(3,3) ];
m3=[Datos(3,7)];
I44=[Datos(4,1) Datos(4,4) Datos(4,5); Datos(4,4) Datos(4,2) Datos(4,6); Datos(4,5) Datos(4,6)
Datos(4,3) ];
m4=[Datos(4,7)];
I55=[Datos(5,1) Datos(5,4) Datos(5,5); Datos(5,4) Datos(5,2) Datos(5,6); Datos(5,5) Datos(5,6)
Datos(5,3) ];
m5=[Datos(5,7)];
```

% PASO 4. VELOCIDADES ANGULARES DEL SISTEMA Si

```
w11=(R10*w00)+(th1p*zii);
w22=(R21*w11)+(th2p*zii);
w33=(R32*w22)+(th3p*zii);
w44=(R43*w33)+(th4p*zii);
w55=(R54*w44)+(th5p*zii);
```

% PASO 5. ACELERACIONES ANGULARES DEL SISTEMA Si

```
wp11=R10*wp00+cross(R10*w00,th1p*zii)+th1pp*zii;
wp22=R21*wp11+cross(R21*w11,th2p*zii)+th2pp*zii;
wp33=R32*wp22+cross(R32*w22,th3p*zii)+th3pp*zii;
wp44=R43*wp33+cross(R43*w33,th4p*zii)+th4pp*zii;
wp55=R54*wp44+cross(R54*w44,th5p*zii)+th5pp*zii;
```

% PASO 6. ACELERACIONES LINEALES DEL SISTEMA Si

```
vp11=R10*(cross(wp00,p01)+cross(w00,cross(w00,p01))+vp00);
vp22=R21*(cross(wp11,p12)+cross(w11,cross(w11,p12))+vp11);
vp33=R32*(cross(wp22,p23)+cross(w22,cross(w22,p23))+vp22);
vp44=R43*(cross(wp33,p34)+cross(w33,cross(w33,p34))+vp33);
vp55=R54*(cross(wp44,p45)+cross(w44,cross(w44,p45))+vp44);
```

% PASO 7. ACELERACIONES LINEAL DEL CENTRO DE GRAVEDAD DEL ESLABON i

```
vcp11=cross(wp11,Pc(1,:).')+cross(w11,cross(w11,Pc(1,:).'))+vp11;  
vcp22=cross(wp22,Pc(2,:).')+cross(w22,cross(w22,Pc(2,:).'))+vp22;  
vcp33=cross(wp33,Pc(3,:).')+cross(w33,cross(w33,Pc(3,:).'))+vp33;  
vcp44=cross(wp44,Pc(4,:).')+cross(w44,cross(w44,Pc(4,:).'))+vp44;  
vcp55=cross(wp55,Pc(5,:).')+cross(w55,cross(w55,Pc(5,:).'))+vp55;
```

% PASO 8. OBTENCION DE LA FUERZA Y PAR SALIENTE

```
Fs11=m1*vcp11;  
Fs22=m2*vcp22;  
Fs33=m3*vcp33;  
Fs44=m4*vcp44;  
Fs55=m5*vcp55;  
Ns11=I11*wp11+cross(w11,(I11*w11));  
Ns22=I22*wp22+cross(w22,(I22*w22));  
Ns33=I33*wp33+cross(w33,(I33*w33));  
Ns44=I44*wp44+cross(w44,(I44*w44));  
Ns55=I55*wp55+cross(w55,(I55*w55));
```

% PASO 9. OBTENCION DE LA FUERZA EJERCIDA SOBRE EL ESLABON i Iteraciones entrantes:
5->1

```
f55=Ruext*fext+Fs55;  
f44=R45*f55+Fs44;  
f33=R34*f44+Fs33;  
f22=R23*f33+Fs22;  
f11=R12*f22+Fs11;
```

% PASO 10. OBTENCION DEL PAR EJERCIDO SOBRE EL ESLABON i

```
n55=Ns55+Ruext*next+cross((Pc(5,:).'),Fs55)+cross(p45,Rextu*fext);  
n44=Ns44+R45*n55+cross((Pc(4,:).'),Fs44)+cross(p45,R45*f55);  
n33=Ns33+R34*n44+cross((Pc(3,:).'),Fs33)+cross(p34,R34*f44);  
n22=Ns22+R23*n33+cross((Pc(2,:).'),Fs22)+cross(p23,R23*f33);  
n11=Ns11+R12*n22+cross((Pc(1,:).'),Fs11)+cross(p12,R12*f22);
```

% PASO 1x1. FUERZA O PAR APLICADO A LA ARTICULACION i

% Tao es el par o fuerza efectiva(par motor menos pare rozamiento o perturbacion)

```
Tao1=vpa((n11.)*zii,5);  
Tao2=vpa((n22.)*zii,5);  
Tao3=vpa((n33.)*zii,5);  
Tao4=vpa((n44.)*zii,5);  
Tao5=(n55.)*zii;
```

Resultados al ejecutar el programa 9.

TAU1:

$I1zzth1pp+c2(I2xx(c2th1pp-s2th1pth2p)+I2xy(-s2th1pp-c2th1pth2p)+I2xzh2pp-s2th1p(I2xzc2th1p-I2yys2th1p+I2zzth2p)-th2p(I2xyc2th1p-I2yys2th1p+I2yzth2p)-s3(I3xx(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+I3xy(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+I3xzh2pp+th3pp)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)(I3xz(-s3c2th1p-c3s2th1p)+I3yz(-c3c2th1p+s3s2th1p)+I3zz(th2p+th3p))-(th2p+th3p)(I3xy(-s3c2th1p-c3s2th1p)+I3yy(-c3c2th1p+s3s2th1p)+I3yz(th2p+th3p))+c4(I4xx(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p))+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)+I4xy(-c3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)+I4xzh2pp+th3pp+th4pp)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))(I4xz(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))+I4yz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))+I4zz(th2p+th3p+th4p))-(th2p+th3p+th4p)(I4xy(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))+I4yy(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))+I4yz(th2p+th3p+th4p))+c5(I5xx(c5(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p))+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)-s5th2pp+th3pp+th4pp)+(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p)))-c5(th2p+th3p+th4p))th5p)+I5xy(-s5(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p))+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)-c5th2pp+th3pp+th4pp)-(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p)))-s5(th2p+th3p+th4p))th5p)+I5xz(-c3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p+th5pp)+(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p)))-c5(th2p+th3p+th4p))(I5xz(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p)))-s5(th2p+th3p+th4p))+I5yz(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p)))-c5(th2p+th3p+th4p))+I5zz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p))-(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p)(I5xy(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p)))-s5(th2p+th3p+th4p))+I5yy(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p)))-c5(th2p+th3p+th4p))+I5yz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p)))-s5(I5xy(c5(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)-s5th2pp+th3pp+th4pp)+(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p)))-c5(th2p+th3p+th4p))th5p)+I5yz(-c3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)-s5th2pp+th3pp+th4pp)+(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p)))-c5(th2p+th3p+th4p))th5p)+I5yz(-c3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p+th5pp)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p)(I5xx(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p)))-s5(th2p+th3p+th4p))+I5xy(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p)))-c5(th2p+th3p+th4p))+I5xz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p))-c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))(I5xz(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p)))-s5(th2p+th3p+th4p))+I5yz(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p)))-c5(th2p+th3p+th4p))+I5zz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p))-14m5(-(-s5(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-$

$s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)-c5th2pp+th3pp+th4pp)-c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))th5p)l4+(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p)l4-$
 $c3(-th2pp+th3pp)(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)(-s3c2th1p-c3s2th1p)(l3+l4)-s3(-s2^2th1p^2l2-$
 $th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)+c3th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g))-s3(-th2p+th3p)^2(l3+l4)-$
 $(-s3c2th1p-c3s2th1p)^2(l3+l4)-c3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)-s3th2ppl2-$
 $c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g))))-s4(I4xy(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)+I4yy(-c3(-s3(c2th1pp-$
 $s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-$
 $s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)+I4yzth2pp+th3pp+th4pp)+(th2p+th3p+th4p)(I4xx(-s3(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))+I4xy(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))+I4xz(th2p+th3p+th4p))-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))(I4xz(-$
 $s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))+I4yz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))+I4zz(th2p+th3p+th4p))+I5xz(c5(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-$
 $c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-$
 $s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)-$
 $s5th2pp+th3pp+th4pp)+(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $c5(th2p+th3p+th4p))th5p)+I5yz(-s5(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)-c5th2pp+th3pp+th4pp)-c5(-$
 $s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))th5p)+I5zz(-c3(-s3(c2th1pp-$
 $s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-$
 $s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))th4p+th5pp)+c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $s5(th2p+th3p+th4p))+I5xy(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $s5(th2p+th3p+th4p))+I5yy(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $c5(th2p+th3p+th4p))+I5yz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p))-(-s5(-s3(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p))(I5xx(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))+I5xy(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $c5(th2p+th3p+th4p))+I5xz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p))+I4m5((-c3(-$
 $s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-$
 $s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))th4p+th5pp)l4+(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $s5(th2p+th3p+th4p))(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p))l4-s5(-$
 $s3(-th2pp+th3pp)(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)(-s3c2th1p-c3s2th1p)(l3+l4)-s3(-s2^2th1p^2l2-$
 $th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)+c3th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g))+c3(-th2p+th3p)^2(l3+l4)-$
 $(-s3c2th1p-c3s2th1p)^2(l3+l4)-c3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)-s3th2ppl2-$
 $c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g))))-c5((-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)(th2p+th3p)(l3+l4)-(-s2th1pp-$
 $c2th1pth2p)l2+c2th1pth2pl2-th1ppl1x))-l3m4(-(-c3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-$
 $c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-$
 $s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)l3+(-s3(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))(th2p+th3p+th4p)l3+(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-$
 $c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)(th2p+th3p)(l3+l4)-(-s2th1pp-$
 $c2th1pth2p)l2+c2th1pth2pl2-th1ppl1x))+l3+l4)(s4(c5m5(-(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p))^2l4-(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p))^2l4+c5(-s3(-th2pp+th3pp)(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)(l3+l4)-s3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)+c3th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-$
 $s2g))+c3(-th2p+th3p)^2(l3+l4)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)^2(l3+l4)-c3(-s2^2th1p^2l2-$
 $th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)-s3th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g)))-s5((-s3(c2th1pp-$

$s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)(l3+l4)+(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)(th2p+th3p)(l3+l4)-(-s2th1pp-c2th1pth2p)l2+c2th1pth2pl2-th1ppl1x))-s5m5((-c3(-$
 $s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-$
 $s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))th4p+th5pp)l4+(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $s5(th2p+th3p+th4p))(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p))l4-s5(-$
 $s3(-th2pp+th3pp)(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)(l3+l4)-s3(-s2^2th1p^2l2-$
 $th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)+c3th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g))+c3(-th2p+th3p)^2(l3+l4)-(-$
 $s3c2th1p-c3s2th1p)^2(l3+l4)-c3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)-s3th2ppl2-$
 $c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g)))-c5((-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)(th2p+th3p)(l3+l4)-(-s2th1pp-$
 $c2th1pth2p)l2+c2th1pth2pl2-th1ppl1x))+m4(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))^2l3-$
 $(th2p+th3p+th4p)^2l3-s3(-th2pp+th3pp)(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)(l3+l4)-s3(-$
 $s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)+c3th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g))+c3(-$
 $(th2p+th3p)^2(l3+l4)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)^2(l3+l4)-c3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)-$
 $s3th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g)))+c4(m5(-s5(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-$
 $c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-$
 $s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)-$
 $c5th2pp+th3pp+th4pp)-c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $s5(th2p+th3p+th4p))th5p)l4+(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $s5(th2p+th3p+th4p))(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p)l4-c3(-$
 $th2pp+th3pp)(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)(l3+l4)-s3(-s2^2th1p^2l2-$
 $th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)+c3th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g))-s3(-th2p+th3p)^2(l3+l4)-(-$
 $s3c2th1p-c3s2th1p)^2(l3+l4)-c3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)-s3th2ppl2-$
 $c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g)))+m4(th2pp+th3pp+th4pp)l3+(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))l3-c3(-th2pp+th3pp)(l3+l4)+(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)(l3+l4)-s3(-s2^2th1p^2l2-$
 $th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)+c3th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g))-s3(-th2p+th3p)^2(l3+l4)-(-$
 $s3c2th1p-c3s2th1p)^2(l3+l4)-c3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)-s3th2ppl2-$
 $c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g)))-c3(I3xy(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+I3yy(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)th3p)+I3yzzth2pp+th3pp)+(th2p+th3p)(I3xx(-s3c2th1p-c3s2th1p)+I3xy(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)+I3xz(th2p+th3p))-(-s3c2th1p-c3s2th1p)(I3xz(-s3c2th1p-c3s2th1p)+I3yz(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)+I3zz(th2p+th3p))-I4xz(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)-I4yz(-c3(-s3(c2th1pp-$
 $s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-$
 $s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)-I4zzth2pp+th3pp+th4pp)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))(I4xy(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))+I4yy(-c3(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))+I4yz(th2p+th3p+th4p))+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))(I4xx(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))+I4xy(-c3(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))+I4xz(th2p+th3p+th4p))+s5(I5xx(c5(-s3(-s3(c2th1pp-$
 $s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-$
 $s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)-s5th2pp+th3pp+th4pp)+(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p))th5p)+I5xy(-s5(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-$
 $c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-$
 $s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)-$
 $c5th2pp+th3pp+th4pp)-c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $s5(th2p+th3p+th4p))th5p)+I5xz(-c3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p+th5pp)+(-s5(-s3(-s3c2th1p-$

$c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p))(I5xz(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))+I5yz(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $c5(th2p+th3p+th4p))+I5zz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p))-(-c3(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p))(I5xy(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $s5(th2p+th3p+th4p))+I5yy(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $c5(th2p+th3p+th4p))+I5yz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p))+c5(I5xy(c5(-s3(-$
 $s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-$
 $s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)th4p)-s5th2pp+th3pp+th4pp)+(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p)th5p)+I5yy(-s5(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-$
 $c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-$
 $s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)th4p)-$
 $c5th2pp+th3pp+th4pp)-c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $s5(th2p+th3p+th4p)th5p)+I5yz(-c3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p)th4p+th5pp)+(-c3(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p))(I5xx(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $s5(th2p+th3p+th4p))+I5xy(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $c5(th2p+th3p+th4p))+I5xz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p))-c5(-s3(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))(I5xz(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))+I5yz(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $c5(th2p+th3p+th4p))+I5zz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p))-I4m5(-(-s5(-s3(-$
 $s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-$
 $s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)th4p)-c5th2pp+th3pp+th4pp)-c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p)th5p)I4+(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p)I4-$
 $c3(-th2pp+th3pp)(I3+I4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)-s3(-c3c2th1p-c3s2th1p)(I3+I4)-s3(-s2^2th1p^2I2-$
 $th2p^2I2+s2th1p^2I1x+c2g)+c3th2ppI2-c2th1p^2s2I2+c2th1p^2I1x-s2g))-s3(-s3(-th2p+th3p)^2(I3+I4)-(-$
 $s3c2th1p-c3s2th1p)^2(I3+I4)-c3(-s2^2th1p^2I2-th2p^2I2+s2th1p^2I1x+c2g)-s3th2ppI2-$
 $c2th1p^2s2I2+c2th1p^2I1x-s2g)))-I3m4(th2pp+th3pp+th4pp)I3+(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)I3-c3(-th2pp+th3pp)(I3+I4)+(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)(I3+I4)-s3(-s2^2th1p^2I2-$
 $th2p^2I2+s2th1p^2I1x+c2g)+c3th2ppI2-c2th1p^2s2I2+c2th1p^2I1x-s2g))-s3(-s3(-th2p+th3p)^2(I3+I4)-(-$
 $s3c2th1p-c3s2th1p)^2(I3+I4)-c3(-s2^2th1p^2I2-th2p^2I2+s2th1p^2I1x+c2g)-s3th2ppI2-$
 $c2th1p^2s2I2+c2th1p^2I1x-s2g)))-I2m3(-(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)th3p)I2+(-s3c2th1p-c3s2th1p)(th2p+th3p)I2-(-s2th1pp-c2th1pth2p)I2+c2th1pth2pI2-$
 $th1ppI1x))-s2(I2xy(c2th1pp-s2th1pth2p)+I2yy(-s2th1pp-c2th1pth2p)+I2yzt2pp+th2p(I2xxc2th1p-$
 $I2xys2th1p+I2xzt2p)-c2th1p(I2zxc2th1p-I2yzs2th1p+I2zzt2p)+c3(I3xx(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-$
 $s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+I3xy(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-$
 $c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+I3xzt2pp+th3pp)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)(I3xz(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)+I3yz(-c3c2th1p+s3s2th1p)+I3zz(th2p+th3p))-(-th2p+th3p)(I3xy(-s3c2th1p-c3s2th1p)+I3yy(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)+I3yz(th2p+th3p))+c4(I4xx(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-$
 $c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-$
 $s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)th4p)+I4xy(-c3(-$
 $s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-$
 $s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)th4p)+I4xzt2pp+th3pp+th4pp)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))(I4xz(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))+I4yz(-c3(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))+I4zz(th2p+th3p+th4p))-(-th2p+th3p+th4p)(I4xy(-s3(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))+I4yy(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))+I4yz(th2p+th3p+th4p))+c5(I5xx(c5(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-$
 $c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-$

$s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)th_3p)+(-c_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)-s_3(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p))th_4p)-$
 $s_5th_2pp+th_3pp+th_4pp)+(-s_5(-s_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)+c_3(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p)))-$
 $c_5(th_2p+th_3p+th_4p))th_5p)+I_5xy(-s_5(-s_3(-s_3c_2t_1pp-s_2t_1pth_2p)+c_3(-s_2t_1pp-c_2t_1pth_2p))+(-$
 $c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p)th_3p)+c_3(-c_3(c_2t_1pp-s_2t_1pth_2p)-s_3(-s_2t_1pp-c_2t_1pth_2p))-(-s_3c_2t_1p-$
 $c_3s_2t_1p)th_3p)+(-c_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)-s_3(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p))th_4p)-c_5th_2pp+th_3pp+th_4pp)-c_5(-$
 $s_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)+c_3(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p)))-s_5(th_2p+th_3p+th_4p))th_5p)+I_5xz(-c_3(-s_3(c_2t_1pp-$
 $s_2t_1pth_2p)+c_3(-s_2t_1pp-c_2t_1pth_2p))+(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p)th_3p)-s_3(-c_3(c_2t_1pp-s_2t_1pth_2p)-s_3(-$
 $s_2t_1pp-c_2t_1pth_2p))-(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)th_3p)-(-s_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)+c_3(-$
 $c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p))th_4p+th_5pp)+(-s_5(-s_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)+c_3(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p)))-$
 $c_5(th_2p+th_3p+th_4p))(I_5xz(c_5(-s_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)+c_3(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p)))-$
 $s_5(th_2p+th_3p+th_4p))+I_5yz(-s_5(-s_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)+c_3(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p)))-$
 $c_5(th_2p+th_3p+th_4p))+I_5zz(-c_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)-s_3(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p)+th_5p))-(-c_3(-s_3c_2t_1p-$
 $c_3s_2t_1p)-s_3(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p)+th_5p))(I_5xy(c_5(-s_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)+c_3(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p)))-$
 $s_5(th_2p+th_3p+th_4p))+I_5yy(-s_5(-s_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)+c_3(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p)))-$
 $c_5(th_2p+th_3p+th_4p))+I_5yz(-c_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)-s_3(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p)+th_5p)))-s_5(I_5xy(c_5(-s_3(-$
 $s_3c_2t_1pp-s_2t_1pth_2p)+c_3(-s_2t_1pp-c_2t_1pth_2p))+(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p)th_3p)+c_3(-c_3(c_2t_1pp-$
 $s_2t_1pth_2p)-s_3(-s_2t_1pp-c_2t_1pth_2p))-(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)th_3p)+(-c_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)-s_3(-$
 $c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p))th_4p)-s_5th_2pp+th_3pp+th_4pp)+(-s_5(-s_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)+c_3(-$
 $c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p))-c_5(th_2p+th_3p+th_4p))th_5p)+I_5yy(-s_5(-s_3(-s_3c_2t_1pp-s_2t_1pth_2p)+c_3(-s_2t_1pp-$
 $c_2t_1pth_2p))+(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p)th_3p)+c_3(-c_3(c_2t_1pp-s_2t_1pth_2p)-s_3(-s_2t_1pp-c_2t_1pth_2p))-(-$
 $s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)th_3p)+(-c_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)-s_3(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p))th_4p)-$
 $c_5th_2pp+th_3pp+th_4pp)-c_5(-s_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)+c_3(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p)))-$
 $s_5(th_2p+th_3p+th_4p))th_5p)+I_5yz(-c_3(-s_3(c_2t_1pp-s_2t_1pth_2p)+c_3(-s_2t_1pp-c_2t_1pth_2p))+(-$
 $c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p)th_3p)-s_3(-c_3(c_2t_1pp-s_2t_1pth_2p)-s_3(-s_2t_1pp-c_2t_1pth_2p))-(-s_3c_2t_1p-$
 $c_3s_2t_1p)th_3p)-(-s_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)+c_3(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p))th_4p+th_5pp)+(-c_3(-s_3c_2t_1p-$
 $c_3s_2t_1p)-s_3(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p)+th_5p))(I_5xx(c_5(-s_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)+c_3(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p)))-$
 $s_5(th_2p+th_3p+th_4p))+I_5xy(-s_5(-s_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)+c_3(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p)))-$
 $c_5(th_2p+th_3p+th_4p))+I_5xz(-c_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)-s_3(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p)+th_5p))-c_5(-s_3(-s_3c_2t_1p-$
 $c_3s_2t_1p)+c_3(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p))-s_5(th_2p+th_3p+th_4p))(I_5xz(c_5(-s_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)+c_3(-$
 $c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p))-s_5(th_2p+th_3p+th_4p))+I_5yz(-s_5(-s_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)+c_3(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p)))-$
 $c_5(th_2p+th_3p+th_4p))+I_5zz(-c_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)-s_3(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p)+th_5p))-I_4m_5(-(-s_5(-s_3(-$
 $s_3c_2t_1pp-s_2t_1pth_2p)+c_3(-s_2t_1pp-c_2t_1pth_2p))+(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p)th_3p)+c_3(-c_3(c_2t_1pp-$
 $s_2t_1pth_2p)-s_3(-s_2t_1pp-c_2t_1pth_2p))-(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)th_3p)+(-c_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)-s_3(-$
 $c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p))th_4p)-c_5th_2pp+th_3pp+th_4pp)-c_5(-s_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)+c_3(-$
 $c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p))-s_5(th_2p+th_3p+th_4p))th_5p)I_4+(c_5(-s_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)+c_3(-$
 $c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p))-s_5(th_2p+th_3p+th_4p))(-c_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)-s_3(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p)+th_5p)I_4-$
 $c_3(-th_2pp+th_3pp)(I_3+I_4)+(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p)-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)(I_3+I_4)-s_3(-s_2^2th_1p^2I_2-$
 $th_2p^2I_2+s_2th_1p^2I_1x+c_2g)+c_3th_2ppI_2-c_2th_1p^2s_2I_2+c_2th_1p^2I_1x-s_2g))-s_3(-th_2p+th_3p)^2(I_3+I_4)-(-$
 $s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)^2(I_3+I_4)-c_3(-s_2^2th_1p^2I_2-th_2p^2I_2+s_2th_1p^2I_1x+c_2g)-s_3th_2ppI_2-$
 $c_2th_1p^2s_2I_2+c_2th_1p^2I_1x-s_2g)))-s_4(I_4xy(-s_3(-s_3(c_2t_1pp-s_2t_1pth_2p)+c_3(-s_2t_1pp-c_2t_1pth_2p))+(-$
 $c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p)th_3p)+c_3(-c_3(c_2t_1pp-s_2t_1pth_2p)-s_3(-s_2t_1pp-c_2t_1pth_2p))-(-s_3c_2t_1p-$
 $c_3s_2t_1p)th_3p)+(-c_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)-s_3(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p))th_4p)+I_4yy(-c_3(-s_3(c_2t_1pp-$
 $s_2t_1pth_2p)+c_3(-s_2t_1pp-c_2t_1pth_2p))+(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p)th_3p)-s_3(-c_3(c_2t_1pp-s_2t_1pth_2p)-s_3(-$
 $s_2t_1pp-c_2t_1pth_2p))-(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)th_3p)-(-s_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)+c_3(-$
 $c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p))th_4p)+I_4yzth_2pp+th_3pp+th_4pp)+(th_2p+th_3p+th_4p)(I_4xx(-s_3(-s_3c_2t_1p-$
 $c_3s_2t_1p)+c_3(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p))+I_4xy(-c_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)-s_3(-$
 $c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p))+I_4xz(th_2p+th_3p+th_4p))-(-s_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)+c_3(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p))(I_4xz(-$
 $s_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)+c_3(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p))+I_4yz(-c_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)-s_3(-$
 $c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p))+I_4zz(th_2p+th_3p+th_4p))+I_5xz(c_5(-s_3(-s_3(c_2t_1pp-s_2t_1pth_2p)+c_3(-s_2t_1pp-$
 $c_2t_1pth_2p))+(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p)th_3p)+c_3(-c_3(c_2t_1pp-s_2t_1pth_2p)-s_3(-s_2t_1pp-c_2t_1pth_2p))-(-$
 $s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)th_3p)+(-c_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)-s_3(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p))th_4p)-$
 $s_5th_2pp+th_3pp+th_4pp)+(-s_5(-s_3(-s_3c_2t_1p-c_3s_2t_1p)+c_3(-c_3c_2t_1p+s_3s_2t_1p)))-$
 $c_5(th_2p+th_3p+th_4p))th_5p)+I_5yz(-s_5(-s_3(-s_3(c_2t_1pp-s_2t_1pth_2p)+c_3(-s_2t_1pp-c_2t_1pth_2p))+(-$

$c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)-c5th2pp+th3pp+th4pp)-c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))th5p)+I5zz(-c3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p+th5pp)+c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p)))(I5xy(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))+I5yy(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p))+I5yz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p))-(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p)))(I5xx(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))+I5xy(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p))+I5xz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p))+I4m5((-c3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p+th5pp)l4+c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p)))-(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p))l4-s5(-s3(-th2pp+th3pp))(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)(l3+l4)-s3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)+c3th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g))+c3(-th2p+th3p)^2(l3+l4)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)^2(l3+l4)-c3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)-s3th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g)))-c5((-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)(th2p+th3p)(l3+l4)-(-s2th1pp-c2th1pth2p)l2+c2th1pth2pl2-th1ppl1x))-l3m4(-(-c3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)l3+(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))(th2p+th3p+th4p)l3+(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)(th2p+th3p)(l3+l4)-(-s2th1pp-c2th1pth2p)l2+c2th1pth2pl2-th1ppl1x))+l3+l4)(s4(c5m5(-(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p))^2l4-(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p)^2l4+c5(-s3(-th2pp+th3pp))(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)-s3c2th1p-c3s2th1p)(l3+l4)-s3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)+c3th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g))+c3(-th2p+th3p)^2(l3+l4)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)^2(l3+l4)-c3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)-s3th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g)))-s5((-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)(th2p+th3p)(l3+l4)-(-s2th1pp-c2th1pth2p)l2+c2th1pth2pl2-th1ppl1x))-s5m5((-c3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p+th5pp)l4+c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p)))-(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p))l4-s5(-s3(-th2pp+th3pp))(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)(l3+l4)-s3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)+c3th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g))+c3(-th2p+th3p)^2(l3+l4)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)^2(l3+l4)-c3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)-s3th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g)))-c5((-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)(th2p+th3p)(l3+l4)-(-s2th1pp-c2th1pth2p)l2+c2th1pth2pl2-th1ppl1x))+m4(-(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))^2l3-(th2p+th3p+th4p)^2l3-s3(-th2pp+th3pp)(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)(l3+l4)-s3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)+c3th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g))+c3(-th2p+th3p)^2(l3+l4)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)^2(l3+l4)-c3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)-s3th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g)))+c4(m5(-(-s5(-s3(-s3c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)-c5th2pp+th3pp+th4pp)-c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))th5p)l4+c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p)))-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p)l4-c3(-$

$$\begin{aligned}
& th2pp+th3pp)(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)(-s3c2th1p-c3s2th1p)(l3+l4)-s3(-s2^2th1p^2l2- \\
& th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)+c3th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g))-s3(-(th2p+th3p)^2(l3+l4)- \\
& s3c2th1p-c3s2th1p)^2(l3+l4)-c3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)-s3th2ppl2- \\
& c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g))) +m4(th2pp+th3pp+th4pp)l3+(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(- \\
& c3c2th1p+s3s2th1p))(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))l3-c3(-th2pp+th3pp)(l3+l4)+(- \\
& c3c2th1p+s3s2th1p)(-s3c2th1p-c3s2th1p)(l3+l4)-s3(-s2^2th1p^2l2- \\
& th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)+c3th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g))-s3(-(th2p+th3p)^2(l3+l4)- \\
& s3c2th1p-c3s2th1p)^2(l3+l4)-c3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)-s3th2ppl2- \\
& c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g))))-s3(I3xy(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(- \\
& c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+I3yy(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p- \\
& c3s2th1p)th3p)+I3yzth2pp+th3pp)+(th2p+th3p)(I3xx(-s3c2th1p-c3s2th1p)+I3xy(- \\
& c3c2th1p+s3s2th1p)+I3xz(th2p+th3p))-(-s3c2th1p-c3s2th1p)(I3xz(-s3c2th1p-c3s2th1p)+I3yz(- \\
& c3c2th1p+s3s2th1p)+I3zz(th2p+th3p))-I4xz(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(- \\
& c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p- \\
& c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)-I4yz(-c3(-s3(c2th1pp- \\
& s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(- \\
& s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(- \\
& c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)-I4zzth2pp+th3pp+th4pp)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(- \\
& c3c2th1p+s3s2th1p))(I4xy(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))+I4yy(-c3(-s3c2th1p- \\
& c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))+I4yz(th2p+th3p+th4p))+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(- \\
& c3c2th1p+s3s2th1p))(I4xx(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))+I4xy(-c3(-s3c2th1p- \\
& c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))+I4xz(th2p+th3p+th4p))+s5(I5xx(c5(-s3(-s3(c2th1pp- \\
& s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(- \\
& s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(- \\
& c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)-s5th2pp+th3pp+th4pp)+(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(- \\
& c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p))th5p)+I5xy(-s5(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp- \\
& c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(- \\
& s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)- \\
& c5th2pp+th3pp+th4pp)-(-c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))- \\
& s5(th2p+th3p+th4p))th5p)+I5xz(-c3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(- \\
& c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p- \\
& c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p+th5pp)+(-s5(-s3(-s3c2th1p- \\
& c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p))(I5xz(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(- \\
& c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))+I5yz(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))- \\
& c5(th2p+th3p+th4p))+I5zz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p))-(-c3(-s3c2th1p- \\
& c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p)(I5xy(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))- \\
& s5(th2p+th3p+th4p))+I5yy(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))- \\
& c5(th2p+th3p+th4p))+I5yz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p)))+c5(I5xy(c5(-s3(- \\
& s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp- \\
& s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(- \\
& c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)-s5th2pp+th3pp+th4pp)+(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(- \\
& c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p))th5p)+I5yy(-s5(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp- \\
& c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(- \\
& s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)- \\
& c5th2pp+th3pp+th4pp)-(-c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))- \\
& s5(th2p+th3p+th4p))th5p)+I5yz(-c3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(- \\
& c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p- \\
& c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p+th5pp)+(-c3(-s3c2th1p- \\
& c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p)(I5xx(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))- \\
& s5(th2p+th3p+th4p))+I5xy(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))- \\
& c5(th2p+th3p+th4p))+I5xz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p))-(-c5(-s3(-s3c2th1p- \\
& c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))(I5xz(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(- \\
& c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))+I5yz(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& th1ppl1x))) + 10^2 m1th1pp + 11x(-s4(c5m5(-(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))- \\
& c5(th2p+th3p+th4p))^214-(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p)^214+c5(-s3(- \\
& th2pp+th3pp)(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)-s3c2th1p-c3s2th1p)(l3+l4)-s3(-s2^2th1p^212- \\
& th2p^212+s2th1p^211x+c2g)+c3th2pp12-c2th1p^2s212+c2th1p^211x-s2g))+c3(-th2p+th3p)^2(l3+l4)-(- \\
& s3c2th1p-c3s2th1p)^2(l3+l4)-c3(-s2^2th1p^212-th2p^212+s2th1p^211x+c2g)-s3th2pp12- \\
& c2th1p^2s212+c2th1p^211x-s2g))) - s5((-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(- \\
& c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)(th2p+th3p)(l3+l4)-(-s2th1pp- \\
& c2th1pth2p)l2+c2th1pth2pl2-th1ppl1x))-s5m5((-c3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(- \\
& c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p- \\
& c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p+th5pp)l4+(c5(-s3(-s3c2th1p- \\
& c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(- \\
& c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p))l4-s5(-s3(-th2pp+th3pp)(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)- \\
& s3c2th1p-c3s2th1p)(l3+l4)-s3(-s2^2th1p^212-th2p^212+s2th1p^211x+c2g)+c3th2pp12- \\
& c2th1p^2s212+c2th1p^211x-s2g))+c3(-th2p+th3p)^2(l3+l4)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)^2(l3+l4)-c3(- \\
& s2^2th1p^212-th2p^212+s2th1p^211x+c2g)-s3th2pp12-c2th1p^2s212+c2th1p^211x-s2g))) - c5((-s3(c2th1pp- \\
& s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)(l3+l4)+(- \\
& c3c2th1p+s3s2th1p)(th2p+th3p)(l3+l4)-(-s2th1pp-c2th1pth2p)l2+c2th1pth2pl2-th1ppl1x))+m4(-(-c3(- \\
& s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))^213-(th2p+th3p+th4p)^213-s3(-th2pp+th3pp)(l3+l4)+(- \\
& c3c2th1p+s3s2th1p)-s3c2th1p-c3s2th1p)(l3+l4)-s3(-s2^2th1p^212- \\
& th2p^212+s2th1p^211x+c2g)+c3th2pp12-c2th1p^2s212+c2th1p^211x-s2g))+c3(-th2p+th3p)^2(l3+l4)-(- \\
& s3c2th1p-c3s2th1p)^2(l3+l4)-c3(-s2^2th1p^212-th2p^212+s2th1p^211x+c2g)-s3th2pp12- \\
& c2th1p^2s212+c2th1p^211x-s2g))) - c4(m5(-(-s5(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp- \\
& c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(- \\
& s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)- \\
& c5th2pp+th3pp+th4pp)-(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))- \\
& s5(th2p+th3p+th4p))th5p)l4+(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))- \\
& s5(th2p+th3p+th4p))-(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p)l4-c3(- \\
& th2pp+th3pp)(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)-s3c2th1p-c3s2th1p)(l3+l4)-s3(-s2^2th1p^212- \\
& th2p^212+s2th1p^211x+c2g)+c3th2pp12-c2th1p^2s212+c2th1p^211x-s2g))-s3(-th2p+th3p)^2(l3+l4)-(- \\
& s3c2th1p-c3s2th1p)^2(l3+l4)-c3(-s2^2th1p^212-th2p^212+s2th1p^211x+c2g)-s3th2pp12- \\
& c2th1p^2s212+c2th1p^211x-s2g))) + m4(th2pp+th3pp+th4pp)l3+(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(- \\
& c3c2th1p+s3s2th1p))-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))l3-c3(-th2pp+th3pp)(l3+l4)+(- \\
& c3c2th1p+s3s2th1p)-s3c2th1p-c3s2th1p)(l3+l4)-s3(-s2^2th1p^212- \\
& th2p^212+s2th1p^211x+c2g)+c3th2pp12-c2th1p^2s212+c2th1p^211x-s2g))-s3(-th2p+th3p)^2(l3+l4)-(- \\
& s3c2th1p-c3s2th1p)^2(l3+l4)-c3(-s2^2th1p^212-th2p^212+s2th1p^211x+c2g)-s3th2pp12- \\
& c2th1p^2s212+c2th1p^211x-s2g))) - m3(-(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p- \\
& c3s2th1p)th3p)l2+(-s3c2th1p-c3s2th1p)(th2p+th3p)l2-(-s2th1pp-c2th1pth2p)l2+c2th1pth2pl2-th1ppl1x)- \\
& m2(-(-s2th1pp-c2th1pth2p)l1y+c2th1pth2pl1y-th1ppl1x))
\end{aligned}$$

TAU2:

$$\begin{aligned}
& I2xz(c2th1pp-s2th1pth2p)+I2yz(-s2th1pp-c2th1pth2p)+I2zzth2pp+c2th1p(I2xyc2th1p- \\
& I2yys2th1p+I2yzt2p)+s2th1p(I2xxc2th1p-I2xys2th1p+I2xzt2p)+I3xz(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(- \\
& s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+I3yz(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp- \\
& c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+I3zz(th2pp+th3pp)+(-s3c2th1p-c3s2th1p)(I3xy(-s3c2th1p- \\
& c3s2th1p)+I3yy(-c3c2th1p+s3s2th1p)+I3yz(th2p+th3p))-(-c3c2th1p+s3s2th1p)(I3xx(-s3c2th1p- \\
& c3s2th1p)+I3xy(-c3c2th1p+s3s2th1p)+I3xz(th2p+th3p))+s4(I4xx(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(- \\
& s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)- \\
& (-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)+I4xy(-c3(- \\
& s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp- \\
& s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-
\end{aligned}$$

$c3c2th1p+s3s2th1p)(th4p)+I4xz(th2pp+th3pp+th4pp)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))(I4xz(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))+I4yz(-c3(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))+I4zz(th2p+th3p+th4p))-(th2p+th3p+th4p)(I4xy(-s3(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))+I4yy(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))+I4yz(th2p+th3p+th4p))+c5(I5xx(c5(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-$
 $c2th1pth2p))+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p))-$
 $s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)-$
 $s5(th2pp+th3pp+th4pp)+(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $c5(th2p+th3p+th4p))th5p)+I5xy(-s5(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+$
 $-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p))-(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)-c5(th2pp+th3pp+th4pp)-$
 $(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))th5p)+I5xz(-c3(-s3(c2th1pp-$
 $s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-$
 $s2th1pp-c2th1pth2p))-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))th4p+th5pp)+(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $c5(th2p+th3p+th4p))(I5xz(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $s5(th2p+th3p+th4p))+I5yz(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $c5(th2p+th3p+th4p))+I5zz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p))-(-c3(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p))(I5xy(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $s5(th2p+th3p+th4p))+I5yy(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $c5(th2p+th3p+th4p))+I5yz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p)))-s5(I5xy(c5(-s3(-$
 $s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-$
 $s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p))-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)-s5(th2pp+th3pp+th4pp)+(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p))th5p)+I5yy(-s5(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-$
 $c2th1pth2p))+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p))-$
 $-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)-$
 $c5(th2pp+th3pp+th4pp)-c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $s5(th2p+th3p+th4p))th5p)+I5yz(-c3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p))-(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p+th5pp)+(-c3(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p))(I5xx(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $s5(th2p+th3p+th4p))+I5xy(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $c5(th2p+th3p+th4p))+I5xz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p))-c5(-s3(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))(I5xz(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))+I5yz(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $c5(th2p+th3p+th4p))+I5zz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p))-14m5(-(-s5(-s3(-$
 $s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-$
 $s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p))-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)-c5(th2pp+th3pp+th4pp)-c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))th5p)I4+(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p)I4-$
 $c3(-c3(-th2pp+th3pp)(I3+I4))+(-c3c2th1p+s3s2th1p)(-s3c2th1p-c3s2th1p)(I3+I4)-s3(-s2^2th1p^2I2-$
 $th2p^2I2+s2th1p^2I1x+c2g)+c3(th2ppI2-c2th1p^2s2I2+c2th1p^2I1x-s2g))-s3(-c3(-th2p+th3p)^2(I3+I4)-$
 $-s3c2th1p-c3s2th1p)^2(I3+I4)-c3(-s2^2th1p^2I2-th2p^2I2+s2th1p^2I1x+c2g)-s3(th2ppI2-$
 $c2th1p^2s2I2+c2th1p^2I1x-s2g))))+c4(I4xy(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p))-(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)+I4yy(-c3(-s3(c2th1pp-$
 $s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-$
 $s2th1pp-c2th1pth2p))-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)+I4yz(th2pp+th3pp+th4pp)+(th2p+th3p+th4p)(I4xx(-s3(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))+I4xy(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))+I4xz(th2p+th3p+th4p))-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))(I4xz(-$

$s_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)+c_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))+I_4yz(-c_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)-s_3(-$
 $c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))+I_4zz(th_2p+th_3p+th_4p))+I_5xz(c_5(-s_3(-s_3(c_2th_1pp-s_2th_1pth_2p)+c_3(-s_2th_1pp-$
 $c_2th_1pth_2p)+(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)th_3p)+c_3(-c_3(c_2th_1pp-s_2th_1pth_2p)-s_3(-s_2th_1pp-c_2th_1pth_2p)-(-$
 $s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)th_3p))+(-c_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)-s_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))th_4p)-$
 $s_5(th_2pp+th_3pp+th_4pp))+(-s_5(-s_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)+c_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))-$
 $c_5(th_2p+th_3p+th_4p))th_5p))+I_5yz(-s_5(-s_3(-s_3(c_2th_1pp-s_2th_1pth_2p)+c_3(-s_2th_1pp-c_2th_1pth_2p))+(-$
 $c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)th_3p)+c_3(-c_3(c_2th_1pp-s_2th_1pth_2p)-s_3(-s_2th_1pp-c_2th_1pth_2p)-(-s_3c_2th_1p-$
 $c_3s_2th_1p)th_3p))+(-c_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)-s_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))th_4p)-c_5(th_2pp+th_3pp+th_4pp)-c_5(-$
 $s_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)+c_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))-s_5(th_2p+th_3p+th_4p))th_5p))+I_5zz(-c_3(-s_3(c_2th_1pp-$
 $s_2th_1pth_2p)+c_3(-s_2th_1pp-c_2th_1pth_2p)+(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)th_3p)-s_3(-c_3(c_2th_1pp-s_2th_1pth_2p)-s_3(-$
 $s_2th_1pp-c_2th_1pth_2p)-(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)th_3p)-(-s_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)+c_3(-$
 $c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))th_4p+th_5pp))+c_5(-s_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)+c_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))-$
 $s_5(th_2p+th_3p+th_4p)))(I_5xy(c_5(-s_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)+c_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))-$
 $s_5(th_2p+th_3p+th_4p))+I_5yy(-s_5(-s_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)+c_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))-$
 $c_5(th_2p+th_3p+th_4p))+I_5yz(-c_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)-s_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)+th_5p))-s_5(-s_3(-s_3c_2th_1p-$
 $c_3s_2th_1p)+c_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))-c_5(th_2p+th_3p+th_4p))(I_5xx(c_5(-s_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)+c_3(-$
 $c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))-s_5(th_2p+th_3p+th_4p))+I_5xy(-s_5(-s_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)+c_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))-$
 $c_5(th_2p+th_3p+th_4p))+I_5xz(-c_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)-s_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)+th_5p))+I_4m_5((-c_3(-$
 $s_3(c_2th_1pp-s_2th_1pth_2p)+c_3(-s_2th_1pp-c_2th_1pth_2p)+(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)th_3p)-s_3(-c_3(c_2th_1pp-$
 $s_2th_1pth_2p)-s_3(-s_2th_1pp-c_2th_1pth_2p)-(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)th_3p)-(-s_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)+c_3(-$
 $c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))th_4p+th_5pp)l_4+(c_5(-s_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)+c_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))-$
 $s_5(th_2p+th_3p+th_4p))(-s_5(-s_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)+c_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))-c_5(th_2p+th_3p+th_4p))l_4-s_5(-$
 $s_3(-(th_2pp+th_3pp)(l_3+l_4)+(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)(l_3+l_4)-s_3(-s_2^2th_1p^2l_2-$
 $th_2p^2l_2+s_2th_1p^2l_1x+c_2g)+c_3(th_2ppl_2-c_2th_1p^2s_2l_2+c_2th_1p^2l_1x-s_2g))+c_3(-(th_2p+th_3p)^2(l_3+l_4)-(-$
 $s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)^2(l_3+l_4)-c_3(-s_2^2th_1p^2l_2-th_2p^2l_2+s_2th_1p^2l_1x+c_2g)-s_3(th_2ppl_2-$
 $c_2th_1p^2s_2l_2+c_2th_1p^2l_1x-s_2g)))-c_5((-s_3(c_2th_1pp-s_2th_1pth_2p)+c_3(-s_2th_1pp-c_2th_1pth_2p)+(-$
 $c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)th_3p)(l_3+l_4)+(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)(th_2p+th_3p)(l_3+l_4)-(-s_2th_1pp-$
 $c_2th_1pth_2p)l_2+c_2th_1pth_2pl_2-th_1ppl_1x))-l_3m_4(-(-c_3(-s_3(c_2th_1pp-s_2th_1pth_2p)+c_3(-s_2th_1pp-$
 $c_2th_1pth_2p)+(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)th_3p)-s_3(-c_3(c_2th_1pp-s_2th_1pth_2p)-s_3(-s_2th_1pp-c_2th_1pth_2p)-(-$
 $s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)th_3p)-(-s_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)+c_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))th_4p)l_3+(-s_3(-s_3c_2th_1p-$
 $c_3s_2th_1p)+c_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))(th_2p+th_3p+th_4p)l_3+(-s_3(c_2th_1pp-s_2th_1pth_2p)+c_3(-s_2th_1pp-$
 $c_2th_1pth_2p)+(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)th_3p)(l_3+l_4)+(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)(th_2p+th_3p)(l_3+l_4)-(-s_2th_1pp-$
 $c_2th_1pth_2p)l_2+c_2th_1pth_2pl_2-th_1ppl_1x))+l_2m_3((th_2pp+th_3pp)l_2+(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)-$
 $c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)l_2-c_3(-s_2^2th_1p^2l_2-th_2p^2l_2+s_2th_1p^2l_1x+c_2g)-s_3(th_2ppl_2-$
 $c_2th_1p^2s_2l_2+c_2th_1p^2l_1x-s_2g))-l_3+l_4)(c_4(c_5m_5(-s_5(-s_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)+c_3(-$
 $c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))-c_5(th_2p+th_3p+th_4p))^2l_4-(-c_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)-s_3(-$
 $c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)+th_5p)^2l_4+c_5(-s_3(-(th_2pp+th_3pp)(l_3+l_4)+(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)-s_3c_2th_1p-$
 $c_3s_2th_1p)(l_3+l_4)-s_3(-s_2^2th_1p^2l_2-th_2p^2l_2+s_2th_1p^2l_1x+c_2g)+c_3(th_2ppl_2-c_2th_1p^2s_2l_2+c_2th_1p^2l_1x-$
 $s_2g))+c_3(-(th_2p+th_3p)^2(l_3+l_4)-(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)^2(l_3+l_4)-c_3(-s_2^2th_1p^2l_2-$
 $th_2p^2l_2+s_2th_1p^2l_1x+c_2g)-s_3(th_2ppl_2-c_2th_1p^2s_2l_2+c_2th_1p^2l_1x-s_2g)))-s_5((-s_3(c_2th_1pp-$
 $s_2th_1pth_2p)+c_3(-s_2th_1pp-c_2th_1pth_2p)+(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)th_3p)(l_3+l_4)+(-$
 $c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)(th_2p+th_3p)(l_3+l_4)-(-s_2th_1pp-c_2th_1pth_2p)l_2+c_2th_1pth_2pl_2-th_1ppl_1x))-s_5m_5((-c_3(-$
 $s_3(c_2th_1pp-s_2th_1pth_2p)+c_3(-s_2th_1pp-c_2th_1pth_2p)+(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)th_3p)-s_3(-c_3(c_2th_1pp-$
 $s_2th_1pth_2p)-s_3(-s_2th_1pp-c_2th_1pth_2p)-(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)th_3p)-(-s_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)+c_3(-$
 $c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))th_4p+th_5pp)l_4+(c_5(-s_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)+c_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))-$
 $s_5(th_2p+th_3p+th_4p))(-s_5(-s_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)+c_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))-c_5(th_2p+th_3p+th_4p))l_4-s_5(-$
 $s_3(-(th_2pp+th_3pp)(l_3+l_4)+(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)(l_3+l_4)-s_3(-s_2^2th_1p^2l_2-$
 $th_2p^2l_2+s_2th_1p^2l_1x+c_2g)+c_3(th_2ppl_2-c_2th_1p^2s_2l_2+c_2th_1p^2l_1x-s_2g))+c_3(-(th_2p+th_3p)^2(l_3+l_4)-(-$
 $s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)^2(l_3+l_4)-c_3(-s_2^2th_1p^2l_2-th_2p^2l_2+s_2th_1p^2l_1x+c_2g)-s_3(th_2ppl_2-$
 $c_2th_1p^2s_2l_2+c_2th_1p^2l_1x-s_2g)))-c_5((-s_3(c_2th_1pp-s_2th_1pth_2p)+c_3(-s_2th_1pp-c_2th_1pth_2p)+(-$
 $c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)th_3p)(l_3+l_4)+(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)(th_2p+th_3p)(l_3+l_4)-(-s_2th_1pp-$
 $c_2th_1pth_2p)l_2+c_2th_1pth_2pl_2-th_1ppl_1x))+m_4(-(-c_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)-s_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))^2l_3-$
 $(th_2p+th_3p+th_4p)^2l_3-s_3(-(th_2pp+th_3pp)(l_3+l_4)+(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)(l_3+l_4)-s_3(-$

$s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)+c3(th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g))+c3(-$
 $(th2p+th3p)^2(l3+l4)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)^2(l3+l4)-c3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)-$
 $s3(th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g)))-s4(m5(-(-s5(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-$
 $c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-$
 $s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)-$
 $c5(th2pp+th3pp+th4pp)-(-c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p)))-$
 $s5(th2p+th3p+th4p))th5p)l4+(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p)))-$
 $s5(th2p+th3p+th4p))(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p)l4-c3(-$
 $(th2pp+th3pp)(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)(-s3c2th1p-c3s2th1p)(l3+l4)-s3(-s2^2th1p^2l2-$
 $th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)+c3(th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g))-s3(-(th2p+th3p)^2(l3+l4)-(-$
 $s3c2th1p-c3s2th1p)^2(l3+l4)-c3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)-s3(th2ppl2-$
 $c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g)))+m4((th2pp+th3pp+th4pp)l3+(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))l3-c3(-(th2pp+th3pp)(l3+l4)+(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)(-s3c2th1p-c3s2th1p)(l3+l4)-s3(-s2^2th1p^2l2-$
 $th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)+c3(th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g))-s3(-(th2p+th3p)^2(l3+l4)-(-$
 $s3c2th1p-c3s2th1p)^2(l3+l4)-c3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)-s3(th2ppl2-$
 $c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g)))+l1ym2(th2ppl1y-c2th1p^2s2l1y+c2th1p^2l1x-s2g)+l2(c3(c4(c5m5(-$
 $(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p)))-c5(th2p+th3p+th4p))^2l4-(-c3(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p)^2l4+c5(-s3(-(th2pp+th3pp)(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p))(-$
 $s3c2th1p-c3s2th1p)(l3+l4)-s3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)+c3(th2ppl2-$
 $c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g))+c3(-(th2p+th3p)^2(l3+l4)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)^2(l3+l4)-c3(-$
 $s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)-s3(th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g)))-s5((-$
 $s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)(l3+l4)+(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)(th2p+th3p)(l3+l4)-(-s2th1pp-c2th1pth2p)l2+c2th1pth2pl2-th1ppl1x))-s5m5((-c3(-$
 $s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-$
 $s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))th4p+th5p)l4+(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p)))-$
 $s5(th2p+th3p+th4p))(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p)))-c5(th2p+th3p+th4p))l4-s5(-$
 $s3(-(th2pp+th3pp)(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)(-s3c2th1p-c3s2th1p)(l3+l4)-s3(-s2^2th1p^2l2-$
 $th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)+c3(th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g))+c3(-(th2p+th3p)^2(l3+l4)-(-$
 $s3c2th1p-c3s2th1p)^2(l3+l4)-c3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)-s3(th2ppl2-$
 $c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g)))-c5((-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)(th2p+th3p)(l3+l4)-(-s2th1pp-$
 $c2th1pth2p)l2+c2th1pth2pl2-th1ppl1x))+m4((-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))^2l3-$
 $(th2p+th3p+th4p)^2l3-s3(-(th2pp+th3pp)(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)(-s3c2th1p-c3s2th1p)(l3+l4)-s3(-$
 $s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)+c3(th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g))+c3(-$
 $(th2p+th3p)^2(l3+l4)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)^2(l3+l4)-c3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)-$
 $s3(th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g)))-s4(m5(-(-s5(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-$
 $c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-$
 $s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)-$
 $c5(th2pp+th3pp+th4pp)-(-c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p)))-$
 $s5(th2p+th3p+th4p))th5p)l4+(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p)))-$
 $s5(th2p+th3p+th4p))(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p)l4-c3(-$
 $(th2pp+th3pp)(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)(-s3c2th1p-c3s2th1p)(l3+l4)-s3(-s2^2th1p^2l2-$
 $th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)+c3(th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g))-s3(-(th2p+th3p)^2(l3+l4)-(-$
 $s3c2th1p-c3s2th1p)^2(l3+l4)-c3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)-s3(th2ppl2-$
 $c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g)))+m4((th2pp+th3pp+th4pp)l3+(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))l3-c3(-(th2pp+th3pp)(l3+l4)+(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)(-s3c2th1p-c3s2th1p)(l3+l4)-s3(-s2^2th1p^2l2-$
 $th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)+c3(th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g))-s3(-(th2p+th3p)^2(l3+l4)-(-$
 $s3c2th1p-c3s2th1p)^2(l3+l4)-c3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)-s3(th2ppl2-$
 $c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g)))+m3((-c3c2th1p+s3s2th1p)^2l2-(th2p+th3p)^2l2-s3(-s2^2th1p^2l2-$
 $th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)+c3(th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g))-s3(s5m5(-(-s5(-s3(-s3c2th1p-$

$c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p)^2l4-(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p)^2l4+c5(-s3(-(th2pp+th3pp)(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)-s3c2th1p-c3s2th1p)(l3+l4)-s3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)+c3(th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g))+c3(-(th2p+th3p)^2(l3+l4)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)^2(l3+l4)-c3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)-s3(th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g)))-s5((-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)(th2p+th3p)(l3+l4)-(-s2th1pp-c2th1pth2p)l2+c2th1pth2pl2-th1ppl1x))+c5m5((-c3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p+th5pp)l4+(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p)))-s5(th2p+th3p+th4p))(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p))l4-s5(-s3(-(th2pp+th3pp)(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)-s3c2th1p-c3s2th1p)(l3+l4)-s3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)+c3(th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g))+c3(-(th2p+th3p)^2(l3+l4)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)^2(l3+l4)-c3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)-s3(th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g)))-c5((-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)(th2p+th3p)(l3+l4)-(-s2th1pp-c2th1pth2p)l2+c2th1pth2pl2-th1ppl1x))-m4((-c3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)l3+(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))(th2p+th3p+th4p)l3+(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)(l3+l4)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)(th2p+th3p)(l3+l4)-(-s2th1pp-c2th1pth2p)l2+c2th1pth2pl2-th1ppl1x)+m3((th2pp+th3pp)l2+(-s3c2th1p-c3s2th1p)-c3c2th1p+s3s2th1p)l2-c3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)-s3(th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g))))$

TAU3:

$I3xz(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+I3yz(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+I3zz(th2pp+th3pp)+(-s3c2th1p-c3s2th1p)(I3xy(-s3c2th1p-c3s2th1p)+I3yy(-c3c2th1p+s3s2th1p)+I3yz(th2p+th3pp))-(-c3c2th1p+s3s2th1p)(I3xx(-s3c2th1p-c3s2th1p)+I3xy(-c3c2th1p+s3s2th1p)+I3xz(th2p+th3pp))+s4(I4xx(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)+I4xy(-c3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)+I4xz(th2pp+th3pp+th4pp)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))(I4xz(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))+I4yz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))+I4zz(th2p+th3p+th4p))- (th2p+th3p+th4p)(I4xy(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))+I4yy(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))+I4yz(th2p+th3p+th4p))+c5(I5xx(c5(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)-s5(th2pp+th3pp+th4pp)+(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p))th5p)+I5xy(-s5(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)-c5(th2pp+th3pp+th4pp)-c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))th5p)+I5xz(-c3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p)+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p+th5pp)+(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p))(I5xz(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))+I5yz(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p))+I5zz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p))-(-c3(-s3c2th1p-$

$c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p)(I5xy(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $s5(th2p+th3p+th4p))+I5yy(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $c5(th2p+th3p+th4p))+I5yz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p)))-s5(I5xy(c5(-s3(-$
 $s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-$
 $s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)th4p)-s5(th2pp+th3pp+th4pp))+(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p))th5p)+I5yy(-s5(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-$
 $c2th1pth2p))+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-$
 $s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)th4p)-$
 $c5(th2pp+th3pp+th4pp)-c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p)))-$
 $s5(th2p+th3p+th4p))th5p)+I5yz(-c3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p+th5pp)+(-c3(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p)(I5xx(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $s5(th2p+th3p+th4p))+I5xy(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $c5(th2p+th3p+th4p))+I5xz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p))-c5(-s3(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))(I5xz(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))+I5yz(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p)))-$
 $c5(th2p+th3p+th4p))+I5zz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p))-I4m5((-s5(-s3(-$
 $s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-$
 $s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)th4p)-c5(th2pp+th3pp+th4pp)-c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))th5p)I4+(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p)I4-$
 $c3(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)(I3+I4)-s3(-s2^2th1p^2I2-$
 $th2p^2I2+s2th1p^2I1x+c2g)+c3(th2ppI2-c2th1p^2s2I2+c2th1p^2I1x-s2g))-s3(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)^2(I3+I4)-(-$
 $s3c2th1p-c3s2th1p)^2(I3+I4)-c3(-s2^2th1p^2I2-th2p^2I2+s2th1p^2I1x+c2g)-s3(th2ppI2-$
 $c2th1p^2s2I2+c2th1p^2I1x-s2g))))+c4(I4xy(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)+I4yy(-c3(-s3(c2th1pp-$
 $s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-$
 $s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)th4p)+I4yz(th2pp+th3pp+th4pp)+(th2p+th3p+th4p)(I4xx(-s3(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))+I4xy(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))+I4xz(th2p+th3p+th4p))-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))(I4xz(-$
 $s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))+I4yz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))+I4zz(th2p+th3p+th4p))+I5xz(c5(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-$
 $c2th1pth2p))+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-$
 $s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)th4p)-$
 $s5(th2pp+th3pp+th4pp))+(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $c5(th2p+th3p+th4p))th5p)+I5yz(-s5(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)-c5(th2pp+th3pp+th4pp)-c5(-$
 $s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))th5p)+I5zz(-c3(-s3(c2th1pp-$
 $s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-$
 $s2th1pp-c2th1pth2p)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)th4p+th5pp)+c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $s5(th2p+th3p+th4p))(I5xy(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $s5(th2p+th3p+th4p))+I5yy(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $c5(th2p+th3p+th4p))+I5yz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p))-s5(-s3(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p))(I5xx(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))+I5xy(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $c5(th2p+th3p+th4p))+I5xz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p))+I4m5((-c3(-$

$s_3(c_2th_1pp-s_2th_1pth_2p)+c_3(-s_2th_1pp-c_2th_1pth_2p)+(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)th_3p)-s_3(-c_3(c_2th_1pp-$
 $s_2th_1pth_2p)-s_3(-s_2th_1pp-c_2th_1pth_2p)-(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)th_3p)-(-s_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)+c_3(-$
 $c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))th_4p+th_5p))l_4+(c_5(-s_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)+c_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))-$
 $s_5(th_2p+th_3p+th_4p))(-s_5(-s_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)+c_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)))-c_5(th_2p+th_3p+th_4p))l_4-s_5(-$
 $s_3(-(th_2pp+th_3pp)(l_3+l_4)+(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)(l_3+l_4)-s_3(-s_2^2th_1p^2l_2-$
 $th_2p^2l_2+s_2th_1p^2l_1x+c_2g)+c_3(th_2ppl_2-c_2th_1p^2s_2l_2+c_2th_1p^2l_1x-s_2g))+c_3(-(th_2p+th_3p)^2(l_3+l_4)-(-$
 $s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)^2(l_3+l_4)-c_3(-s_2^2th_1p^2l_2-th_2p^2l_2+s_2th_1p^2l_1x+c_2g)-s_3(th_2ppl_2-$
 $c_2th_1p^2s_2l_2+c_2th_1p^2l_1x-s_2g)))-c_5((-s_3(c_2th_1pp-s_2th_1pth_2p)+c_3(-s_2th_1pp-c_2th_1pth_2p)+(-$
 $c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)th_3p)(l_3+l_4)+(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)(th_2p+th_3p)(l_3+l_4)-(-s_2th_1pp-$
 $c_2th_1pth_2p)l_2+c_2th_1pth_2pl_2-th_1ppl_1x))-l_3m_4(-(-c_3(-s_3(c_2th_1pp-s_2th_1pth_2p)+c_3(-s_2th_1pp-$
 $c_2th_1pth_2p)+(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)th_3p)-s_3(-c_3(c_2th_1pp-s_2th_1pth_2p)-s_3(-s_2th_1pp-c_2th_1pth_2p)-(-$
 $s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)th_3p)-(-s_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)+c_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))th_4p)l_3+(-s_3(-s_3c_2th_1p-$
 $c_3s_2th_1p)+c_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))(th_2p+th_3p+th_4p)l_3+(-s_3(c_2th_1pp-s_2th_1pth_2p)+c_3(-s_2th_1pp-$
 $c_2th_1pth_2p)+(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)th_3p)(l_3+l_4)+(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)(th_2p+th_3p)(l_3+l_4)-(-s_2th_1pp-$
 $c_2th_1pth_2p)l_2+c_2th_1pth_2pl_2-th_1ppl_1x))+l_2m_3((th_2pp+th_3pp)l_2+(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)-$
 $c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)l_2-c_3(-s_2^2th_1p^2l_2-th_2p^2l_2+s_2th_1p^2l_1x+c_2g)-s_3(th_2ppl_2-$
 $c_2th_1p^2s_2l_2+c_2th_1p^2l_1x-s_2g))-l_3+l_4)(c_4(c_5m_5(-s_5(-s_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)+c_3(-$
 $c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)))-c_5(th_2p+th_3p+th_4p))^2l_4-(-c_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)-s_3(-$
 $c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)+th_5p)^2l_4+c_5(-s_3(-(th_2pp+th_3pp)(l_3+l_4)+(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)-s_3c_2th_1p-$
 $c_3s_2th_1p)(l_3+l_4)-s_3(-s_2^2th_1p^2l_2-th_2p^2l_2+s_2th_1p^2l_1x+c_2g)+c_3(th_2ppl_2-c_2th_1p^2s_2l_2+c_2th_1p^2l_1x-$
 $s_2g))+c_3(-(th_2p+th_3p)^2(l_3+l_4)-(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)^2(l_3+l_4)-c_3(-s_2^2th_1p^2l_2-$
 $th_2p^2l_2+s_2th_1p^2l_1x+c_2g)-s_3(th_2ppl_2-c_2th_1p^2s_2l_2+c_2th_1p^2l_1x-s_2g)))-s_5((-s_3(c_2th_1pp-$
 $s_2th_1pth_2p)+c_3(-s_2th_1pp-c_2th_1pth_2p)+(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)th_3p)(l_3+l_4)+(-$
 $c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)(th_2p+th_3p)(l_3+l_4)-(-s_2th_1pp-c_2th_1pth_2p)l_2+c_2th_1pth_2pl_2-th_1ppl_1x))-s_5m_5((-c_3(-$
 $s_3(c_2th_1pp-s_2th_1pth_2p)+c_3(-s_2th_1pp-c_2th_1pth_2p)+(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)th_3p)-s_3(-c_3(c_2th_1pp-$
 $s_2th_1pth_2p)-s_3(-s_2th_1pp-c_2th_1pth_2p)-(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)th_3p)-(-s_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)+c_3(-$
 $c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))th_4p+th_5p))l_4+(c_5(-s_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)+c_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))-$
 $s_5(th_2p+th_3p+th_4p))(-s_5(-s_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)+c_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)))-c_5(th_2p+th_3p+th_4p))l_4-s_5(-$
 $s_3(-(th_2pp+th_3pp)(l_3+l_4)+(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)(l_3+l_4)-s_3(-s_2^2th_1p^2l_2-$
 $th_2p^2l_2+s_2th_1p^2l_1x+c_2g)+c_3(th_2ppl_2-c_2th_1p^2s_2l_2+c_2th_1p^2l_1x-s_2g))+c_3(-(th_2p+th_3p)^2(l_3+l_4)-(-$
 $s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)^2(l_3+l_4)-c_3(-s_2^2th_1p^2l_2-th_2p^2l_2+s_2th_1p^2l_1x+c_2g)-s_3(th_2ppl_2-$
 $c_2th_1p^2s_2l_2+c_2th_1p^2l_1x-s_2g)))-c_5((-s_3(c_2th_1pp-s_2th_1pth_2p)+c_3(-s_2th_1pp-c_2th_1pth_2p)+(-$
 $c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)th_3p)(l_3+l_4)+(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)(th_2p+th_3p)(l_3+l_4)-(-s_2th_1pp-$
 $c_2th_1pth_2p)l_2+c_2th_1pth_2pl_2-th_1ppl_1x))+m_4(-(-c_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)-s_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))^2l_3-$
 $(th_2p+th_3p+th_4p)^2l_3-s_3(-(th_2pp+th_3pp)(l_3+l_4)+(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)(l_3+l_4)-s_3(-$
 $s_2^2th_1p^2l_2-th_2p^2l_2+s_2th_1p^2l_1x+c_2g)+c_3(th_2ppl_2-c_2th_1p^2s_2l_2+c_2th_1p^2l_1x-s_2g))+c_3(-$
 $(th_2p+th_3p)^2(l_3+l_4)-(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)^2(l_3+l_4)-c_3(-s_2^2th_1p^2l_2-th_2p^2l_2+s_2th_1p^2l_1x+c_2g)-$
 $s_3(th_2ppl_2-c_2th_1p^2s_2l_2+c_2th_1p^2l_1x-s_2g)))-s_4(m_5(-s_5(-s_3(-s_3(c_2th_1pp-s_2th_1pth_2p)+c_3(-s_2th_1pp-$
 $c_2th_1pth_2p)+(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)th_3p)+c_3(-c_3(c_2th_1pp-s_2th_1pth_2p)-s_3(-s_2th_1pp-c_2th_1pth_2p)-(-$
 $s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)th_3p)+(-c_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)-s_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))th_4p)-$
 $c_5(th_2pp+th_3pp+th_4pp)-c_5(-s_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)+c_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))-$
 $s_5(th_2p+th_3p+th_4p))th_5p)l_4+(c_5(-s_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)+c_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))-$
 $s_5(th_2p+th_3p+th_4p))(-c_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)-s_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)+th_5p)l_4-c_3(-$
 $(th_2pp+th_3pp)(l_3+l_4)+(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)(l_3+l_4)-s_3(-s_2^2th_1p^2l_2-$
 $th_2p^2l_2+s_2th_1p^2l_1x+c_2g)+c_3(th_2ppl_2-c_2th_1p^2s_2l_2+c_2th_1p^2l_1x-s_2g))-s_3(-(th_2p+th_3p)^2(l_3+l_4)-(-$
 $s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)^2(l_3+l_4)-c_3(-s_2^2th_1p^2l_2-th_2p^2l_2+s_2th_1p^2l_1x+c_2g)-s_3(th_2ppl_2-$
 $c_2th_1p^2s_2l_2+c_2th_1p^2l_1x-s_2g)))+m_4((th_2pp+th_3pp+th_4pp)l_3+(-s_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)+c_3(-$
 $c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))(-c_3(-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)-s_3(-c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p))l_3-c_3(-(th_2pp+th_3pp)(l_3+l_4)+(-$
 $c_3c_2th_1p+s_3s_2th_1p)-s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)(l_3+l_4)-s_3(-s_2^2th_1p^2l_2-$
 $th_2p^2l_2+s_2th_1p^2l_1x+c_2g)+c_3(th_2ppl_2-c_2th_1p^2s_2l_2+c_2th_1p^2l_1x-s_2g))-s_3(-(th_2p+th_3p)^2(l_3+l_4)-(-$
 $s_3c_2th_1p-c_3s_2th_1p)^2(l_3+l_4)-c_3(-s_2^2th_1p^2l_2-th_2p^2l_2+s_2th_1p^2l_1x+c_2g)-s_3(th_2ppl_2-$
 $c_2th_1p^2s_2l_2+c_2th_1p^2l_1x-s_2g))))))$

TAU4:

$I4xz(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-$
 $c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-$
 $s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p+I4yz(-c3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)th3p)+(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p+I4zz(th2pp+th3pp+th4pp)+(-$
 $s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))(I4xy(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))+I4yy(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))+I4yz(th2p+th3p+th4p)-(-$
 $c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))(I4xx(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))+I4xy(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))+I4xz(th2p+th3p+th4p)-$
 $s5(I5xx(c5(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-$
 $c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-$
 $s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p-s5(th2pp+th3pp+th4pp))+(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p)th5p+I5xy(-s5(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-$
 $c2th1pth2p))+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p))-(-$
 $s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p-$
 $c5(th2pp+th3pp+th4pp)-c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $s5(th2p+th3p+th4p)th5p+I5xz(-c3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)th3p)+(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p+th5pp)+(-s5(-s3(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p)(I5xz(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p)+I5yz(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p)))-$
 $c5(th2p+th3p+th4p)+I5zz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p)-(-c3(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))+th5p(I5xy(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p)))-$
 $s5(th2p+th3p+th4p)+I5yy(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $c5(th2p+th3p+th4p)+I5yz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p))-c5(I5xy(c5(-s3(-$
 $s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-$
 $s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))th4p-s5(th2pp+th3pp+th4pp))+(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p)th5p+I5yy(-s5(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-$
 $c2th1pth2p))+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p))-(-$
 $s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p-$
 $c5(th2pp+th3pp+th4pp)-c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $s5(th2p+th3p+th4p)th5p+I5yz(-c3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)th3p)+(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p+th5pp)+(-c3(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p(I5xx(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p)))-$
 $s5(th2p+th3p+th4p)+I5xy(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-$
 $c5(th2p+th3p+th4p)+I5xz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p)-c5(-s3(-s3c2th1p-$
 $c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p)(I5xz(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p)+I5yz(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p)))-$
 $c5(th2p+th3p+th4p)+I5zz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p)-I4m5(-s5(-s3(-$
 $s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-$
 $s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p)+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))th4p-c5(th2pp+th3pp+th4pp)-c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p)th5pI4+(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p)))-$
 $s5(th2p+th3p+th4p)-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5pI4-c3(-$
 $(th2pp+th3pp)(I3+I4))+(-c3c2th1p+s3s2th1p)-s3c2th1p-c3s2th1p)(I3+I4)-s3(-s2^2th1p^2I2-$
 $th2p^2I2+s2th1p^2I1x+c2g)+c3((th2ppI2-c2th1p^2s2I2+c2th1p^2I1x-s2g))-s3(-(th2p+th3p)^2(I3+I4)-(-$
 $s3c2th1p-c3s2th1p)^2(I3+I4)-c3(-s2^2th1p^2I2-th2p^2I2+s2th1p^2I1x+c2g)-s3(th2ppI2-$
 $c2th1p^2s2I2+c2th1p^2I1x-s2g))))+I3m4((th2pp+th3pp+th4pp)I3+(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-$
 $c3c2th1p+s3s2th1p))-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))I3-c3(-(th2pp+th3pp)(I3+I4))+(-$

$$c3c2th1p+s3s2th1p)(-s3c2th1p-c3s2th1p)(l3+l4)-s3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)+c3(th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g))-s3(-(th2p+th3p)^2(l3+l4)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)^2(l3+l4)-c3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)-s3(th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g)))$$

TAU5

$$I5xz(c5(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p))-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p))+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)-s5(th2pp+th3pp+th4pp))+(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p))th5p)+I5yz(-s5(-s3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)+c3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p))-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p))+(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p)-c5(th2pp+th3pp+th4pp))-c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))th5p)+I5zz(-c3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p))-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p))-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p+th5pp))+c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p)))(I5xy(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p)))+I5yy(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p))+I5yz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p))-(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p)))(I5xx(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p)))+I5xy(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p))+I5xz(-c3(-s3c2th1p-c3s2th1p)-s3(-c3c2th1p+s3s2th1p)+th5p))+l4m5((-c3(-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)-s3(-c3(c2th1pp-s2th1pth2p)-s3(-s2th1pp-c2th1pth2p))-(-s3c2th1p-c3s2th1p)th3p))-(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))th4p+th5pp)l4+(c5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-s5(th2p+th3p+th4p))(-s5(-s3(-s3c2th1p-c3s2th1p)+c3(-c3c2th1p+s3s2th1p))-c5(th2p+th3p+th4p))l4-s5(-s3(-(th2pp+th3pp)(l3+l4))+(-c3c2th1p+s3s2th1p)(-s3c2th1p-c3s2th1p)(l3+l4)-s3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)+c3(th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g))+c3(-(th2p+th3p)^2(l3+l4)-(-s3c2th1p-c3s2th1p)^2(l3+l4)-c3(-s2^2th1p^2l2-th2p^2l2+s2th1p^2l1x+c2g)-s3(th2ppl2-c2th1p^2s2l2+c2th1p^2l1x-s2g)))-c5((-s3(c2th1pp-s2th1pth2p)+c3(-s2th1pp-c2th1pth2p))+(-c3c2th1p+s3s2th1p)th3p)(l3+l4))+(-c3c2th1p+s3s2th1p)(th2p+th3p)(l3+l4)-(-s2th1pp-c2th1pth2p)l2+c2th1pth2pl2-th1ppl1x)):$$